Письма в ЖЭТФ, том 123, вып. 12, с. 902 – 910

Об оценке влияния невычислительных состояний на вычислительные в системе трансмон–трансмон–резонатор

П. А. Гладилович[1)], *Р. А. Мигдисов*, *А. В. Саблук*, *П. С. Бурцев*, *Н. Н. Абрамов*, *Н. Ю. Руденко*, *В. И. Чичков*, *Н. А. Малеева*

Национальный исследовательский технологический университет МИСИС, 119049 Москва, Россия

Поступила в редакцию 13 апреля 2026 г.
После переработки 18 мая 2026 г.
Принята к публикации 19 мая 2026 г.

Точность логических операций между сверхпроводниковыми квантовыми битами может ограничиваться невычислительными состояниями, одевающими вычислительные. В настоящей работе экспериментально и аналитически исследована система, в которой вклад невычислительных состояний в одетые вычислительные изменяется в широком диапазоне при перестройке трансмонов. Оценка подобного вклада выполнена как на основе полной системы, так и с использованием эффективной и невозмущенной вычислительных мод. Полученные результаты свидетельствуют о важности корректной оценки и управления влиянием невычислительных состояний на вычислительные при оптимизации логических операций на сверхпроводниковой платформе.

DOI: 10.7868/S3034576626060214

Введение. На сегодняшний день сверхпроводниковые квантовые биты (кубиты) утвердились в роли одной из ведущих платформ для построения масштабируемых квантовых процессоров. Это обусловлено благоприятным сочетанием множества факторов, а именно когерентными свойствами кубитов, гибкостью управления ими, зрелостью технологий производства кубитов и др. [1–6]. Однако ключевым требованием для перехода к универсальным квантовым вычислениям является высокая точность операций, в том числе двухкубитных [5, 7].

Современные подходы к реализации двухкубитных операций полагаются на использование связующего элемента между кубитами. Подобный связующий элемент может быть как статическим (static coupler) [8–12], так и перестраиваемым (tunable coupler) [13–18]. Помимо этого, в организации связи между кубитами может участвовать как одна [17], так и несколько [19] мод связующего элемента. Во всех перечисленных случаях состояния связующего элемента являются невычислительными и оказывают воздействие на вычислительные состояния связываемых кубитов.

Как правило, подобное воздействие выражается в виде: (I) утечек в невычислительное подпространство [20–22] (динамический процесс); (II) снижения когерентных характеристик одетых [23, 24] (так называемый dressing, статический процесс) состояний вычислительного подпространства [22, 25]. Оба процесса ограничивают точность выполняемых операций.

Продвинутые протоколы подавления утечек, как, например, Phased-Averaged Leakage Error Amplificaion (PALEA), позволяют сократить вклад паразитной динамики в бюджет ошибки двухкубитной операции до 15 %, в то время как отсутствие контроля компонентного состава одетых вычислительных состояний приводит к росту вклада некогерентной ошибки в общий бюджет вплоть до 30 % [22].

Вклад невычислительных состояний в одетые вычислительные не всегда возможно исследовать экспериментально напрямую, так как он представляет степень пространственной делокализации волновой функции одетого состояния в элементах физической системы [26]. В данной работе исследованы три метода численной оценки степени влияния одного невычислительного состояния на вычислительные D (dressing) в трехэлементной квантовой цепи, состоящей из кубита (трансмона), связующего элемента (трансмона) и полуволнового резонатора. Проведена серия измерений в частотной области, продемонстрировавшая отличное согласие модельных и экспериментальных данных в динамике частот мод и эффективных связей. На основе модели выполнено сравнение точного расчета величины D в полной

[1)]e-mail: pa.gladilovich@misis.ru

системе с двумя упрощенными подходами, использующими эффективную и невозмущенную вычислительные моды. Важным результатом стало совпадение критической величины D с инверсией спектрального порядка и равенством эффективных связей системы. Полученные результаты свидетельствуют о важности верной оценки и управления степенью влияния невычислительного подпространства состояний на вычислительное при оптимизации логических операций на сверхпроводниковом квантовом процессоре.

1. Постановка задачи и архитектура системы. Исследуемая система включает в себя три ключевых элемента, связанных друг с другом последовательно в цепь: кубит (Qubit, Q), соединительный элемент (Coupler, C) и полуволновой резонатор (bus). Одетое состояние $|\psi^{(k)}\rangle_{\text{dressed}}$ в системе может быть разложено с использованием базиса "голых" (bare) состояний (базиса невзаимодействующих элементов) следующим образом:

$$|\psi^{(k)}\rangle_{\text{dressed}} = \sum_{\mathcal{Q},\mathcal{C},\mathcal{B}} c^{(k)}_{\mathcal{Q},\mathcal{C},\mathcal{B}} |\mathcal{Q},\mathcal{C},\mathcal{B}\rangle_{\text{bare}},$$
$$\sum_{\mathcal{Q},\mathcal{C},\mathcal{B}} |c^{(k)}_{\mathcal{Q},\mathcal{C},\mathcal{B}}|^2 = 1, \tag{1}$$

где коэффициенты $c^{(k)}_{\mathcal{Q},\mathcal{C},\mathcal{B}}$ задают вклад "голых" состояний $|\mathcal{Q},\mathcal{C},\mathcal{B}\rangle_{\text{bare}}$ в одетое. Далее мы будем опускать нижний индекс bare, обозначая $|\mathcal{Q},\mathcal{C},\mathcal{B}\rangle_{\text{bare}} = |\mathcal{Q},\mathcal{C},\mathcal{B}\rangle$. Если рассматривать взаимодействие первых возбужденных состояний элементов Q, C, bus, то разложение (1) упрощается до

$$|\psi^{(k)}\rangle_{\text{dressed}} = c^{(k)}_{e,g,0}|e,g,0\rangle +$$
$$c^{(k)}_{g,e,0}|g,e,0\rangle + c^{(k)}_{g,g,1}|g,g,1\rangle,$$
$$|c^{(k)}_{e,g,0}|^2 + |c^{(k)}_{g,e,0}|^2 + |c^{(k)}_{g,g,1}|^2 = 1. \tag{2}$$

Будем называть одетые состояния в соответствии с их основным базисным вектором, например, для резонатора

$$|\text{bus}\rangle = c_{e,g,0}|e,g,0\rangle +$$
$$c_{g,e,0}|g,e,0\rangle + c_{g,g,1}|g,g,1\rangle,$$
$$|c_{e,g,0}|^2 + |c_{g,e,0}|^2 < |c_{g,g,1}|^2. \tag{3}$$

Данный формализм требует выполнения неравенств, аналогичных тому, что представлено в (3).

