Письма в ЖЭТФ, том 123, вып. 12, с. 892 – 898

Двухстадийная коалесценция капель в ограниченной геометрии ячеек Хеле–Шоу

П. В. Долганов[1)], *Н. А. Спириденко*

Институт физики твердого тела им. Ю. А. Осипьяна РАН, 142432 Черноголовка, Россия

Поступила в редакцию 24 апреля 2026 г.
После переработки 6 мая 2026 г.
Принята к публикации 15 мая 2026 г.

Коалесценция и нестабильность Рэлея–Плато струй жидкости, длинных цилиндров – одни из наиболее исследуемых направлений динамики жидкости. Нами обнаружено существование двух стадий коалесценции изотропных капель в нематическом окружении в плоских ячейках Хеле–Шоу. На первой стадии образование изотропного мостика между каплями происходит только в середине ячейки. Тонкие слои нематика остаются на поверхности ячейки. На второй стадии нематические слои на поверхности становятся нестабильными и исчезают с образованием микрокапель. Вторая стадия трансформации напоминает нестабильность Рэлея–Плато с образованием сателлитных капель. Обнаруженная двухстадийная коалесценция ранее не наблюдалась ни в изотропных, ни в жидкокристаллических средах и не предсказывалась теоретически.

DOI: 10.7868/S3034576626060197

1. Введение. Коалесценция капель – часто наблюдаемое в природе явление, в течение многих лет привлекает внимание как экспериментаторов, так и теоретиков, используется в различных технологических процессах [1–3]. Экспериментально коалесценция изучалась в различных геометриях с использованием различных материалов: трехмерная (3D) геометрия (коалесценция сферических капель [4–21]), 2D геометрия (свободно подвешенные смектические нанопленки [22–26]), коалесценция капель на поверхности жидкости [27–30]. Теоретические работы включают аналитические исследования,численные расчеты, скейлинг [3, 4, 12, 14, 18, 31]. Динамика коалесценции во многом определяется безразмерным числом Онзорге $Oh = \mu/\sqrt{\rho\gamma R}$, где μ – динамическая вязкость, γ – поверхностное натяжение, ρ – плотность и R – характерный масштаб длины [3]. При большой вязкости $Oh \gg 1$ динамика характеризуется вязко-капиллярным временем $\tau_V = \mu R/\gamma$.

В последние десятилетия интенсивные исследования коалесценции проводились в плоских оптических ячейках, в англоязычной литературе иногда называемых ячейками Хеле–Шоу [32–43]. Такие ячейки широко используются в исследованиях жидких кристаллов, как фундаментального характера, так и ориентированных на приложения [44–46]. Ячейка Хеле–Шоу состоит из двух параллельных пластинок с тонким зазором толщиной D. Коалесценция начинается с образования мостика между сливающимися доменами. Зависимость размера мостика r от времени обычно используется как в экспериментах, так и в теории для описания и понимания динамических процессов, происходящих при коалесценции. Вначале, когда мениски капель соприкасаются друг с другом и образуется мостик, поверхность ячейки не влияет на динамику. Размер мостика $r(t)$ линейно зависит от времени. При большой вязкости $r(t)/R \sim t/\tau_V$ [4], где $r(t)$ масштабировано на радиус капли R, время t – на вязко-капиллярное время. Затем баланс между капиллярной энергией и диссипацией из-за потока Пуазейля, связанного с поверхностью ячейки, приводит к более медленной степенной зависимости $r(t) \sim (t/\tau_v)^{1/4}$ или $r(t) \sim (t/\tau_v)^{1/5}$ [33, 36, 37, 41, 42]. Детальные исследования коалесценции капель с объемом (резервуаром) той же самой жидкости были проведены с использованием различных материалов Окумурой с соавторами [32, 33, 36].

До недавнего времени при описании коалесценции капель, находящихся во внешней среде, считалось, что после образования мостика между каплями процесс коалесценции происходит гладко без разрывов, других сингулярностей и описывается континуальной теорией. Динамика этих процессов исследовалась экспериментально и описывалась теоретически [3, 4, 31]. Однако недавно более сложные необычные динамические процессы были обнаружены при коалесценции жидкокристаллических доменов в ячейках Хеле–Шоу [37, 42]. Исследования

[1)]e-mail: pauldol@issp.ac.ru

были выполнены при гомогенной ориентации молекул (длинные оси молекул параллельны поверхности ячейки). Оказалось, что в области перешейка может образовываться тонкая цилиндрическая полоска, которая испытывает классическую нестабильность Рэлея–Плато с образованием серии сингулярностей и рождением сателлитных микрокапель [37, 40, 42].

