Письма в ЖЭТФ, том 124, вып. 9, с. 710 – 717 © 2026 г. 10 ноября

Капли из топологических дефектов с противоположными топологическими зарядами в нематических пленках

П. В. Долганов[1)], *Н. А. Спириденко, В. К. Долганов*

Институт физики твердого тела им. Ю. А. Осипьяна РАН, 142432 Черноголовка, Россия

Поступила в редакцию 9 сентября 2026 г.
После переработки 24 сентября 2026 г.
Принята к публикации 27 сентября 2026 г.

Двумерные массивы из точечных топологических дефектов с противоположными топологическими зарядами приготовлены в тонких жидкокристаллических пленках. В статье приводятся два основных результата проведенных исследований. Первый результат: показано, что при большой плотности дефектов образуются двумерные капли из топологических дефектов. Со временем из-за парной аннигиляции дефектов с противоположными топологическими зарядами (+1 и −1) число дефектов уменьшается, но плотность дефектов может оставаться высокой. Второй результат: сильное взаимодействие между топологическими дефектами приводит к их пространственному упорядочению с образованием больших двумерных кластеров с квадратным упорядочением. Поведение топологических дефектов во многом определяется топологическими законами. Обсуждается аналогия и различие полученной нами классической системы капель из топологических дефектов с противоположными топологическими зарядами и квантовых электронно-дырочных капель в полупроводниках.

DOI: 10.7868/S3034576626110046

I. Введение. Топологические дефекты с сингулярностями в поле молекулярного упорядочения не могут быть уничтожены непрерывным изменением системы, поле упорядочения не может быть трансформировано на больших расстояниях в упорядочение основного состояния [1]. Топологические дефекты изучаются во многих разделах физики от конденсированного состояния до космологии [2]. Жидкие кристаллы представляют собой удобный объект для исследования топологических дефектов [3–12], так как они могут быть сравнительно легко приготовлены и исследованы с использованием оптических методов. Топологические дефекты представляют также удобный объект для моделирования поведения других систем заряженных частиц и античастиц, космических струн [2]. Поведение топологических дефектов в ограниченной геометрии определяется топологическими законами, размерностью системы, Эйлеровой характеристикой. В то время как структура и динамика отдельных дефектов к настоящему времени во многом поняты, поведение больших коллективов топологических дефектов в настоящее время – одна из наиболее актуальных задач физики конденсированного состояния [13–17]. Поведение топологических дефектов большой плотности тесно связано с физикой сильно коррелированных систем. Явления, наблюдаемые в двумерных системах, могут существенно отличаться от поведения трехмерных систем. Из-за больших флуктуаций двумерная кристаллизация не происходит [18–20], однако образование промежуточных гексатических фаз с квазидальним ориентационным упорядочением возможно.

Что касается жидких кристаллов, можно выделить два направления исследований, на протяжении многих лет привлекающих внимание экспериментаторов и теоретиков. Первое – получение больших коллективов дефектов, исследование их временной трансформации (*coarsening* – в англоязычном написании). Второе – изучение самоорганизации дефектов в плотноупакованных структурах.

Традиционный способ приготовления топологических дефектов – использование веществ с фазовыми переходами, разрушающими ориентационную симметрию (изотропная фаза–нематик, смектик-А–смектик-С). При быстром охлаждении изотропной фазы большое число топологических дефектов образуется в нематике. В недавних экспериментах группы из Колорадо (США) тонкие пленки с большим числом топологических дефектов и малыми расстояниями между ними (менее 20 мкм) были получены при переходе смектик-А–смектик-С, индуцированном быстрым изменением давления [17]. Поскольку временная трансформация структур происходила за короткое время, применялась высокоскорост-

[1)]e-mail: pauldol@issp.ac.ru

ная видеосъемка, а при обработке большого объема экспериментальных данных для массивов с большим количеством дефектов использованы искусственный интеллект и машинное обучение, что недоступно для многих экспериментальных групп. В наших исследованиях мы использовали другой оригинальный метод приготовления больших ансамблей дефектов при медленном охлаждении, при этом временная трансформация происходила за более длительные времена, что позволило существенно продвинуться в исследовании коллективного поведения топологических дефектов.

