Письма в ЖЭТФ, том 124, вып. 8, с. 609 – 614 © 2026 г. 25 октября

Периодический механизм перемежаемости Прандтля–Титьенса

В. В. Леманов, К. А. Шаров, И. В. Ярыгин, С. А. Новопашин[1)]

Институт теплофизики Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 31 августа 2026 г.
После переработки 11 сентября 2026 г.
Принята к публикации 14 сентября 2026 г.

Проведены экспериментальные исследования и найдены условия существования периодического режима перемежаемости при естественном (без введения искусственных возмущений) ламинарно-турбулентном переходе в течении Хагена–Пуазейля. Экспериментально показано, что природа наблюдаемого явления определяется механизмом Прандтля–Титьенса. Предложен модифицированный критерий Струхаля, характеризующий частоту периодичности. Измерена зависимость этого критерия от числа Рейнольдса. Представленные результаты получены в режиме постоянного перепада давления на трубе.

DOI: 10.7868/S3034576626100146

Течение жидкости или газа в длинной круглой трубе является классическим объектом гидрогазодинамики, ассоциирующимся с именами выдающихся ученых Хагена, Пуазейля, Рейнольдса, Прандтля и др. [1–4]. Несмотря на многолетнюю историю исследований, результаты изучения ламинарно-турбулентного перехода продолжают публиковаться в ведущих изданиях [5–9]. Фундаментальной особенностью течения Хагена–Пуазейля является его устойчивость по отношению к бесконечно малым возмущениям [10]. На основе проведенных исследований, считается, что переход к турбулентности происходит в результате внешних возмущений конечной амплитуды. В настоящее время достигнуты минимальные значения степени турбулентности потока для флуктуаций скорости порядка 0.02–0.05 % в низко-турбулентных аэродинамических трубах малых скоростей [11]. В работах, посвященных изучению гидродинамической неустойчивости в круглых трубах, уровень пульсации скорости в ламинарной части течения составляет 0.2–1.5 % [12], что является достаточным условием для инициации ламинарно-турбулентного перехода.

В переходном режиме течение в круглых трубах характеризуется перемежаемостью – чередованием ламинарных участков и локализованных турбулентных структур. Зарегистрировано два различных типа таких структур, “порывы” (puffs) и “пробки” (slugs) [9, 13, 14]. Puffs – это относительно большие по амплитуде и краткие по времени возмущения скорости, которые имеют плавный передний и крутой задний фронт, формируясь при $\mathrm{Re} \approx 2000$–2300. Slugs представляют собой меньшие по амплитуде, но более длительные по времени возмущения с двумя крутыми фронтами, возникающие при более высоких числах Рейнольдса [8]. Общепринятым является мнение о том, что появление как puffs, так и slugs является стохастическим процессом со статистическими устойчивыми параметрами [8, 15, 16]. Для теоретического описания стохастических процессов при переходе к турбулентному режиму течения предложено несколько моделей [8, 17–21], которые иллюстрируют в основном отдельные стадии этого процесса. В то же время современные экспериментальные методы (термоанемометрия, лазерно-допплеровские измерения, цифровые трассерные процессоры – PIV, PTV) позволяют проследить, как начальные стадии возникновения неустойчивости, так и динамику локализованных турбулентных структур, включая конечные стадии перехода к турбулентности [8, 15, 16]. Для инициации начальной стадии используют как метод естественных возмущений с уровнем турбулентности 0.2–1.5 %, так и способ внесения контролируемых возмущений (вдув, отсос, диафрагмы, синтетические струи, плохообтекаемые тела и др.). В работах последнего времени был открыт новый механизм перехода к турбулентности в трубах “parent-offspring scenario” [22], суть которого заключается в том, что локальные крупномасштабные турбулентные структуры могут как делиться и организовывать остаточные структуры, так и диссипировать, т.е. затухать во времени или в пространстве [8, 22]. В результате равновесия между этими двумя процессами для течения в круглых трубах получено критическое значение числа Рейнольдса $\mathrm{Re} = 2040$ [5]. В качестве приложения этого механизма разработан но-

[1)]e-mail: sanov.1955@mail.ru

вый метод снижения трения в трубах с использованием устройств, которые разрушают эти крупномасштабные турбулентные структуры [23]. По мнению экспертов, этот сценарий имеет общефизическое значение [8, 24]. В последнее время основным акцентом исследований является изучение топологии локализованных структур (puffs, slugs), динамики их развития, включая процессы роста, деления и затухания [8, 15, 16].