В настоящей работе мы обнаружили другое новое явление при коалесценции двух изотропных капель в окружении нематика и при коалесценции капли с полупространством (объемом) того же вещества в ячейках Хеле–Шоу. Коалесценция происходит в два этапа. Во время первого этапа вещество только из центральной части ячейки участвует в коалесценции. Две тонкие полоски нематика остаются вблизи поверхностей. Во время второго этапа нематические полоски трансформируются в небольшие капли на поверхностях ячейки. Впервые нами описаны временные и геометрические особенности двухстадийного процесса коалесценции.

2. Детали эксперимента. Нематический жидкий кристалл E7 (Synthon Chemicals) был использован для исследования коалесценции капель. Оптические ячейки Хеле–Шоу, использованные в эксперименте, имели зазор 20 мкм. Внутренние поверхности двух стеклянных пластин были покрыты ориентирующим слоем, задающим гомеотропное сцепление молекул с поверхностью (длинные оси молекул перпендикулярны поверхности ячейки). Наблюдения проводились с помощью оптического микроскопа Olympus BX51 в режиме пропускания. Температура контролировалась термостатирующим устройством Linkam LTS120. Измерения проводились в двухфазной области нематик – изотропная жидкость. При нагреве образца до температуры двухфазной области в нематике зарождались и росли капли изотропной жидкости. Слияние капель приводило к образованию капель большего размера. При достижении необходимого размера капель нагрев прекращался. Таким путем нам также удавалось получить участки с плоской границей между изотропной и нематической фазами и с каплями изотропной жидкости вблизи плоской границы. Вещество в нематической фазе смачивает поверхность ячейки. В двухфазной области изотропные капли имеют выпуклый мениск [42].

События при коалесценции снимались с помощью видеокамеры Baumer VCXU-2C. Обычно первоначальная скорость съемки в эксперименте устанавливалась равной 500 кадров в секунду. Такая скорость требовалась для исследования начальной стадии коалесценции. На более поздних этапах, когда динамика была существенно более медленной, частота съемки обычно уменьшалась, чтобы уменьшить размер записанной последовательности кадров. Использованное программное обеспечение камеры имело опцию изменения частоты съемки кадров без прерывания записи. Записанные изображения анализировались, определялись геометрические параметры капель и их динамика.

3. Результаты и обсуждение. На рисунке 1 показана коалесценция двух изотропных капель в

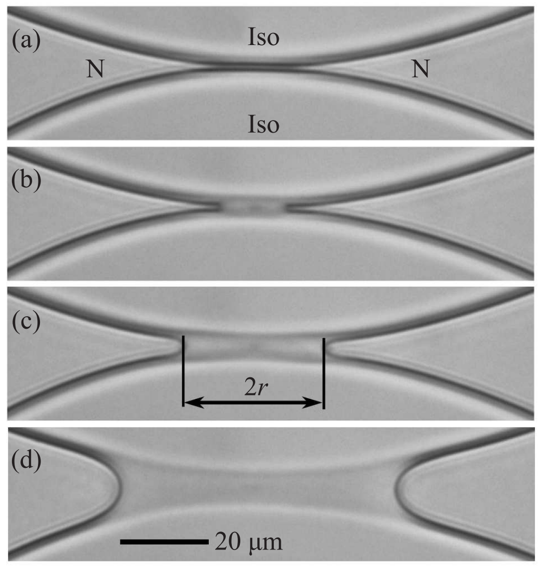

Рис. 1. Коалесценция изотропных капель большого радиуса в окружении нематика. Коалесценция начинается с образования перешейка между каплями (a). При расширении перешейка между каплями нематик вблизи поверхностей ячейки остается в области перешейка и виден как серая полоса (b)–(d). Фотографии (b), (c), (d) сняты через 0.014 с, 0.038 с, 0.28 с после начала коалесценции

окружении нематика в ячейке Хеле–Шоу. Изображения демонстрируют последовательные этапы коалесценции. На очень коротких временах ($t < 0.01$ с) между каплями образуется мостик. Изменения происходят в небольшом участке капель вблизи точки их контакта. Динамика определяется балансом между изменением движущей силы, а именно, поверхностной энергии, связанной с кривизной перешейка $d(\gamma\pi r^2)/dt$ и вязкой диссипации $\mu(dr/dt/r)^2 r^3$ на длине r. Такое рассмотрение позволило получить зависимость размера мостика $r(t)$ от времени, $r(t) \approx \gamma t/\mu$ [3]. Зависимость полуширины мостика r от времени показана на рис. 2. На раннем этапе в эксперименте наблюдается линейная зависимость (сплошная прямая, рис. 2). Затем (при $t < 0.2$ с) на краях