Открытие и исследования упорядоченных структур из топологических дефектов остается вызовом для теории и эксперимента в течение многих лет. Известным примером являются удивительные структуры Голубых фаз [21, 22], образуемых дефектами скирмионного типа [22, 23]. Двумерная упорядоченная структура из топологических дефектов наблюдалась [24] в нематическом слое между глицерином и воздухом. Гексагональная решетка из точечных дефектов была предсказана [25–28] и открыта [29] в антисегнетоэлектрическом SmC^*_A жидком кристалле. Недавно, в тонкой нематической пленке обнаружены одномерные цепочки из топологических дефектов [30].

В наших исследованиях обнаружен и изучен новый механизм временной трансформации дефектов (*coarsening*) через образование капель из дефектов. Аннигиляция дефектов противоположного знака приводит к уменьшению их числа, однако плотность дефектов в каплях может оставаться большой. При большой концентрации топологических дефектов наблюдалась их самоорганизация в двумерные кластеры с квадратным упорядочением дефектов.

II. Эксперимент. В исследованиях мы использовали нематический жидкий кристалл E7 (Synton Chemicals) с широкой двухфазной областью порядка 2 °C. Жидкокристаллическое вещество находилось внутри оптической ячейки толщиной $h = 40$ мкм. Топологические дефекты приготовлялись в нематической пленке, находящейся между изотропной фазой и поверхностью оптической ячейки. Покрытие поверхности оптической ячейки ориентировало жидкий кристалл гомеотропно, т.е. длинные оси молекул ориентировались перпендикулярно поверхности ячейки. У границы нематик–изотропная жидкость ориентация молекул наклонная с азимутальным вырождением [31–33]. Гибридная ориентация молекул в нематическом слое приводит к образованию топологических дефектов. Характеристики топологических дефектов во многом зависят от топологического заряда ("силы" дефекта) s, который определяется для двумерной пленки как $\varphi/(2\pi)$, где φ – угол, на который поворачивается нематический директор при замкнутом обходе вокруг дефекта против часовой стрелки [5]. Топологические дефекты в нематической пленке визуализировались с использованием оптического микроскопа Olympus BX51 и камеры Baumer VCXU-02. Измерения проводились при различным образом скрещенных поляризаторах и с компенсатором Берека.

III. Результаты и обсуждение. В настоящей работе мы приводим исследования топологических дефектов с зарядами $s = \pm 1$ в тонких двумерных нематических пленках. Большое количество плотно упакованных дефектов приготовлялось следующим образом. Ячейка с нематиком нагревалась, так чтобы образовывались изотропные капли с размером в плоскости ячейки (продольный размер) порядка нескольких сотен микрон. Эти капли касались двух поверхностей ячейки (нижней и верхней). Затем нагрев прекращался, и образец охлаждался. При медленном охлаждении на периметре капли образовывалась большая круглая цепочка из дефектов (рис. 1a) [30]. Мы обнаружили, что при скорости охлаждения около 0.3 °C/мин между поверхностью изотропной капли и поверхностью ячейки формируется тонкая нематическая пленка. В этой пленке образуются плотноупакованные топологические дефекты (рис. 1b) внутри круглой цепочки. Теперь изотропная капля касается только одной поверхности ячейки ("сидячая" капля [34, 35]). Толщина пленки немати-

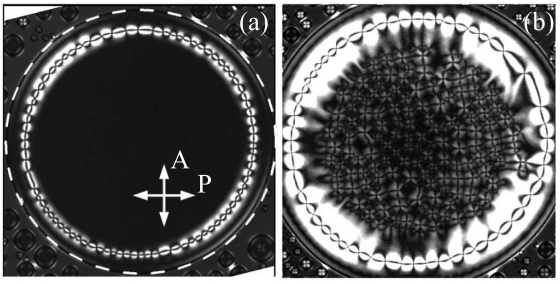

Рис. 1. (a) – Большая изотропная капля в нематическом окружении с круглой цепочкой из +1 и −1 топологических дефектов. Маленькие изотропные капли также видны у краев фотографии. (b) – Двумерная капля из топологических дефектов образуется внутри цепочки при охлаждении. Горизонтальный размер фотографии 815 мкм. Толщина оптической ячейки 40 мкм. Число топологических дефектов в цепочках 84 (a) и 56 (b), в двумерной капле из дефектов внутри цепочки 415 (b). Пунктирная линия на (a) обозначает границу изотропной капли