В исследуемой системе элементы Q и C реализованы в виде иксмонов [27] с двухконтактным ассимметричным СКВИДом, тогда как элемент bus представляет собой отрезок копланарной линии передач (рис. 1). Считывание состояний Q и C производится через индивидуальные четвертьволновые резонаторы, связанные с общей линией считывания. Потоковое смещение и микроволновое возбуждение элементов Q и C осуществляется через индивидуальные линии контроля.

$$\hat{H} = \sum_{i=[Q,C]} \left[4E_C^{(i)}\hat{n}^2_{(i)} - (E_J^{(i)} + E_j^{(i)})\cos\hat{\varphi}_{(i)}\cos\left(\pi\frac{\Phi_{(i)}}{\Phi_0}\right) + (E_J^{(i)} - E_j^{(i)})\sin\hat{\varphi}_{(i)}\sin\left(\pi\frac{\Phi_{(i)}}{\Phi_0}\right)\right] +$$
$$+ \hbar\omega_{\text{bus}}\cdot\hat{a}^\dagger\hat{a} + g_{Q-C}\cdot\hat{n}_Q\hat{n}_C + g_{C-\text{bus}}\cdot\hat{n}_C\hat{n}_{\text{bus}} + g_{Q-\text{bus}}\cdot\hat{n}_Q\hat{n}_{\text{bus}}. \tag{4}$$

Полный гамильтониан системы (4) содержит энергии отдельных подсистем и связи между ними. Фундаментальная мода полуволнового копланарного резонатора bus описывается как LC-осциллятор с частотой $\omega_{\text{bus}}/2\pi = 4.238$ ГГц. Емкостями на землю C_{Q-gnd}, C_{C-gnd} и параметрами контактов СКВИДа заданы характерные емкостные $E_C^Q = E_C^C = 285$ МГц и джозефсоновские энергии $E_J^Q = 4.7$ ГГц, $E_j^Q = 9.1$ ГГц, $E_J^C = 4.4$ ГГц, $E_j^C = 8.8$ ГГц, определяющие диапазон перестройки частот $f_Q \in [2.821, 5.307]$ ГГц и $f_C \in [2.834, 5.185]$ ГГц от внешнего потока. Взаимными емкостями C_{Q-C}, $C_{C-\text{bus}}$, $C_{Q-\text{bus}}$ заданы прямые емкостные связи $g_{Q-C} = 7.861$ МГц, $g_{C-\text{bus}} = 14.675$ МГц, $g_{Q-\text{bus}} = 0.234$ МГц. Перечисленные выше численные значения получены из спектроскопических измерений образца, показанного на рис. 1b.

Уместность использования гамильтониана (4) для описания системы, показанной на рис. 1, демонстрируют результаты двух экспериментов, в которых Q использовался как сканирующий элемент вблизи квазипересечения уровней верхней (U) и нижней (L) мод подсистемы C-bus для оценки положения мод (рис. 2) и их эффективного взаимодействия g_{eff} (рис. 3) при различных внешних потоках в СКВИДе элемента C. Как и любые одетые состояния, состояния $|U\rangle$ и $|L\rangle$ могут быть разложены по базису "голых" состояний $|e,g,0\rangle$, $|g,e,0\rangle$, $|g,g,1\rangle$ аналогично уравнению (3). По мере потокового смещения

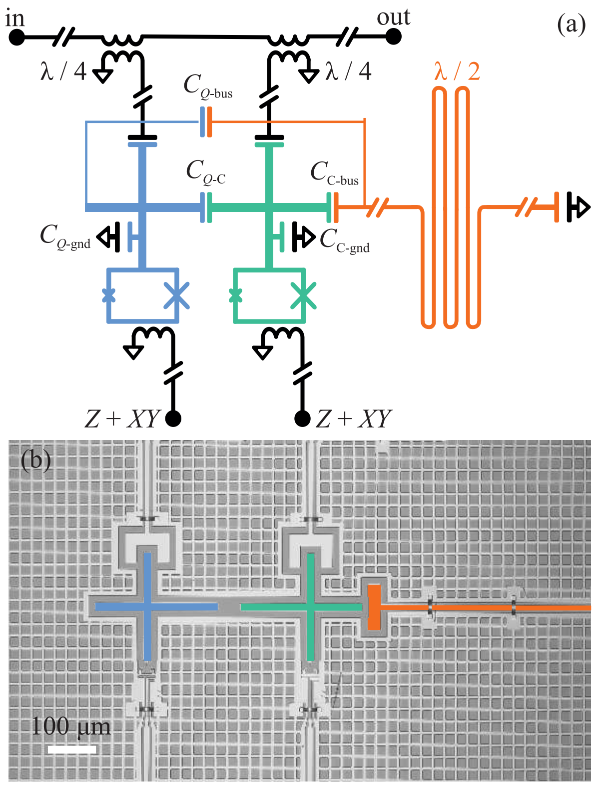

Рис. 1. (Цветной онлайн) (a) – Электрическая схема и (b) – раскрашенная оптическая фотография исследуемой системы. Кубит (Qubit, Q) обозначен синим, соединительный элемент (Coupler, C) – зеленым, полуволновой резонатор (bus) – оранжевым. Индивидуальные считывающие $\lambda/4$ резонаторы емкостно связаны с Q и C и обозначены черным. Оба резонатора связанны с копланарной передающей линией in–out. Со СКВИДами элементов Q и C индуктивно связаны линии $Z+XY$ для потокового смещения и микроволнового возбуждения трансмонов

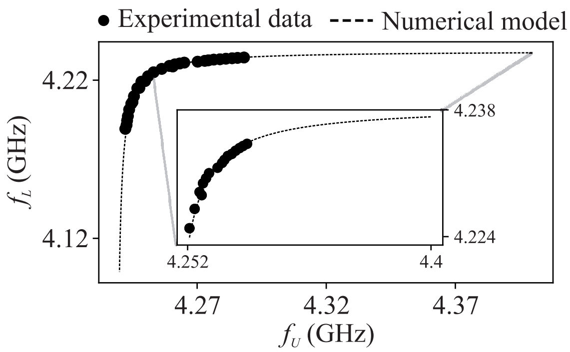

Рис. 2. (Цветной онлайн) Экспериментальные (точки) и модельные (пунктирная линия) данные зависимости частоты нижней моды (L) от частоты верхней моды (U) подсистемы C-bus в зависимости от потокового смещения элемента C. На вставке показана область частот до критического значения $f_U = f_U^c$