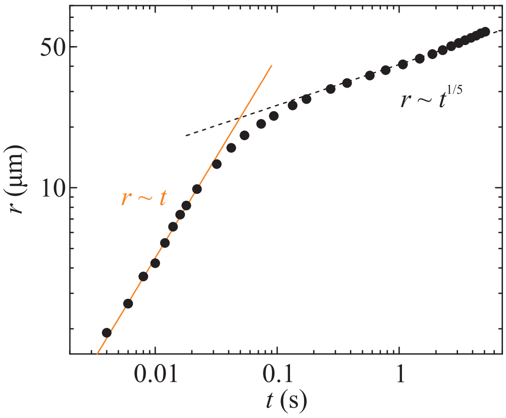

Рис. 2. (Цветной онлайн) Рост перешейка на рис. 1 от времени в двойном логарифмическом масштабе. Сплошная линия – линейная зависимость $r(t) \sim t$, пунктирная линия – степенная зависимость ширины перешейка $r(t) \sim t^{1/5}$

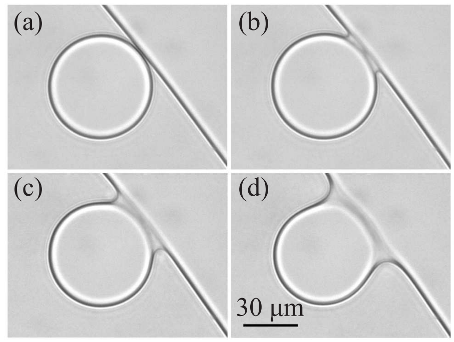

Рис. 3. Коалесценция круглой изотропной капли с полупространством. Кадры (b)–(d) сняты через 0.03, 0.1 и 0.4 с после начала слияния

перешейка образуются закругленные участки; существенные изменения происходят во всей капле. Основная диссипация теперь происходит на длине $D/2$ перпендикулярно поверхности ячейки и связана с течением Пуазейля, которое приводит к более медленной зависимости $r(t)$ от времени. Экспериментальные исследования Окумуры с соавторами [33, 36] демонстрируют зависимость $r(t) \sim (t)^{1/4}$ для коалесценции жидких капель (смеси глицерина с водой) в окружении другой жидкости (различные масла). Близкая зависимость $r(t) \sim (t)^{1/5}$ наблюдалась для пар капель в жидкокристаллических веществах в ячейках Хеле–Шоу с гомеотропными [41] и планарными [42] граничными условиями. В нашем случае зависимость ширины мостика от времени на более медленном этапе также может быть описана зависимостью $r(t) \sim (t)^{1/5}$ (пунктирная линия, рис. 2). Для двух капель теория [14] предсказывает универсальную зависимость радиуса вписанных в перешеек окружностей $r_0(t)$ от $r(t)$:

$$r_0(t) = r(t)^2/2(R^* - r(t)), \tag{1}$$

где R^* – радиус сливающихся капель. Насколько нам известно, такая зависимость не проверялась для случая течения Пуазейля. Другой исследованной геометрией была коалесценция круглой капли с объемом (полупространством с плоской границей изотропная жидкость – нематик, рис. 3). Эту ситуацию можно рассматривать как предельный случай слияния двух неодинаковых капель, когда радиус одной из капель стремится к бесконечности. Аналогичные случаю двух капель геометрические соображения приводят к зависимости

$$r_0(t) = r(t)^2/(4R^* - 2r(t)), \tag{2}$$

R^* – радиус круглой капли. Отметим, что знаменатель в выражении (2) существенно отличается от (1). Насколько нам известно, выражение (2) написано впервые и не было использовано для описания экспериментов. На рисунке 4 показана измеренная зависимость r_0 от r для коалесценции двух капель (рис. 1) и капли с объемом (рис. 3) для левой и правой частей перешейка. Пунктирная кривая – результат подгонки экспериментальных данных зависимостью (1), сплошная кривая – подгонка выражением (2) со свободным параметром R^*. Полученные в результате подгонки экспериментальных данных значения R^* близки к среднему радиусу капель (рис. 1) и к радиусу капли, сливающейся с полупространством (рис. 3). Можно видеть, что несмотря на простоту геометрических соображений, использованных при выводе выражений (1) и (2), экспериментальные данные хорошо описываются этими выражениями как для коалесценции двух капель, так и для коалесценции капли с объемом.