ка, оценивавшаяся с помощью компенсатора Берека, составляла, как правило, до 5 мкм, что существенно меньше поперечного размера пленки. Пленку нематика можно фактически считать двумерной, исследованные процессы реализуются в плоскости пленки. Среднее расстояние между дефектами может быть очень небольшим, порядка 10 мкм. Как цепочка, так и двумерный массив состоят из топологических дефектов с топологическими зарядами +1 и −1 (+1 и −1 дефекты). В цепочках общие числа +1 дефектов N^+ и −1 дефектов N^- равны, $N^+ - N^- = 0$ [30]. На рисунке 1a $N^+ = N^- = 42$, на рис. 1b $N^+ = N^- = 28$. Что касается двумерных массивов, могут быть получены образцы с числом дефектов порядка тысячи. Мы могли точно подсчитать количество дефектов N и определить их заряд, когда количество дефектов в массиве было несколько сотен и меньше. В дальнейшем мы будем иметь дело с такими образцами. На рисунке 2 приведен пример двумерного массива дефектов в нематической пленке. Со временем +1 и −1 дефекты попарно аннигилируют, в результате только один +1 дефект остается внутри цепочки. В противоположность цепочкам в двумерных массивах общее число дефектов нечетное, число +1 дефектов (N^+) превосходит число −1 дефектов (N^-) на единицу $N^+ - N^- = 1$, т.е. суммарный топологический заряд дефектов в пленке $S = 1$. Этот результат согласуется с топологией. Двумерная граница нематик – изотропная жидкость с полем молекулярного упорядочения топологически эквивалентна диску с Эйлеровой характеристикой $\chi = +1$ [36]. Согласно теореме Пуанкаре–Хопфа [36], суммарный топологический заряд S дефектов на поверхности равен Эйлеровой характеристике χ. Таким образом, топология требует, чтобы разность $N^+ - N^-$ была равна +1 и $S = +1$. Кулоновское взаимодействие между топологически заряженными дефектами приводит к притяжению +1 и −1 дефектов. В литературе взаимодействие частиц, подобное взаимодействию электрических зарядов (в нашем двумерном случае сила $F \sim 1/r$), принято называть Кулоновским. В данном случае речь идет не о взаимодействии электрических зарядов, а об эффективном упругом взаимодействии между топологическими дефектами за счет деформации поля молекулярного упорядочения. Сила взаимодействия между дефектами на больших расстояниях в двумерном случае пропорциональна $1/r$. Притяжение +1 и −1 дефектов приводит к их сближению и аннигиляции. В этих процессах общий топологический заряд сохраняется. В нашем случае попарная аннигиляция сохраняет постоянной разницу $N^+ - N^- = +1$.

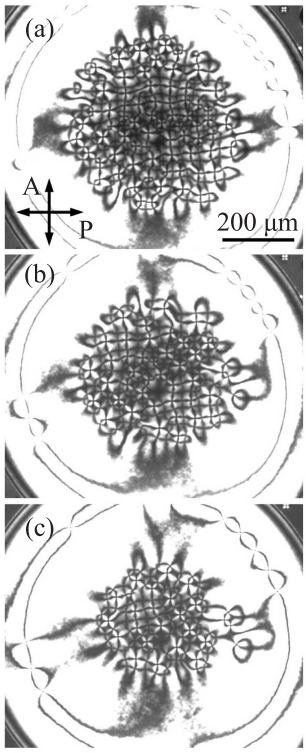

Рис. 2. Трансформация двумерной капли из дефектов. Количество дефектов уменьшается со временем: (a) – $N = 297$; (b) – $N = 195$; (c) – $N = 119$. Площадь, занимаемая каплей, также уменьшается. Фотографии (b) и (c) сделаны через 150 и 420 с после фото (a). Двумерная капля из дефектов получена при охлаждении со скоростью 0.3 °C/мин