элемента C и изменения частот мод системы компонентный состав одетых состояний $|U\rangle$ и $|L\rangle$, задающийся величинами $c_{e,g,0}$, $c_{g,e,0}$, $c_{g,g,1}$, изменяется. Детальный анализ компонентного состава одетых состояний проводится в разделе 2. Здесь упомянем только начальную конфигурацию системы, в которой элемент C лежит выше элемента bus, т.е. $|U\rangle \leftrightarrow |C\rangle \approx |g,e,0\rangle$ и $|L\rangle \leftrightarrow |\text{bus}\rangle \approx |g,g,1\rangle$.

Первый эксперимент заключался в сканировании кубитом Q нижней моды подсистемы C-bus (мода L, изначально соответствующая bus) при различных потоковых смещениях связующего элемента C. Положение квазипересечения между состояниями Q и L задает как частоту моды f_L, так и эффективную связь g_{eff}^{Q-L} (рис. 3a). Одновременно с этим отслеживалась частота верхней моды f_U, изначально соответствовавшей элементу C. Точками на рис. 2 показан пример измеренной зависимости частоты нижней моды f_L от частоты верхней моды f_U.

Во втором эксперименте кубит Q аналогичным образом сканировал верхнюю моду подсистемы C-bus (мода U, изначально соответствующая C) от внешнего потока на элемент C, что позволило отследить частоту верхней моды f_U по положению квазипересечения Q–U и эффективную связь g_{eff}^{Q-U} (рис. 3a). Отследить моду L во всем диапазоне смещений элемента C не представлялось возможным из-за отсутствия индивидуального считывающего резонатора у элемента bus, которому, начиная с определенного момента, соответствует мода L.

Обобщенные результаты экспериментов представлены на рис. 3a, где показаны зависимости эффективных связей g_{eff}^{Q-L} и g_{eff}^{Q-U} от частоты верхней моды f_U. Анализ данных выявил две уникальные области частот f_U с точки зрения соотношения эффективных связей. В области высоких частот ($f_U > f_U^c \approx 4.252$ ГГц), эффективная связь g_{eff}^{Q-U} доминирует над g_{eff}^{Q-L}. При этом на верхней границе области при $f_U \approx 4.4$ ГГц имеем $g_{\text{eff}}^{Q-U} \approx g_{Q-C}$ и $g_{\text{eff}}^{Q-L} \approx g_{Q-\text{bus}}$, что подтверждает начальную конфигурацию следования частот элементов, представленную на рис. 3c. Если рассмотреть динамику частот мод при $f_U > f_U^c$, представленную во вставке рис. 2, то можно заметить изменение частоты нижней моды L от $f_L \approx 4.238$ ГГц на верхней границе диапазона до $f_L \approx 4.224$ ГГц на нижней границе при $f_U = f_U^c$. Именно такое изменение частоты соответствует гибридизации моды элемента bus от $f_{\text{bus}} = \omega_{\text{bus}}/2\pi$ до $f_{\text{bus}} = \omega_{\text{bus}}/2\pi - g_{C-\text{bus}}$ при приближении сверху связанного с ним элемента C вплоть до критического значения $f_C^c = \omega_{\text{bus}}/2\pi + g_{C-\text{bus}} \approx 4.252$ ГГц. В области низких частот ($f_U < f_U^c$) наблюдается инверсия

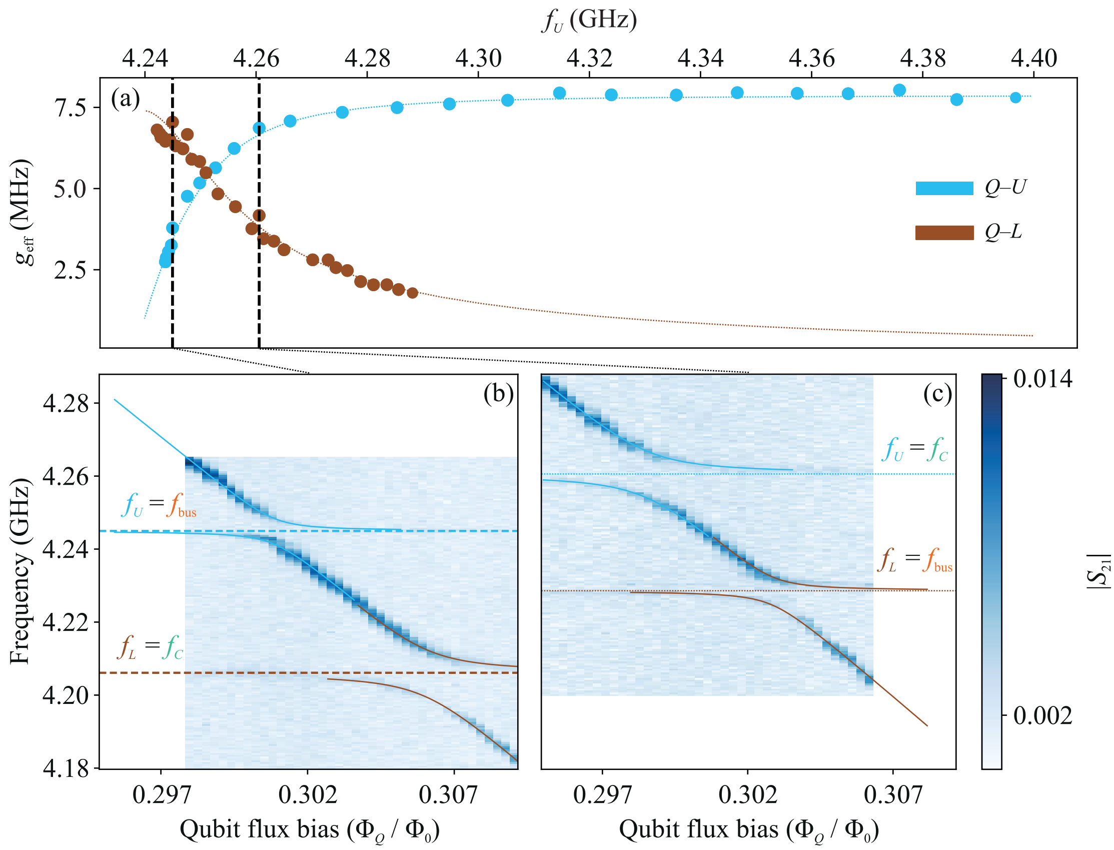

Рис. 3. (Цветной онлайн) Сравнение экспериментальных и модельных данных об эффективных связях кубита Q с верхней (U) и нижней (L) модами подсистемы C-bus. (a) – Зависимости эффективных связей g_{eff}^{Q-U} (голубой цвет) и g_{eff}^{Q-L} (коричневый цвет) от частоты верхней моды f_U. Пунктирные линии – данные модели (4), точки – экспериментальные данные. (b), (c) – Пример экспериментальных и модельных данных о спектре системы до (c) и после (b) инверсии спектрального порядка