Мы обнаружили,что описанные выше процессы не полностью описывают коалесценцию. Когда видимый фронт коалесценции прошел, в области перешейка остается серая полоска (рис. 1, 3). Полоска существует как при коалесценции двух капель (рис. 1c, d), так и при коалесценции капли с объемом (рис. 3c, d). Прецизионные оптические наблюдения и подстройка фокуса микроскопа указывают, что серые полоски представляют собой тонкие слои нематика возле двух поверхностей ячейки. Таким образом, нематик не исчезает полностью во время первой стадии коалесценции, более того, видимая ширина остающихся слоев нематика увеличивается по мере того, как перешеек расширяется (рис. 1, 3).

Обнаруженное необычное поведение коалесценции в ячейке Хеле–Шоу может быть объяснено строением области перешейка между каплями. Форма

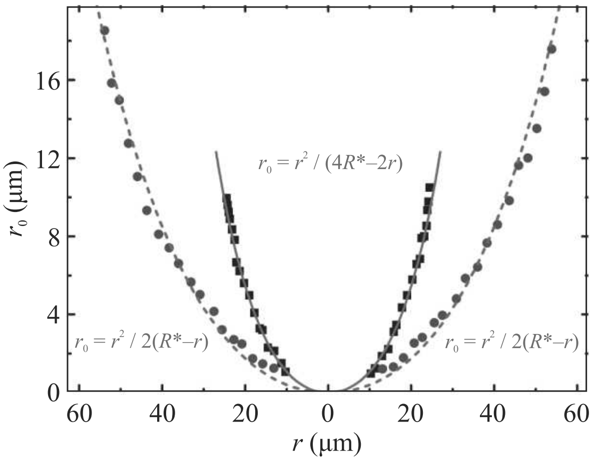

Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимость радиуса перешейка r_0 от r при коалесценции двух капель (точки) и коалесценции капли с полупространством (квадраты) для левого и правого края мостика. Пунктирная и сплошная кривая – результаты подгонки (аппроксимации) экспериментальных данных выражениями $r_0(t) = r(t)^2/2(R^* - r(t))$ (слияние двух капель) и $r_0(t) = r(t)^2/(4R^* - 2r(t))$ (слияние капли с объемом). Параметры подгонки $R^* = 134$ мкм (пунктирная кривая) и $R^* = 28.3$ мкм (сплошная кривая) близки к среднему радиусу двух сливающихся капель ($R \approx \approx 140$ мкм) и к радиусу капли, сливающейся с объемом ($R = 29.1$ мкм)

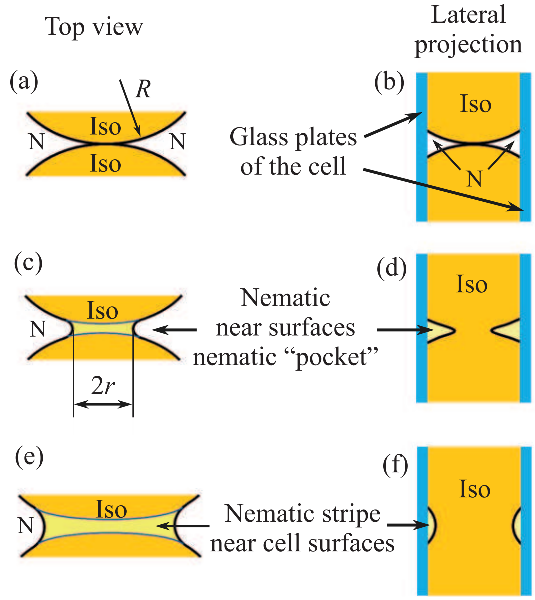

Рис. 5. (Цветной онлайн) Схематическое изображение коалесценции капель (желтые области) между стеклянными пластинами ячейки (голубые пластины). Показаны вид сверху (a), (c), (e) и боковая проекция (b), (d), (f). (a) – Область контакта двух капель перед коалесценцией. (c), (d) – В начале коалесценции между каплями образуется мостик, объем нематика между изотропными каплями в процессе коалесценции уменьшается. (e) – Капля с тонкими пленками нематика вблизи поверхностей стеклянных пластин

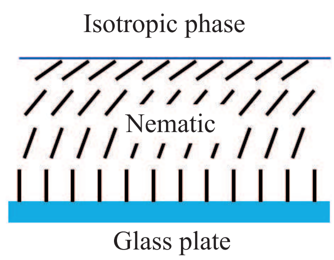

Рис. 6. (Цветной онлайн) Схематическое изображение гибридно ориентированного слоя нематика с гомеотропной ориентацией молекул вблизи твердой поверхности (внизу) и вырожденной конической ориентацией на границе между нематиком и изотропной жидкостью (вверху)