В предыдущих экспериментах “старения” (*coarsening*) [13–17] изменение числа дефектов со временем подсчитывалось в фиксированной области пленки, т.е. определялась плотность дефектов. Эта величина фигурирует в теории, описывающей поведение не только дефектов в жидких кристаллах, но и, например, струн в космологии, что служит основанием, в частности, для использования жидких кристаллов как модельных объектов для описания эволюции вселенной. В наших экспериментах ситуация другая. Наблюдаемая область обладает свойствами отдельного плотного состояния. Плотный массив дефектов имеет границу с частью пленки без дефектов или с небольшим количеством дефектов (рис. 2). В замкнутом массиве дефектов их общее количество со временем уменьшается (рис. 2, 3, черные кружки), однако уменьшается и его площадь S_{2D}. Плотность дефектов N/S_{2D} в широком интервале времени ($t - t_0 > 100$ с) может практически сохраняться (рис. 3, красные квадраты). Компактная область может распадаться на

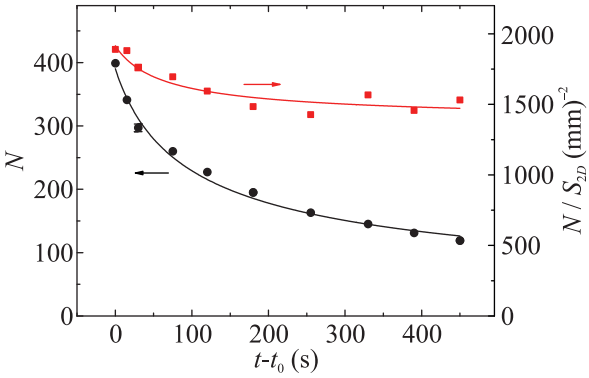

Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимость числа топологических дефектов N (черные кружки, левая ось) и плотности дефектов N/S_{2D} (красные квадраты, правая ось) в двумерной капле из дефектов от времени. S_{2D} – площадь капли. Точность определения количества дефектов порядка размера точек. Число дефектов со временем уменьшается, плотность дефектов практически не изменяется при $t - t_0 > 100$ с

отдельные кластеры из дефектов, когда число дефектов на границе сопоставимо с числом дефектов внутри. Далее мы будем называть плотный массив дефектов каплей из $+1$ и -1 дефектов.

Число дефектов нами определялось прямым подсчетом (рис. 3, черные кружки). В том случае, когда мы могли определять знак топологических дефектов, количество дефектов $+1$ было на единицу больше, чем число дефектов -1, что согласуется с топологией данного типа объектов. Точность в определении плотности дефектов (рис. 3, красные квадраты) связана в основном с определением площади, занимаемой каплей, с чем связан разброс точек. Однако даже без подсчета дефектов, из рис. 2 видно, что с уменьшением числа дефектов происходит также существенное уменьшение площади, занимаемой каплей. Что касается группы из Колорадо, которая проводила родственные измерения, но не для капель из дефектов, а при старении (*coarsening*) ансамблей дефектов на фиксированной площади [17], определялось количество дефектов с использованием нейронной сети YOLOv5, которая ими была обучена для идентификации топологических дефектов, и облачного сервиса Google Collaboratory. Авторы [17] добились высокой достоверности (F1 Score = 0.96) определения числа дефектов с использованием нейронной сети. Что касается знака топологических дефектов, авторы [17] указывают, что число дефектов $+1$ и -1 на каждом кадре было примерно одинаковым.

Поведение капель из дефектов напоминает поведение капель из атомов и молекул. Газ из атомов и молекул при высокой плотности и низкой температуре конденсируется в жидкость. Другие объекты, похожие на наши капли, – электронно-дырочные капли в полупроводниках [37–53]. Свободные электроны и дырки с Кулоновским притяжением между ними могут связываться в экситоны, а они, в свою очередь, конденсироваться при большой концентрации в жидкую фазу с большой плотностью электронов и дырок. Электронно-дырочная жидкость может существовать в полупроводниках в форме капель из электронов и дырок, окруженных облаком экситонов малой плотности. Электроны и дырки могут испаряться из капель, образуя свободные экситоны. Рекомбинация, сопровождающаяся люминесценцией, приводит к уменьшению количества электронов и дырок в каплях и экситонов вне капель. Подобные процессы происходят с $+1$ и -1 дефектами в нашем случае. После выхода из капли аннигилирует только малое число дефектов. Большая часть дефектов аннигилирует на границе капли и внутри нее. Кулоновское взаимодействие между $+1$ и -1 дефектами приводит к существованию плотноупакованных капель из дефектов и пар из $+1$ и -1 дефектов вне капель. Имеется явно выраженная граница вокруг капель. Капли из дефектов можно рассматривать как классический аналог квантовой системы из электронно-дырочных капель в полупроводниках. Когда электронно-дырочная капля образуется при оптическом возбуждении, число электронов и дырок в ней одинаково, система электрически нейтральна. Большие капли из дефектов ($N \gg 1$) можно рассматривать как топологически нейтральные по отношению к $+1$ и -1 дефектам, хотя прямой подсчет числа дефектов и топология говорят, что все капли имеют топологический заряд $S = +1$ (небольшой общий заряд по сравнению с числом дефектов). Образование капель связано с тем, что энергия капли меньше энергии такого же количества дефектов на больших расстояниях (газ из дефектов).