соотношения эффективных связей ($g_{\text{eff}}^{Q-U} < g_{\text{eff}}^{Q-L}$) с выходом на $g_{\text{eff}}^{Q-L} \approx g_{Q-C}$ и $g_{\text{eff}}^{Q-U} \approx g_{Q-\text{bus}}$ у нижней границе области, что свидетельствует об инверсии начальной конфигурации следования частот элементов C и bus (рис. 3b). В точке f_U^c величина эффективных связей $g_{\text{eff}}^{Q-L} = g_{\text{eff}}^{Q-U} = g_{\text{eff}}^c \approx 5.2$ МГц. Экспериментальные данные во всем диапазоне демонстрируют отличное согласие с результатами численного моделирования (4) как в динамике частот мод (рис. 2), так и в поведении эффективных связей (рис. 3), что подтверждает адекватность модели и позволяет использовать (4) для дальнейшего анализа компонентного состава одетых состояний системы.

2. Методы оценки вклада невычислительных состояний в вычислительные. В контексте квантовых вычислений критически важно количественно оценивать степень участия нежелательных (невычислительных) уровней в динамике рабочих состояний. В соответствии с уравнением (2), в данной работе величиной D описывается доля участия $|c_{\mathcal{Q},\mathcal{C},\mathcal{B}}|^2$ основного базисного вектора $|\mathcal{Q},\mathcal{C},\mathcal{B}\rangle$ одетого невычислительного состояния $|U\rangle$ в одетых вычислительных состояниях $|Q\rangle$ и $|L\rangle$, введенных в резонанс (рис. 4a). Подобный сценарий положения спектральных линий встречается при выполнении двухкубитных операций (например, iSWAP [17]), когда моды вычислительных состояний вводятся в резонанс для максимизации взаимодействия, а мода невычислительного состояния приближается по частоте, создает требуемое взаимодействие и одевает рабочую пару. Таким образом, D равен $|c_{g,e,0}|^2$ или $|c_{g,g,1}|^2$ разложенных состояний $|Q\rangle$, $|L\rangle$ в зависимости от основного базисного вектора одетого состояния $|U\rangle$ ($|g,g,1\rangle$ или $|g,e,0\rangle$ соответственно). Граница в $D = 50\,\%$ выбрана как условный порог смены основного базисного вектора одетого состояния: превышение этого значения означает, что состояние, идентифицируемое как один элемент (например $|\text{bus}\rangle$ в (3)), становится по составу ближе

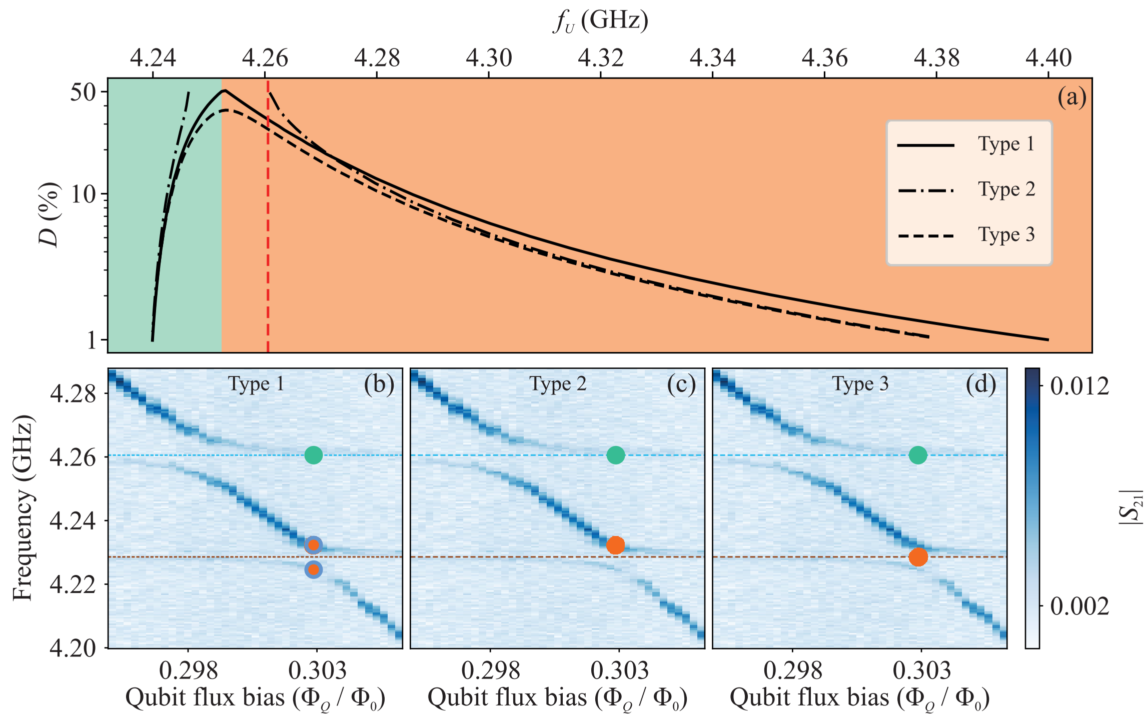

Рис. 4. (Цветной онлайн) Сравнение трех методов оценки степени влияния D невычислительного состояния (основной базисный вектор одетого невычислительного состояния $|U\rangle$) на одетые вычислительные состояния ($|Q\rangle$ и $|L\rangle$), частоты которых введены в резонанс. (a) – Зависимость D от частоты верхней моды f_U, рассчитанная в полной системе (тип 1, сплошная линия), с использованием эффективной моды (тип 2, штрих-пунктирная линия) и с использованием невозмущенной моды (тип 3, пунктирная линия). Красная пунктирная линия обозначает значение f_U, при которой производилось сравнение трех методов. Цвета фона отображают диапазоны соответствия между одетым вычислительным состоянием $|L\rangle$ и: одетым состоянием $|\mathrm{bus}\rangle$ – оранжевый, одетым состоянием $|C\rangle$ – зеленый. (b)–(d) – Спектр со схематическими иллюстрациями методов оценки: (b) точный метод в полной трехэлементной системе, (c) – метод с эффективной модой в качестве вычислительной (использование ближней к C моды квазипересечения Q-bus), (d) – метод с невозмущенной модой в качестве вычислительной (использование моды в центре квазипересечения Q-bus)