свободных капель жидкости сферическая. Однако в ячейке Хеле–Шоу даже до начала коалесценции форма капель вблизи точки их контакта может быть несферической. Вид ячейки на рис. 1a, c, d схематически представлен на рис. 5a, c, e. Круглая граница нематик – изотропная жидкость перед коалесценцией показана на виде сверху (рис. 5a). В перпендикулярном направлении (боковая проекция, рис. 5b, d, f) форма мениска определяется смачиванием с образованием нематических "карманов" вблизи поверхности (рис. 5d). Во время коалесценции, когда размер перешейка $2r$ увеличивается (рис. 5c, e), нематическое вещество уходит из "кармана" в перпендикулярных направлениях (рис. 5d), однако остаются тонкие полоски нематика вблизи поверхностей (рис. 5f). Тонкие нематические прослойки остаются из-за гибридных граничных условий для директора нематика [47–49]: сильное гомеотропное сцепление на границе твердое тело – нематик и более слабое коническое сцепление на границе изотропная жидкость–нематик (рис. 6). Угол наклона директора по отношению к нормали интерфейса жидкость–нематик около 50–55° [48–50]. Из-за быстрого потока материала во время расширения мостика тонкий слой нематика сохраняется вблизи поверхности. В результате "изображение" ("след") мениска остается вблизи поверхности после прохода видимого фронта коалесценции в виде тонкой полоски нематика. Максимальная ширина полоски около 10 мкм. Похожие нематические полоски также наблюдаются при коалесценции капли с объемом после того, как проходит фронт движения мостика (рис. 3). Образование полосок на поверхности можно также ожидать при коалесценции в окружении другой жидкости с сильным сцеплением с поверхностью.

Тонкие нематические полоски на поверхностях нестабильны (рис. 7, 8). Со временем ширина полоски уменьшается и происходит модуляция ширины (рис. 7b, 8b). Затем полоска разрывается вблизи двух концов (рис. 7c, 8c) и иногда в центре, одновременно или впоследствии. Остающиеся вытянутые полоски релаксируют, образуя одну или несколько небольших круглых капель. Трансформация полоски в небольшие капли напоминает образование микрокапель в результате нестабильности Рэлея–Плато [51]. Нестабильность Рэлея–Плато струй жидкости, длинных цилиндров с образованием сателлитных микрокапель – одно из наиболее исследуемых направлений динамики жидкости [19, 37, 38, 51, 52]. Причиной нестабильности является уменьшение поверхностной энергии при модуляции радиуса длинной цилиндрической струи. В нашем случае имеются различия с классической нестабильностью Рэлея–Плато. По сравнению с цилиндром для 2D полосок на поверхности модуляция ширины не приводит к уменьшению поверхностной энергии и к нестабильности. Модуляция должна сопровождаться увеличением толщины полоски. Мы обнаружили такую трансформацию в наших экспериментах. В классической неустойчивости Рэлея–Плато струи жидкости отношение длины волны наиболее быстро развивающейся нестабильности λ^R к радиусу струи r_1 равно 9.01 [51]. В экспериментах по коалесценции капель (рис. 7) отношение расстояния между минимумами ширины к полуширине полоски порядка 8. При слиянии капли с полупространством наблюдался широкий разброс этой величины. Мы наблюдали нестабильность и образование микрокапель на обеих поверхностях ячейки. На рисунке 7d две капли находятся на одной поверхности, на рис. 8d центральная капля находится на верхней поверхности ячейки, две капли по бокам на нижней поверхности ячейки. На двух поверхностях разрыв может происходить в немного разные моменты времени. Полученные результаты расширяют имеющиеся представления о механизмах коалесценции, об области динамики жидкости, в которой нестабильность Рэлея–Плато играет существенную роль.

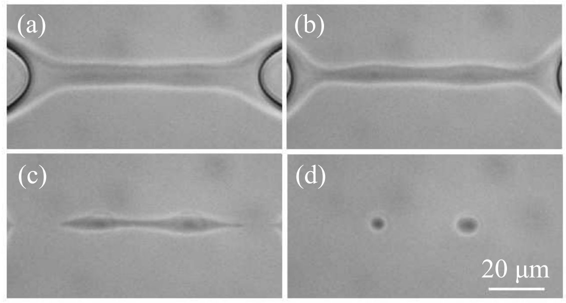

Рис. 7. Трансформация тонкой полоски нематика вблизи стеклянных поверхностей при коалесценции двух капель (рис. 1). Ширина полоски становится неоднородной (a), (b), затем полоска разрывается вблизи краев (c). Полоска трансформируется в небольшие капли (d). Фотографии (b), (c), (d) сняты через 1, 2.6, 4 с после кадра (a)