Несмотря на то, что появление как puffs, так и slugs считается стохастическим процессом, в ряде работ фиксировалось периодическое появление slugs как при введении искусственных возмущений [25], так и при переходе без контролируемых возмущений [26]. При этом, для теоретического описания периодического режима авторы [25] предполагают справедливость сценария Прандтля–Титьенса [4], а в [26] используют уравнение Гинзбурга–Ландау. Гипотеза Прандтля и Титьенса [4] связывает явление перемежаемости с резким увеличением гидравлического сопротивления в области локальной турбулентности. При достижении критических значений числа Рейнольдса на начальном участке трубы возникает локализованная турбулентная зона. В условиях, когда задан перепад давления на трубе, это приводит к падению градиента давления на остальном участке трубы, что подавляет образование новых турбулентных структур. Выход турбулентной "пробки" из трубы восстанавливает критические параметры градиента давления, инициируя формирование новой турбулентной области. Из этого качественного описания следует, что длина трубы L должна быть важным параметром в механизме Прандтля и Титьенса. На основании проведенного анализа можно заключить, что механизм возникновения периодических турбулентных пробок до настоящего времени строго не определен.

Данная работа направлена на изучение механизма и условий возникновения периодических турбулентных структур. Отличие настоящих экспериментов от предыдущих работ состоит в исследовании ламинарно-турбулентного перехода при различной длине трубы при сохранении условий на входе в трубу. Кроме того, измерения проведены при постоянном перепаде давления на трубе.

Исследования характеристик перемежаемости при варьировании длины трубы проведены при постоянном критическом числе Рейнольдса $\mathrm{Re}_{\mathrm{cr}}$. Для этого использовалась стеклянная труба с $\mathrm{Re}_{\mathrm{cr}} \approx 4000$, которое определялось по первому появлению турбулентных локализованных структур [27]. Изменение длины трубы осуществлялось укорачиванием трубы со стороны выходного участка. Внутренний диаметр трубы $d = 0.8$ мм, исходная длина $L = 267$ мм. Измерения проведены при длинах от 267 до 65 мм (что соответствует изменению отношения L/d от 330 до 80).

В экспериментах исследовалось течение многоатомного газа – гексафторида серы (SF_6). Система подачи газа описана в работе [28]. Газ из баллона высокого давления поступал через редуктор и прецизионный регулируемый вентиль в буферный объем вместимостью 9.6 л цилиндрической формы (длина ~ 100 см, диаметр ~ 10 см). Внутреннее пространство буферного объема было заполнено медной скрученной сеткой для снижения возможных пульсаций давления и стабилизации температуры газа. Истечение газа осуществлялось в атмосферу при нормальных условиях. Стабильные условия течения достигались при постоянном давлении в буферном объеме при равенстве расходов натекания и вытекания, что позволяло прецизионно управлять числом Рейнольдса и величиной перемежаемости. Давления внутри буферного объема и в окружающем пространстве измерялись высокоточными емкостными датчиками типа Baratron 750B. Характер течения регистрировался термоанемометром (ТА) DISA55M с миниатюрным зондом DISA 55P11 (диаметр нити 5 мкм, длина 0.6 мм), установленным на оси трубы на расстоянии 2–4 мм от среза по методике [27]. Временное разрешение сигнала термоанемометра составляет порядка 50 мкс. Сигналы с ТА и датчика давления оцифровывались с частотой 20 кГц с помощью 14-разрядного АЦП. В наших предыдущих опытах, для различного диаметра длинных трубок в ламинарном режиме течения, получены значения для степени турбулентности $\mathrm{Tu} = 0.5$–$1.8\,\%$ [29], что согласуется с данными других авторов, и эта величина достаточна для инициации локализованных турбулентных структур типа "puff" и "slug" [12]. Число Рейнольдса рассчитывалось по средней расходной скорости течения газа в трубе, диаметру трубы и вязкости газа.