к состоянию другого элемента (например $|C\rangle$ при $|c_{e,g,0}|^2 + |c_{g,g,1}|^2 < |c_{g,e,0}|^2$). Далее мы рассмотрим три метода оценки одетости. Демонстрация предложенных методов оценки одетости производилась на примере данных, изображенных на рис. 3c, на которых все три метода точно идентифицируют соответствия $|U\rangle \leftrightarrow |C\rangle$ и $|L\rangle \leftrightarrow |\mathrm{bus}\rangle$ с $f_U = f_C = 4.261$ ГГц, $f_L = f_{\mathrm{bus}} = 4.229$ ГГц, $g_{\mathrm{eff}}^{Q-U} = g_{\mathrm{eff}}^{Q-C} = 6.867$ МГц, $g_{\mathrm{eff}}^{Q-L} = g_{\mathrm{eff}}^{Q-\mathrm{bus}} = 4.172$ МГц (красная пунктирная линия на рис. 4a).

Первый метод – расчет в полной системе (рис. 4b), рассматривает всю трехэлементную систему с кубитом Q, введенным в резонанс с резонатором bus, эффективная связь и соответствующее расщепление на $2g_{\mathrm{eff}}^{Q-\mathrm{bus}}$ между которыми возникли за счет связующего элемента C, расположенного сверху по частоте. Гамильтониан полной системы (4) сводится к виду:

$$\hat{H}_{\mathrm{full}} = h \begin{pmatrix} f_Q' & g_{\mathrm{eff}}^{Q-C} & g_{\mathrm{eff}}^{Q-\mathrm{bus}} \\ g_{\mathrm{eff}}^{Q-C} & f_C' & g_{\mathrm{eff}}^{C-\mathrm{bus}} \\ g_{\mathrm{eff}}^{Q-\mathrm{bus}} & g_{\mathrm{eff}}^{C-\mathrm{bus}} & f_{\mathrm{bus}}' \end{pmatrix}. \qquad (5)$$

Решая задачу на собственные значения и вектора, можно получить частоты одетых собственных состояний $|C\rangle, |Q\rangle, |\mathrm{bus}\rangle$, равные $f_C, f_{\mathrm{bus}} + g_{\mathrm{eff}}^{Q-\mathrm{bus}}, f_{\mathrm{bus}} - g_{\mathrm{eff}}^{Q-\mathrm{bus}}$ соответственно, и изображенные кружками на рис. 3b. Нами решалась обратная задача по поиску $f_Q', f_C', f_{\mathrm{bus}}'$ гамильтониана (5), возмущение которых связями $g_{\mathrm{eff}}^{Q-C}, g_{\mathrm{eff}}^{C-\mathrm{bus}}, g_{\mathrm{eff}}^{Q-\mathrm{bus}}$ в модели позволяет получить экспериментально измеренные частоты упомянутых выше одетых состояний. Результаты решения обратной задачи представлены на рис. 2 пунктирной линией. Степень влияния невычислительного состояния D оценивается через обратную проекцию: анализируется, насколько одетое состояние $|C\rangle$ содержит базисные вектора $|e,g,0\rangle$ и $|g,g,1\rangle$, т.е. $D = |\langle e,g,0|C\rangle|^2 + |\langle g,g,1|C\rangle|^2 = |c_{e,g,0}|^2 + |c_{g,g,1}|^2$. В силу симметрии взаимодействия, это эквивалентно оценке вклада состояния $|g,e,0\rangle$ в одетые вычислительные состояния $|Q\rangle, |\mathrm{bus}\rangle$. Для указанной на рис. 4b конфигурации мод первый метод дает значение $D = 31\,\%$.

Второй метод – расчет через эффективную моду (рис. 4c), рассматривает систему, где вместо резонансной пары Q-bus взята одна эффективная мода bus, сдвинутая по частоте на величину эффективного взаимодействия $g_{\text{eff}}^{Q-\text{bus}}$ в сторону моды C. Это соответствует положению моды в спектре квазипересечения Q-bus редуцированной исходной системы (5), ближайшей к C. Гамильтониан эффективной системы имеет вид:

$$\hat{H}_{\text{eff}} = h \begin{pmatrix} f_C^{''} & g_{\text{eff}}^{C-\text{bus}} \\ g_{\text{eff}}^{C-\text{bus}} & f_{\text{bus}}^{''} \end{pmatrix}. \qquad (6)$$

Частоты одетых состояний $|C\rangle$ и $|\text{bus}\rangle$, являющихся собственными векторами гамильтониана (6), равны $f_C, f_{\text{bus}}+g_{\text{eff}}^{Q-\text{bus}}$ соответственно. В данном случае величина D определяет степень влияния на единственное одетое вычислительное состояния $|\text{bus}\rangle$ и равна $D = |\langle e,0|\text{bus}\ \rangle|^2 = |c_{e,0}|^2 = 49\,\%$ для конфигурации с рис. 4c.

Третий метод – расчет через невозмущенную моду (рис. 4d), рассматривает систему, описываемую аналогичным второму методу гамильтонианом $\hat{H}_{\text{eff}}$, но одетое вычислительное состояние $|\text{bus}\rangle$ расположено по центру квазипересечения Q-bus редуцированной исходной системы (5). Такому эффективному гамильтониану будут соответствовать свои невозмущенные частоты, а его собственные значения равны $h \cdot f_C$ и $h \cdot f_{\text{bus}}$ (собственные векторы $|C\rangle$ и $|\text{bus}\rangle$ соответственно). Степень влияния невычислительного состояния D при данном спектральном порядке оценивается аналогично второму методу и дает $D = |\langle e,0|\text{bus}\ \rangle|^2 = |c_{e,0}|^2 = 26\,\%$ для конфигурации с рис. 4d.