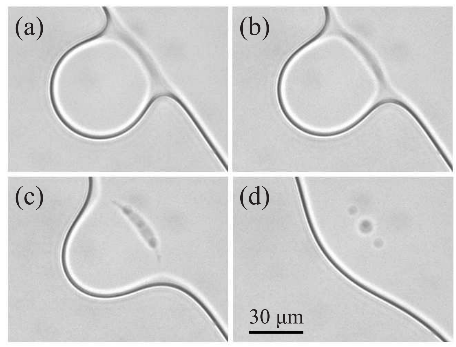

Рис. 8. Исчезновение тонкой полоски нематика вблизи стеклянных поверхностей при коалесценции капли с объемом (рис. 3). Ширина полоски становится неоднородной (a), (b), затем полоска разрывается вблизи краев (c). Полоска трансформируется в капли (d). Образуется центральная капля и две меньшие сателлитные капли. Фотографии (b), (c), (d) сняты через 0.4, 1.55, 7.5 с после кадра (a)

4. Заключение. Исследована коалесценция изотропных капель в нематике и коалесценция капель с плоской границей объемного резервуара. Исследования проведены в плоских оптических ячейках Хеле–Шоу, с использованием высокоскоростной регистрации изображений. Обнаружено, что коалесценция происходит двухстадийно. На первом этапе после образования мостика между каплями быстрое движение фронта коалесценции происходит только в середине ячейки. Тонкие нематические прослойки сохраняются на двух поверхностях ячейки. Полоски сохраняют информацию о мениске между изотропной и нематической фазами. Течение Пуазейля трансформируется в быстрое течение в средней части ячейки с сохранением нематических полосок у поверхности. На втором этапе нестабильность тонких прослоек приводит к их трансформации в микрокапли по механизму, похожему на нестабильность Рэлея–Плато.