На рисунке 1 показана зависимость расхода газа Q от перепада давления на трубе dP. Измерения проведены при закрытом напускном вентиле при начальном перепаде давления около 10 кПа. Изменение давления в буферном объеме определялось расходом вытекающего газа через трубу. На правой вертикальной оси отложено текущее число Рейнольдса, пропорциональное расходу газа. Как видно из рис. 1, критическое число Рейнольдса для самой короткой и самой длинной из исследованных труб близко к 4000, что подтверждает определяющую роль входного участка трубы. Особого внимания заслужива-

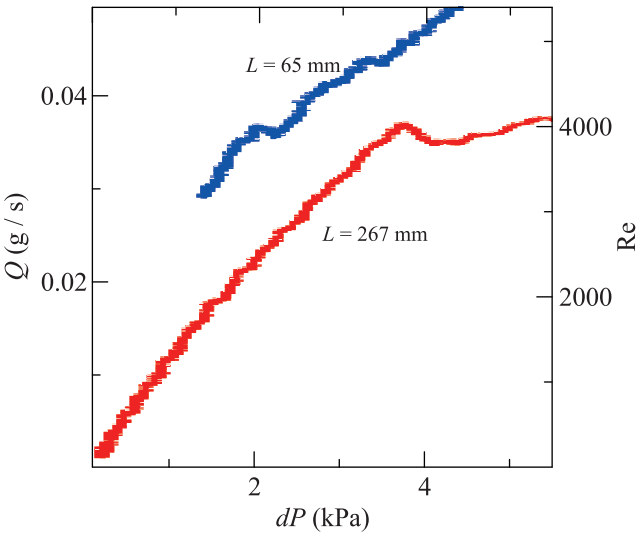

Рис. 1. (Цветной онлайн) Зависимость расхода газа от перепада давления

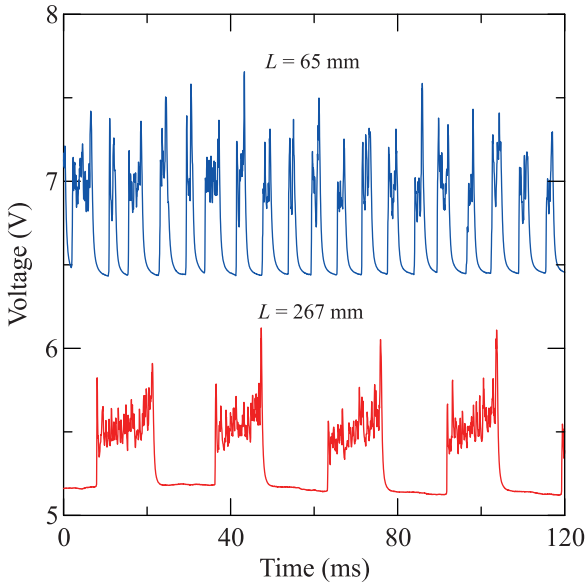

Рис. 2. (Цветной онлайн) Сигнал термоанемометра на выходе из трубы

ет немонотонность представленных кривых расхода: при достижении $\mathrm{Re}_{\mathrm{cr}}$ расход начинает снижаться при дальнейшем повышении перепада давления. Это является прямым следствием роста гидравлического сопротивления при появлении турбулентных зон в трубе. Наличие локального экстремума на рис. 1 (область отрицательного наклона зависимости $Q(dP)$) строго соответствует появлению slugs на выходе из трубы. Как отмечено в работе [30], попытка задания постоянного расхода на входе в трубу для этой области чисел Re приводит к колебаниям давления, интенсивность которых зависит от характеристик обратной связи измерительной системы.

Измерения показали, что для всех исследуемых длин труб (267, 217, 170, 122, 80 и 65 мм), режим перемежаемости реализовывался исключительно в виде периодических турбулентных пробок (slugs). На рисунке 2 представлены сигналы термоанемометра для минимальной и максимальной длин трубы при коэффициенте перемежаемости, близком к 50 %. Отметим, что зависимость частоты от величины перемежаемости является слабой, изменяется только соотношение длительностей ламинарных и турбулентных зон.

Как видно из рис. 2, конкретный вид сигнала и его длительность имеют некоторый разброс. Количественный анализ сигналов для длинной трубы (нижний график на рис. 2) показал, что средняя длительность пробок составляет 13.8 мс при 95 % доверительном интервале 13.6–14.0 мс. Коэффициент вариации периода между последовательными пробками составляет 5.6 %. При этом инструментальный шум системы, оцененный по стабильному опорному сигналу на ламинарных участках, не превышает 0.3 % от диапазона сигнала. Таким образом, наблюдаемый разброс существенно превышает инструментальную погрешность, что однозначно свидетельствует о физической, а не измерительной природе отклонений от строгой периодичности. Вероятно, эти отклонения связаны со стохастической природой формирования турбулентных структур: механизм Прандтля–Титьенса задает средний период цикла, но момент фактического зарождения каждой пробки варьируется в пределах, определяемых вероятностным характером процесса. Отметим, что соответствующий анализ для короткой трубы (верхний график на рис. 2) показал, что разброс закономерно возрастает (коэффициент вариации периода $\sim 20\,\%$), что согласуется с большей чувствительностью менее развитой структуры пробок к случайным возмущениям при каждом цикле генерации. Следует отметить, что измерения частоты периодического режима проводились в течение времени, которое включало порядка тысяч последовательных slugs, что обеспечило достаточную точность измерения среднего значения частоты.