Продемонстрировав принцип работы каждого из трех методов по отдельности на примере одного из положений по частоте f_U, а именно данных, изображенных на рис. 3c, вернемся к общему графику на рис. 4a для сравнения методов. Метод расчета 1 (в полной системе) нам говорит, что степень влияния D невычислительного состояния (основной базисный вектор одетого состояния $|U\rangle$) на одетые вычислительные $|Q\rangle, |L\rangle$ растет от 1 % при $f_U \approx 4.4$ ГГц до 50 % при $f_U = f_U^c \approx 4.252$ ГГц, а затем начинает снижаться до 1 % при $f_U \approx 4.238$ ГГц. Помимо величины D, метод позволяет идентифицировать основные базисные вектора одетых состояний $|U\rangle$ и $|L\rangle$ во всем частотном диапазоне: при $f_U > f_U^c$ наблюдается $|L\rangle \leftrightarrow |\text{bus}\rangle \approx |g,g,1\rangle$ (оранжевая область на рис. 4a), а при $f_U < f_U^c$ граница $D = 50\,\%$ преодолевается и наблюдается $|L\rangle \leftrightarrow |C\rangle \approx |g,e,0\rangle$ (зеленая область на рис. 4a). Более того, преодоление границы одетости $D = 50\,\%$ в случае первого метода происходит синхронно с изменением знака в соотношении эффективных связей g_{eff}^{Q-U}, g_{eff}^{Q-L} (рис. 3a) и гибридизацией моды L до $\omega_{\text{bus}}/2\pi - g_{C-\text{bus}}$ (рис. 2), позволяя нам интерпретировать область вблизи $f_U = f_U^c$ как область смены основных базисных векторов одетых состояний $|U\rangle$ и $|L\rangle$ с $|U\rangle \leftrightarrow |C\rangle \approx |g,e,0\rangle$, $|L\rangle \leftrightarrow |\text{bus}\rangle \approx \approx |g,g,1\rangle$ при $f_U > f_U^c$ на $|U\rangle \leftrightarrow |\text{bus}\rangle \approx |g,g,1\rangle$, $|L\rangle \leftrightarrow |C\rangle \approx |g,e,0\rangle$ при $f_U < f_U^c$. По сравнению с первым методом, второй и третий методы в области высоких частот f_U несколько занижают величину D, а вблизи $f_U = f_U^c$ метод 2 (эффективной моды) начинает ее завышать с преждевременным заходом на и запоздалым выходом с 50 %, в то время как метод 3 (невозмущенной моды) не достигает границы 50 % вовсе. Исходя из этого, метод 2 можно рассматривать как консервативную оценку сверху степени влияния невычислительных состояний на вычислительные вблизи критического значения, что важно в случае стремления к дисперсионному режиму. Все три метода можно использовать для оценки D вдали от критического значения. При этом всем использование эффективной (метод 2) или невозмущенной (метод 3) мод упрощает оценку влияния невычислительных состояний на вычислительные в системах с множеством невычислительных. В системе с несколькими соединительными элементами $C_1, ...C_N$ степень их влияния на эффективное/невозмущенное вычислительное состояние может быть оценена как $\sum_{\mathcal{C}_1,...\mathcal{C}_N} |\langle \mathcal{C}_1, ...\mathcal{C}_N, 0|\text{bus}\rangle|^2 = \sum_{\mathcal{C}_1,...\mathcal{C}_N} |c_{\mathcal{C}_1,...\mathcal{C}_N,0}|^2$, в то время как обратная проекция перестает работать при нескольких соединительных элементах, что является неоспоримым преимуществом второго и третьего методов над первым в контексте задачи по уменьшению паразитного влияния на вычислительное подпространство.

3. Обсуждение и заключение. Выбранная трехэлементная система (рис. 1) позволила в деталях экспериментально изучить взаимосвязь между динамикой эффективных связей элементов, частотами их мод и компонентным составом одетых состояний. Это стало возможным в том числе благодаря подходящему соотношению констант связи: связь между элементом-сканером Q и его соседом C была меньше связи между сканируемыми элементами C и bus ($g_{Q-C} < g_{C-\text{bus}}$). В результате нам удалось разрешить положения мод U и L, а также эффективные связи $Q-U$ и $Q-L$, вплоть до критической величины $D = 50\,\%$ при $f_U = f_U^c$ без существенного возмущения спектра процедурой сканирования.

Данные на рис. 3a и 4a показывают значительное влияние величины D на эффективные взаимодействия в системе. Видно, как локальная емкостная связь $g_{\rm eff}^{Q-C}$ между элементами Q и C убывает от величины константы связи g_{Q-C} при большой отстройке между модами C и bus вплоть до критического значения $g_{\rm eff}^{c}$ при отстройке, равной $2g_{C-\rm bus}$ (голубая пунктирная линия на рис. 3a). В это же время нелокальная связь между элементами Q и bus $g_{\rm eff}^{Q-\rm bus}$ растет от константы связи $g_{C-\rm bus}$ до критического значения $g_{\rm eff}^{c}$ (коричневая пунктирная линия на рис. 3a). Это указывает на прямую взаимосвязь компонентных составов состояний и эффективных связей между ними. При этом эффективная связь между пространственно локальными состояниями $g_{\rm eff}^{Q-C}$ доминирует над связью между нелокальными $g_{\rm eff}^{Q-\rm bus}$ во всем диапазоне частот, кроме точки их равенства при критической величине D.

На вставке рис. 2, как было детально описано в разделе 1, показана гибридизация моды bus от $f_{\rm bus} = \omega_{\rm bus}/2\pi$ при низких D до $f_{\rm bus} = \omega_{bus}/2\pi - g_{C-\rm bus}$ при высоких D. Частота моды bus изменяется в конкретных пределах и коррелирует с повышением степени влияния элемента C. При наличии индивидуального считывающего резонатора подобный частотный сдвиг возможно измерить напрямую и, тем самым, характеризовать степень влияния невычислительных состояний на целевые вычислительные.