Финансирование работы. Исследование выполнено в рамках государственного задания Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института физики твердого тела имени Ю. А. Осипьяна Российской академии наук. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. H. P. Kavehpour, "Coalescence of droplets", Annu. Rev. Fluid Mech. **47**, 245 (2015).
2. J. Kamp, J. Vilvork, and M. Kraume, "Droplet coalescence in technical liquid/liquid application: Review on experimental techniques and modelling applications", Rev. Chem. Eng. **33**, 1 (2017).
3. J. Eggers, J. E. Sprittles, and J. H. Shoeijer, "Coalescence dynamics", Annu. Rev. Fluid Mech. **57**(1), 61 (2025).
4. J. Eggers, J. R. Lister, and A. Stone, "Coalescence of liquid drops", J. Fluid Mech. **401**, 293 (1999).
5. S. C. Case and S. R. Nagel, "Coalescence in low-viscosity liquids", Phys. Rev. Lett. **100**, 084503 (2008).
6. S. C. Case, "Coalescence of low-viscosity fluids in air", Phys. Rev. E **79**, 026307 (2009).
7. J. D. Paulsen, J. C. Burton, and S. R. Nagel, "Viscous to inertial crossover in liquid drop coalescence", Phys. Rev. Lett. **106**, 114501 (2011).
8. J. D. Paulsen, J. C. Burton, S. R. Nagel, S. Appathurai, M. T. Harris, and O. A. Basaran, "The inexorable resistance of inertia determines the initial regime of drop coalescence", PNAS **109**, 6857 (2012).
9. J. E. Sprittles and Y. D. Shikhmurzaev, "Coalescence of liquid drops: Different models versus experiment", Phys. Fluids **24**, 122105 (2012).
10. J. D. Paulsen, "Approach and coalescence of liquid drops in air", Phys. Rev. E **88**, 063010 (2013).
11. J. D. Paulsen, R. Carmigniani, A. Kannan, J. C. Burton, and S. R. Nagel, "Coalescence of bubbles and drops in an outer fluid", Nat. Commun. **5**, 3182 (2014).
12. J. E. Sprittles and Y. D. Shikhmurzaev, "The coalescence of liquid drops in a viscous fluid: interface formation model", J. Fluid Mech. **751**, 480 (2014).
13. J. Munro, C. R. Antony, O. A. Basaran, and J. R. Lister, "Thin-sheet flow between coalescing bubbles", J. Fluid Mech. **773**, R3 (2015).
14. X. Xia, C. He, and P. Zhang, "Unified Viscous-to-inertial Scaling in Liquid Droplet Coalescence", Proc. Natl. Acad. Sci. USA **116**, 23467 (2019).
15. C. R. Antony, M. T. Harris, and O. A. Basaran, "Initial regime of drop coalescence", Phys. Rev. Fluids **5**, 033608 (2020).
16. E. Beaty and J. R. Lister, "Inertial coalescence of drops with some viscosity", J. Fluid Mech. **984**, A77 (2024).
17. N. V. Balenko, A. Y. Bobrovsky, and P. V. Dolganov, "The influence of cholesteric helical ordering on the dynamics of liquid crystal microdroplet coalescence", Liq. Cryst. **51**(3), 471 (2024).
18. J. E. Sprittles and Y. D. Shikhmurzaev, "A parametric study of the coalescence of liquid drops in a viscous gas", J. Fluid Mech. **753**, 279 (2014).
19. C. R. Anthony, H. Wee, V. Garg, S. S. Thete, P. M. Kamat, B. W. Wagoner, E. D. Wilkes, P. K. Notz, A. U. Chen, R. Suryo, K. Sambath, J. C. Panditaratne, Y.-C. Liao, and O. A. Basaran, "Sharp interface methods for simulation and analysis of free surface flows with singularities. Breakup and coalescence", Annu. Rev. Fluid Mech. **55**, 707 (2023).
20. C. R. Anthony, P. M. Kamat, S. S. Thete, J. P. Munro, J. R. Lister, M. T. Harris, and O. A. Basaran, "Scaling laws and dynamics of bubble coalescence", Phys. Rev. Fluids **2**, 083601 (2017).
21. L. Wang, F. Yang, L. Chen, M. Huang, D. Guan, H. Cui, and X. Zheng, "Coalescence of microbubble for the double-bubble-powered micromotor in viscous liquids near a confinement boundary", Flow **5**, E15 (2025).
22. D. H. Nguyen, *Smectic Liquid Crystal Freely Suspended Films: Testing Beds for the Physics in Thin Membranes, Ph. D. dissertation* (University of Colorado, Boulder, 2011);
https://scholar.colorado.edu/phys_gradetds/41.
23. R. Stannarius and K. Harth, *Inclusions in freely suspended smectic films*, in: *Liquid Crystals with Nano and Microparticles*, ed. by J. P. F. Lagerwal and G. Scalia (World Scientific, Singapore, 2017), p. 401.
24. N. S. Shuravin, P. V. Dolganov, and V. K. Dolganov, "Coalescence of viscous two-dimensional smectic islands", Phys. Rev. E **99**, 062702 (2019).
25. P. V. Dolganov, N. S. Shuravin, and V. K. Dolganov, "Coalescence of holes in two-dimensional free-standing smectic films", Phys. Rev. E **101**, 052701 (2020).
26. P. Dolganov, N. Shuravin, V. Dolganov, and E. Kats, "Two-dimensional coalescence of circular islands with smectic half-space", Liq. Cryst. **52**, 655 (2025).
27. J. C. Burton and P. Taborek, "Role of Dimensionality and Axisymmetry in Fluid Pinch-Off and Coalescence", Phys. Rev. Lett. **98**, 224502 (2007).
28. U. Delabre and A.-M. Cazabat, "Coalescence driven by line tension in thin nematic films", Phys. Rev. Lett. **104**, 227801 (2010).
29. M. A. Hack, W. Tewes, O. Xie, C. Datt, K. Harth, J. Hartin, and J. H. Snoeijer, "Self-Similar Liquid Lens Coalescence", Phys. Rev. Lett. **124**, 194502 (2020).
30. Y. Fei, Y. Ma, and H. Z. Li, "Initial drop coalescence at a liquid-liquid interface", AIChE **71**, e18879 (2025).
31. R. W. Hopper, "Coalescence of two equal cylinders: exact results for creeping viscous plane flow driven by capillarity", J. Am. Ceram. Soc. (Commun.) **67**, C-262 (1984).
32. A. Eri and K. Okumura, "Bursting of a thin film in a confined geometry: Rimless and constant-velocity dewetting", Phys. Rev. E **82**, 030601 (R) (2010).