Ключевым результатом является обнаружение монотонного уменьшения частоты генерации пробок F с увеличением длины трубы. Для наглядности на рис. 3 приведена зависимость частоты от $1/L$. Аппроксимация экспериментальных данных показывает, что частота F обратно пропорциональна длине трубы L. Константа A в формуле зависимости $F = A/L$ имеет размерность скорости. Количественное

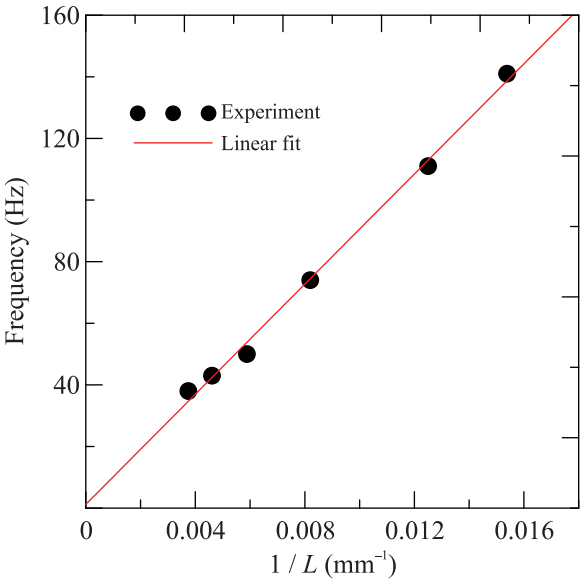

Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимость частоты генерации турбулентных пробок от длины трубы

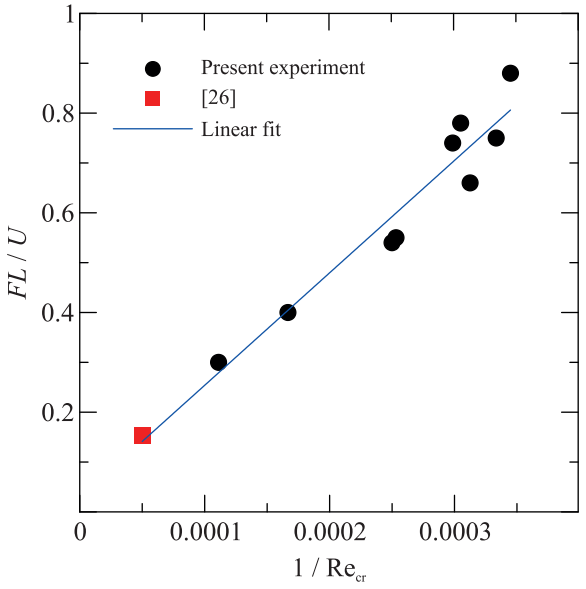

Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимость модифицированного числа Струхаля от числа Рейнольдса

значение коэффициента $A \approx 10$ м/с близко к расходной скорости $U \approx 12.5$ м/с для числа $\mathrm{Re} = 4000$. Это означает, что в условиях проведенных экспериментов в трубе находится только один slug. Полученные результаты находятся в полном согласии с механизмом Прандтля–Титьенса [4], в соответствии с которым выход турбулентной пробки из трубы увеличивает продольный градиент давления, что собственно и определяет положительную обратную связь. Такой цикл приводит к появлению новой турбулентной пробки и далее к возникновению периодического режима перемежаемости. На основе полученных результатов предложен модифицированный критерий Струхаля, характеризующий частоту периодического режима перемежаемости, $\mathrm{St}_p = FL/U$, где в качестве характерного размера используется не диаметр, а длина трубы L.