Описанные методы оценки величины D, как было упомянуто в разделе 2, имеют свои преимущества и недостатки. Наиболее полный, первый, метод напрямую не применим для систем с количеством невычислительных состояний больше одного, при этом работоспособность остальных двух методов не зависит от количества одевающих состояний. Второй метод, или метод эффективной моды, является хорошим методом оценки D сверху и довольно точным методом оценки низких D, в то время как третий метод может быть использован только в области низких D из-за занижения степени влияния невычислительных состояний на вычислительные в области ее критического значения.

В заключение, разовьем аналогию с универсальными квантовыми вычислениями, начатую в разделе 2. Пусть выполняется двухкубитная операция (например, iSWAP) между вычислительными состояниями элементов Q и bus посредством создания между ними связи перестраиваемым связующим элементом C, представляющим состояние невычислительного подпространства $|g,e,0\rangle$ и приближающимся к вычислительному сверху по частоте. Согласно первому методу оценки D, для реализации подобной операции мы имеем диапазон эффективных связей $g_{\rm eff}^{Q-\rm bus}$ вплоть до $g_{\rm eff}^{c} \approx 5.2$ МГц (коричневая линия на рис. 3a), при этом с ростом эффективного взаимодействия растет степень участия невычислительного состояния $|g,e,0\rangle$ в одетых вычислительных $|Q\rangle, |\rm bus\rangle$ (оранжевая область на рис. 4a). Если установить соответствие между степенью влияния невычислительных состояний на вычислительные D и изменением когерентных свойств вычислительных состояний $T_{1,\rm eff}(D)$ аналогично детализированным $T_{1/\phi,\rm eff}(p_{i,k})$ в [25], то ошибка $\epsilon = \tau/T_{1,\rm eff}(D) = \tau/T_{1,\rm eff}(g_{\rm eff}^{Q-\rm bus})$, обусловленная релаксацией вычислительных состояний, перестает линейно зависеть от длительности операции $\tau = 1/4g_{\rm eff}^{Q-\rm bus}$ [28], и в задаче поиска максимальной точности операции [29] необходимо учитывать степень влияния невычислительного подпространства на вычислительное. Таким образом, корректная оценка и управление величиной D непосредственно влияют на точность реализуемых операций в контексте универсальных квантовых вычислений. В добавок к этому выводу, первый и третий методы при сравнении дают возможность сделать еще один касательно квантовых вычислений. Как было упомянуто в разделе 2, в области высоких эффективных связей величина D в полной системе выше величины D в системе с невозмущенной модой при одинаковом положении соединительного элемента (красная пунктирная линия на рис. 4a). Это означает, что точная характеризация когерентных свойств вычислительных состояний не может быть проведена по отдельности путем оценки когерентности невозмущенных мод, расположенных на заданном расстоянии от невычислительной моды. Оценка должна осуществляться непосредственно в рабочей точке двухкубитной операции с соответствующим ей спектральным порядком частот аналогично работам [22, 25].

Авторы выражают благодарность А. В. Устинову за поддержку данного исследования и ценные рекомендации в процессе работы над ним.

Финансирование работы. Работа выполнена в рамках стратегического технологического проекта Национального исследовательского технологического университета МИСИС "Квантовый интернет" в рамках программы стратегического академического лидерства "Приоритет-2030". Численное моделирование взаимодействия кубитов и спектроскопические измерения выполнены за счет гранта Российского научного фонда # 26-12-00445.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. S. J. K. Lang, T. Mayer, J. Weber, C. Dhieb, I. Eisele, W. Lerch, Z. Luo, C. M. Guizán, E. Music, L. Sturm-Rogon, D. Zahn, R. N. Pereira and C. Kutter, "CMOS-compatible processing and room-temperature