33. M. Yokota and K. Okumura, “Dimensional crossover in the coalescence dynamics of viscous drops confined in between two plates”, Proc. Natl. Acad. Sci. USA **108**, 6395 (2011).
34. P. Oswald and G. Poy, “Droplet relaxation in Hele-Shaw geometry: Application to the measurement of the nematic-isotropic surface tension”, Phys. Rev. E **92**, 062512 (2015).
35. M. Chinaud, V. Voulgaropoulos, and P. Angeli, “Surfactant effects on the coalescence of a drop in a Hele-Shaw cell”, Phys. Rev. E **94**, 033101 (2016).
36. K. Okumura, “Viscous dynamics of drops and bubbles in Hele-Shaw cells: Drainage, drag friction, coalescence, and bursting”, Adv. Colloid Interface Sci. **255**, 64 (2018).
37. P. V. Dolganov, A. S. Zverev, K. D. Baklanova, and V. K. Dolganov, “Dynamics of capillary coalescence and breakup: Quasi-two-dimensional nematic and isotropic droplets”, Phys. Rev. E **104**, 014702 (2021).
38. P. V. Dolganov, A. S. Zverev, K. D. Baklanova, and V. K. Dolganov, “Quasi-two-dimensional coalescence of nematic and isotropic droplets and Rayleigh–Plateau instability in flat optical cells”, Soft Matter **18**, 126 (2022).
39. M. Ohashi, A. Toramaru, and A. Namiki, “Coalescence of two growing bubbles in a Hele-Shaw cell”, Sci. Rep. **12**, 1270 (2022).
40. П. В. Долганов, Н. А. Спириденко, В. К. Долганов, Е. И. Кац, К. Д. Бакланова, “Каскадное образование топологических дефектов и сателлитных капель при динамической неустойчивости в жидких кристаллах”, Письма в ЖЭТФ **118**, 118 (2023) [P. V. Dolganov, N. A. Spiridenko, V. K. Dolganov, E. I. Kats, and K. D. Baklanova, “Cascade Formation of Topological Defects and Satellite Droplets in Liquid Crystals at Dynamic Capillary Instability”, JETP Lett. **118**, 130 (2023)].
41. P. V. Dolganov, N. A. Spiridenko, and A. S. Zverev, “Dynamics of viscous droplet coalescence in the confined geometry of optical cells”, Phys. Rev. E **109**, 014702 (2024).
42. P. V. Dolganov, N. A. Spiridenko, and V. K. Dolganov, “Influence of Surface on the Development and Dynamics of Droplet Coalescence in Optical Cells at the Isotropic Liquid-Liquid Crystal Phase Transition”, Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques **19**, 8 (2025).
43. Y. M. Koga and K. Okumura, “Inertial Coalescence of a Liquid Drop Surrounded by Viscous Liquid”, J. Phys. Soc. Jpn. **91**, 025001 (2025).
44. В. В. Лазарев, И. В. Симдянкин, С. П. Палто, “Электроиндуцированное изменение направления спирали в слое хирального жидкого кристалла с фотоиндуцированным бинарным сцеплением”, Письма в ЖЭТФ **121**, 657 (2025) [V. V. Lazarev, I. V. Simdyankin, and S. P. Palto, “Electrically Induced Change in the Orientation of the Helix Axis in a Chiral Liquid Crystal Layer with Photoinduced Binary Anchoring”, JETP Lett. **121**, 625 (2025)].
45. П. В. Долганов, Е. А. Максимов, Н. В. Баленко, “Светоиндуцированное упорядочение скирмионов с образованием кубической фазы в хиральном нематике”, Письма в ЖЭТФ **122**, 299 (2025) [P. V. Dolganov, E. A. Maksimov, and N. V. Balenko, “Light-Induced Ordering of Skyrmions with the Formation of a Cubic Phase in Cholesteric Liquid Crystals”, JETP Lett. **122**, 315 (2025)].
46. Y. O. Volkov, B. S. Roschin, A. D. Nuzhdin, A. A. Zhukovich-Gordeeeva, E. P. Pozhidaev, R. V. Gainutdinov, V. E. Asadchikov, and B. I. Ostrovskii, “Structure of the hidden interfaces in liquid crystal electro-optical cell studied by X-ray scattering and atomic force microscopy”, JETP Lett. **122**, 430 (2025).
47. S. Faetti and V. Palleschi, “Measurement of the interfacial tension between nematic and isotropic phase of some cyanobiphenyls”, J. Chem. Phys. **81**, 6254 (1984).
48. Y. K. Kim, S. V. Shiyanovskii, and O. D. Lavrentovich, “Morphogenesis of defects and tactoids during isotropic-nematic phase transition in self-assembled lyotropic chronomic liquid crystals”, J. Phys. Condens. Matter **25**, 404202 (2013).
49. N. P. Haputhanthrige, S. Paladudu, M. O. Lavrentovich, and O. D. Lavrentovich, “Trapping of isotropic droplets by disclinations in nematic liquid crystals controlled by surface anchoring and elastic constant disparity”, Phys. Rev. E **109**, 064703 (2024).
50. P. V. Dolganov and N. A. Spiridenko, “Birth and annihilation of topological defects on the nematic-isotropic interface during droplet coalescence”, Liq. Cryst. **49**, 1933 (2022).
51. J. Eggers, “Nonlinear dynamics and breakup of free-surface flows”, Rev. Mod. Phys. **69**, 865 (1997).
52. T. Ishikawa, T.-N. Dang, and E. Lauga, “Instability of an active fluid jet”, Phys. Rev. Fluids **7**, 093102 (2025).