Для проверки универсальности введенного числа Струхаля были проведены дополнительные измерения на трубах различного диаметра и длины. Также для наглядности на рис. 4 представлена зависимость модифицированного числа Струхаля от $1/\mathrm{Re}_{\mathrm{cr}}$. Данные получены для критических чисел Рейнольдса от 3000 до 9000. Значение для числа Рейнольдса 20000 определено по опытным данным работы [26]. На рисунке 4 представлены данные только для $\mathrm{Re}_{\mathrm{cr}} \geq 3000$. Для труб, у которых $\mathrm{Re}_{\mathrm{cr}} < 2500$, чаще всего наблюдался стохастический режим одиночных порывов (puffs), а при $2500 < \mathrm{Re}_{\mathrm{cr}} < 3000$ происходил постепенный переход от одиночных puffs к сгруппированным по два, три и более puffs, которые начинали проявлять некоторые признаки периодического режима.

В связи с вышесказанным следует отметить, что в режиме хаотически возникающих puffs, зависимость расхода от перепада давления в трубе является монотонной, т.е. отсутствует локальный экстремум, как на рис. 1. Эти наблюдения позволяют предположить, что именно наличие локальной области отрицательного наклона зависимости расхода от давления является необходимым условием генерации периодического режима перемежаемости.

В качестве заключения отметим, что в работе впервые экспериментально показано, что при естественном ламинарно-турбулентном переходе без введения искусственных возмущений в условиях, когда на входе в трубу фиксируется постоянное давление (а не постоянный расход), возникает периодический режим формирования турбулентных пробок. Этот режим находится в полном соответствии с механизмом Прандтля–Титьенса и наблюдается в широком диапазоне критических чисел Рейнольдса. На основе полученных результатов предложен модифицированный критерий Струхаля $\mathrm{St}_p = FL/U$, характеризующий частоту периодического режима перемежаемости, где F – частота появления турбулентных пробок, L – длина трубы, U – средняя расходная скорость в режиме перемежаемости. Экспериментально получена универсальная зависимость модифицированного числа Струхаля от числа Рейнольдса.