characterization at the wafer level for scalable quantum computin", Phys. Rev. Appl. **24**, 054052 (2025); doi:10.1103/42nj-fjg8.
2. T. Mayer, J. Weber, E. Music, C.M. Guizan, S.J.K. Lang, L. Schwarzenbach, C. Dhieb, B. Kiliclar, A. Maiwald, Z. Luo, W. Lerch, D. Zahn, . Eisele, R.N. Pereira, and C. Kutter, "CMOS-Compatible, Wafer-Scale Processed Superconducting Qubits Exceeding Energy Relaxation Times of 200u", arXiv:2505.08424; doi:10.48550/arXiv.2505.08424 (2025).
3. M.P. Bland, F. Bahrami, J.G.C. Martinez et al. (Collaboration), "2D transmons with lifetimes and coherence times exceeding 1 millisecond", arXiv:2503.14798; doi:10.48550/arXiv.2503.14798 (2025).
4. J. Koch, T.M. Yu, J. Gambetta, A.A. Houck, D.I. Schuster, J. Majer, A. Blais, M.H. Devoret, S.M. Girvin, and R.J. Schoelkopf, "Charge-insensitive qubit design derived from the Cooper pair box", Phys. Rev. A **76**, 042319 (2007); doi:10.1103/physreva.76.042319.
5. F. Arute, K. Arya, R. Babbush et al. (Collaboration), "Quantum supremacy using a programmable superconducting processo", Nature **574**, 505 (2019); doi:10.1038/s41586-019-1666-5.
6. M. Kjaergaard, M.E. Schwartz, J. Braumüller, P. Krantz, J.I-J. Wang, S. Gustavsson, and W.D. Oliver, "Superconducting Qubits: Current State of Play", Annu. Rev. Condens. Matter Phys. **11**, 369 (2020); doi:10.1146/annurev-conmatphys-031119-050605.
7. R. Acharya, D.A. Abanin, L. Aghababaie-Beni et al. (Collaboration), "Quantum error correction below the surface code threshold", Nature **638**, 920 (2024); doi:10.1038/s41586-024-08449-y.
8. J. Majer, J.M. Chow, J.M. Gambetta, J. Koch, B.R. Johnson, J.A. Schreier, L. Frunzio, D.I. Schuster, A.A. Houck, A. Wallraff, A. Blais, M.H. Devoret, S.M. Girvin, and R.J. Schoelkopf, "Coupling superconducting qubits via a cavity bus", Nature **449**, 443 (2007); doi:10.1038/nature06184.
9. A. Kandala, K. Temme, A.D. Córcoles, A. Mezzacapo, J.M. Chow, and J.M. Gambetta, "Error mitigation extends the computational reach of a noisy quantum processor", Nature **567**, 491 (2019); doi:10.1038/s41586-019-1040-7.
10. I. Besedin, M. Kerschbaum, J. Knoll, I. Hesner, L. Bödeker, L. Colmenarez, L. Hofele, N. Lacroix, C. Hellings, F. Swiadek, A. Flasby, M. B. Panah, D.C. Zanuz, M. Müller, and A. Wallraff, "Lattice surgery realized on two distance-three repetition codes with superconducting qubits", Nat. Phys. **22**, 189 (2026); doi:10.1038/s41567-025-03090-6.
11. H. Xiong, J. Wang, J. Song, J. Yang, Z. Bao, Y. Li, Z.-Y. Mi, H. Zhang, H.-F. Yu, Y. Song, and L. Duan, "Scalable Low-overhead Superconducting Non-local Coupler with Exponentially Enhanced Connectivity", Phys. Rev. Appl. **25**, 034096 (2026); doi:10.1103/kfy3-bwgr.
12. J. Song, S. Yang, P. Liu, H.-L. Zhang, G.-M. Xue, Z.-Y. Mi, W.G. Zhang, F. Yan, Y.-R. Jin, and H.-F. Yu, "Realization of High-Fidelity Perfect Entanglers between Remote Superconducting Quantum Processors", Phys. Rev. Lett. **135**, 050603 (2025); doi:10.1103/npr7-b7kq.
13. L. Ding, M. Hays, Y. Sung et al. (Collaboration), "High-Fidelity, Frequency-Flexible Two-Qubit Fluxonium Gates with a Transmon Coupler", Phys. Rev. X **13**, 031035 (2023); doi:10.1103/physrevx.13.031035.
14. R. Li, K. Kubo, Y. Ho, Z. Yan, Y. Nakamura, and H Goto, "Realization of High-Fidelity CZ Gate Based on a Double-Transmon Coupler", Phys. Rev. X **14**, 041050 (2024); doi:10.1103/physrevx.14.041050.
15. W. Lin, H. Cho, Y. Chen, M.G. Vavilov, C. Wang, and V.E. Manucharyan, "24 Days-Stable CNOT Gate on Fluxonium Qubits with Over 99.9 % Fidelity", PRX Quantum **6**, 010349 (2025); doi:10.1103/prxquantum.6.010349.
16. H. Zhang, C. Ding, D.K. Weiss, Z. Huang, Y. Ma, C. Guinn, S. Sussman, S.P. Chitta, D. Chen, A.A. Houck, J. Koch, and D.I. Schuster, "Tunable Inductive Coupler for High-Fidelity Gates Between Fluxonium Qubits", PRX Quantum **5**, 020326 (2024); doi:10.1103/prxquantum.5.020326.
17. I.N. Moskalenko, I.A. Simakov, N.N. Abramov, A.A. Grigorev, D.O. Moskalev, A.A. Pishchimova, N.S. Smirnov, E.V. Zikiy, I.A. Rodionov, and I.S. Besedin, "High fidelity two-qubit gates on fluxoniums using a tunable coupler", npj Quantum Inf. **8**, 130 (2022); doi:10.1038/s41534-022-00644-x.
18. M. Renger, J. Verjauw, N. Wurz et al. (Collaboration), "Superconducting qubit-resonator quantum processor with effective all-to-all connectivity", Phys. Rev. Res. **8**, 013148 (2026); doi:10.1103/8x68-cx1w.
19. E.Y. Egorova, A.S. Kazmina, I.A. Simakov, I.N. Moskalenko, N.N. Abramov, D.A. Kalacheva, V.B. Lubsanov, A.N. Bolgar, N. Maleeva, and I. S. Besedin, "Three-mode tunable coupler for superconducting two-qubit gates", Phys. Rev. Appl. **23**, 064056 (2025); doi:10.1103/2h4m-mg2p.
20. X. Yang, J. Chu, Z. Guo et al. (Collaboration), "Coupler-Assisted Leakage Reduction for Scalable Quantum Error Correction with Superconducting Qubits", Phys. Rev. Lett. **133**, 170601 (2024); doi:10.1103/physrevlett.133.170601.
21. N.G. Berezkin, I.A. Simakov, and G.S. Mazhorin, "Simulation of the three-qubit repetition code on the chain of superconducting qubits with couplers", Pisma v Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki **51**, 22 (2025); doi:10.61011/PJTF.2025.22.61587.20451.

22. F. Marxer, J. Mrożek, J. Andersson et al. (Collaboration), "Above 99.9 % Fidelity Single-Qubit Gates, Two-Qubit Gates, and Readout in a Single Superconducting Quantum Device", arXiv:2508.16437; doi:10.48550/arXiv.2508.16437 (2025).
23. C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg, *Atom-Photon Interactions* (Wiley, N.Y., 1992).
24. C. Wilson, T. Duty, F. Persson, M. Sandberg, G. Johansson, and P. Delsing, "Coherence Times of Dressed States of a Superconducting Qubit under Extreme Driving", Phys. Rev. Lett. **98**, 257003 (2007); doi:10.1103/PhysRevLett.98.257003.
25. F. Marxer, A. Vepsäläinen, S.W. Jolin et al. (Collaboration), "Long-Distance Transmon Coupler with cz-Gate Fidelity above 99.8 %", PRX Quantum **4**, 010314 (2023); doi:10.1103/prxquantum.4.010314.
26. J. Niu, L. Zhang, Y. Liu et al. (Collaboration), "Low-loss interconnects for modular superconducting quantum processors", Nat. Electron. **6**, 235 (2023); doi:10.1038/s41928-023-00925-z.
27. R. Barends, J. Kelly, A. Megrant et al. (Collaboration), "Coherent Josephson Qubit Suitable for Scalable Quantum Integrated Circuits", Phys. Rev. Lett. **111**, 080502 (2013); doi:10.1103/physrevlett.111.080502.
28. Y. Zhong, H. S. Chang, A. Bienfait, É. Dumur, M.-H. Chou, C. R. Conner, J. Grebel, R. G. Povey, H. Yan, D. I. Schuster, and A. N. Cleland, "Deterministic multi-qubit entanglement in a quantum network", Nature **590**, 571 (2021); doi:10.1038/s41586-021-03288-7.
29. F. Yan, P. Krantz, Y. Sung, M. Kjaergaard, D.L. Campbell, T.P. Orlando, S. Gustavsson, and W.D. Oliver, "Tunable Coupling Scheme for Implementing High-Fidelity Two-Qubit Gates", Phys. Rev. Appl. **10**, 054062 (2018); doi:10.1103/physrevapplied.10.054062.