Финансирование работы. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Института теплофизики им. С. С. Кутателадзе Сибирского отделения Российской академии наук. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. G. Hagen, "Uber die Bewegung des Wassers in engen cylindrischen Röhren", Ann. Phys. **122**, 423 (1839).
2. J. Poiseuille, "Récherches experimentales sur le mouvement des liquides dans les tubes de trés petits diameters", Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences, **11**, 961–967, 1041–1048 (1840).
3. O. Reynolds, "An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels", Philosophical Transactions of the Royal Society of London. **174**, 935 (1883).
4. O. K. G. Tietjens and L. Prandtl, *Applied Hydro- and Aeromechanics* (Courier Corporation, North Chelmsford, MA, 1957), v. 2, p. 36.
5. K. Avila, D. Moxey, A. de Lozar, M. Avila, D. Barkley, and B. Hof, "The onset of turbulence in pipe flow", Science **333**, 192 (2011)
6. B. Hof, A. de Lozar, D. Moxey, M. Avila, D. Barkley, "Emergence of spiral vortices in transitional pipe flow", Phys. Rev. Lett. **104**, 184502 (2010).
7. M. Shimizu and P. Manneville, "Spatiotemporal dynamics of pipe flow", Phys. Rev. Lett. **122**, 054501 (2019).
8. M. Avila, D. Barkley, and B. Hof, "Transition to Turbulence in Pipe Flow", Annu. Rev. Fluid Mech. **55**, 575 (2023).
9. Н. В. Никитин, "Проблема перехода и локализованные турбулентные структуры в трубах", Изв. РАН. МЖГ **56**, 32. (2021) [N. V. Nikitin, "Transition problem and localized turbulent structures in pipes", Fluid Dynamics **56**, 31 (2021)].
10. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Fluid mechanics* (Pergamon Press, Oxford, 1987).
11. А. В. Бойко, Г. Р. Грек, А. В. Довгаль, В. В. Козлов, *Физические механизмы перехода к турбулентности в открытых течениях* (Наука, Новосибирск, 1999) [A. V. Boiko, G. R. Grek, A. V. Dovgal, and V. V. Kozlov, *The origin of turbulence in near-wall flows* (Springer Berlin, Heidelberg, 2002), 268 p.].
12. F. Durst and B. Unsal, "Forced laminar-to-turbulent transition of pipe flows", J. Fluid Mech. **560**, 449 (2006).
13. I. J. Wygnanski and F. H. Champagne, "On transition in a pipe. Part 1. The origin of puffs and slugs and the flow in a turbulent slug", J. Fluid Mech. **59**, 281 (1973).
14. I. J. Wygnanski, F. H. Champagne, and R. Narasimha, "On transition in a pipe. Part 2. The equilibrium puff", J. Fluid Mech. **70**, 417 (1975).
15. B. Eckhardt, T. M. Schneider, B. Hof, and J. Westerweel, "Turbulence Transition in Pipe Flow", Annu. Rev. Fluid Mech. **39**, 447 (2007).
16. T. Mullin, "Experimental Studies of Transition to Turbulence in a Pipe", Annu. Rev. Fluid Mech. **43**, 1 (2011).
17. J. Zhang, D. Stassinopoulos, P. Alstrom, and M. T. Levinsen, "Stochastic transition intermittency in pipe flows: Experiment and model", Phys. Fluids **6**, 1722 (1994).
18. P. Berge, M. Dubois, P. Marmeville, and Y. Pomeau, "Intermittency in Rayleigh-Benard convection", J. de Physique (lettres) **41**, 341 (1980).
19. M. Dubois, M. A. Rubio, and P. Berge, "Experimental evidence of intermittencies associated with a subharmonic bifurcation", Phys. Rev. Lett. **51**, 1446 (1980).
20. V. G. Priymak, "Direct numerical simulation of quasi-equilibrium turbulent puffs in pipe flow", Phys. Fluids **30**, 064102 (2018).
21. С. Г. Чефранов, А. Г. Чефранов, "Устранение парадокса линейной устойчивости течения Хагена–Пуазейля и вязкий диссипативный механизм возникновения турбулентности в пограничном слое", ЖЭТФ **146**, 373 (2014) [S. G. Chefranov and A. G. Chefranov, "Solution to the paradox of the linear stability of the Hagen-Poiseuille flow and the viscous dissipative mechanism of the emergence of turbulence in a boundary layer", JETP **119**, 331 (2014)].
22. B. Hof, A. de Lozar, M. Avila, X. Y. Tu, and T. M. Schneider, "Eliminating turbulence in spatially intermittent flows", Science **327**, 1491 (2010).
23. J. Kuhnen, B. Song, D. Scarselli, N. B. Budanur, M. Riedl, A. P. Willis, M. Avila, and B. Hof, "Destabilizing turbulence in pipe flow", Nat. Phys. **14**, 386 (2018).
24. G. Lemoult, L. Shi, K. Avila, S. V. Jalikop, M. Avila, and B. Hof, "Directed percolation phase transition to sustained turbulence in Couette flow", Nat. Phys. **12**, 254 (2016).
25. R. T. Cerbus, "Prandtl-Tietjens intermittency in transitional pipe flows", Phys. Rev. Fluids **7**, 011901 (2022).
26. D. Stassinopoulos, J. Zhang, P. Alstrom, and M. T. Levinsen, "Periodic states in intermittent pipe flows: Experiment and model", Phys. Rev. E **50**, 1189 (1994).

27. В. В. Леманов, В. В. Лукашов, К. А. Шаров, "Переход к турбулентности через перемежаемость в инертных и реагирующих струях", Изв. РАН. МЖГ **6**, 50 (2020) [V. V. Lemanov, V. V. Lukashov, and K. A. Sharov, "Transition to turbulence through intermittence in inert and reacting jets", Fluid Dyn. **55**, 768 (2020)].
28. S. A. Novopashin, P. A. Skovorodko, and G. I. Sukhinin, "Laminar-turbulent transition in Hagen–Poiseuille flow of a real gas", J. Turbul. **17**, 870 (2016).
29. В. В. Леманов, В. В. Лукашов, К. А. Шаров, "Начальное распределение флуктуаций скорости в струе Хагена–Пуазейля", ПМТФ **67**, 157 (2026) [V. V. Lemanov, V. V. Lukashov, and K. A. Sharov, "Initial distribution of velocity fluctuation in a Hagen-Poiseuille jet", Journal of Applied Mechanics and Technical Physics **67**, 133 (2026)].
30. С. А. Новопашин, В. В. Каляда, "Подавление нуклеации в турбулентном потоке газа", Письма в ЖЭТФ **119**, 498 (2024) [S. A. Novopashin and V. V. Kalyada, "Suppression of Nucleation in a Turbulent Gas Flow", JETP Lett. **119**, 498 (2024)].