В квантовой электронно-дырочной капле электроны и дырки делокализованы [48] и невозможно детектировать индивидуальные частицы. В классической капле из топологических дефектов типы топологических дефектов могут быть определены, используя комплекс оптических методов [3, 53]. У неупорядоченных $+1$ и -1 дефектов в каплях каждый дефект, как правило, окружен дефектами противоположного знака. Типичное число ближайших дефектов в неупорядоченной структуре капли равно четырем. Это отличается от ближайшего упорядочения сфер (цилиндров), для которых типично гексагональное двумерное окружение. Образование кристаллического порядка невозможно для двумерных

систем (неустойчивость Ландау–Пайерса [54]), флуктуации разрушают дальний порядок. Мы также не наблюдали трансформацию в упорядоченную структуру во всем образце. Однако при относительно большой плотности топологических дефектов в нашей системе конечных размеров образуются кластеры с линейным и двумерным упорядочением (рис. 4). Рисунки 4b–d показывают типичные примеры кластеров в увеличенном масштабе. Измерения с различной ориентацией поляризаторов и с оптическим компенсатором показали, что в кластерах топологические дефекты противоположных знаков чередуются. Время жизни таких кластеров может быть порядка минуты. Типично их уничтожение происходит, когда вблизи кластеров аннигилируют +1 и −1 дефекты. Иногда образуются большие упорядоченные кластеры из нескольких десятков дефектов (рис. 5).

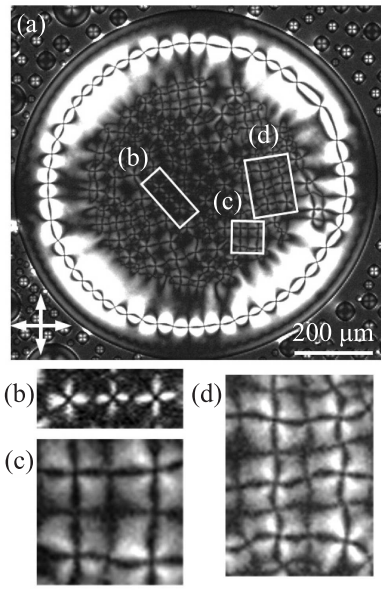

Рис. 4. (a) – Капля из топологических дефектов. Кластеры из упорядоченных дефектов обведены прямоугольниками. Внизу в увеличенном масштабе приведены линейный (b), квадратный (c) и прямоугольный (d) кластеры. Горизонтальные размеры: (b) – 147 мкм; (c) – 80 мкм; (d) – 110 мкм

На рисунке 5 приведены фотографии кластера в скрещенных поляризаторах, ориентированных параллельно и перпендикулярно горизонтальной оси (рис. 5a), со скрещенными поляризаторами, повернутыми против часовой стрелки (рис. 5b), и с оптическим компенсатором (шахматная текстура, рис. 5c). Эти измерения позволяют определить тип топологических дефектов (+1 или −1). В различных экспериментах расстояние между дефектами могло варьироваться в диапазоне 15–30 мкм. В проведенных ранее исследованиях, используя атомно-силовую литографию и технику фотоориентации, на твердую подложку наносился рисунок, который создавал направления преимущественной ориентации нематического директора [55, 56]. Таким путем нематический директор мог быть сориентирован с образованием упорядоченной структуры дефектов. В наших экспериментах квадратная решетка из дефектов образовывалась спонтанно.

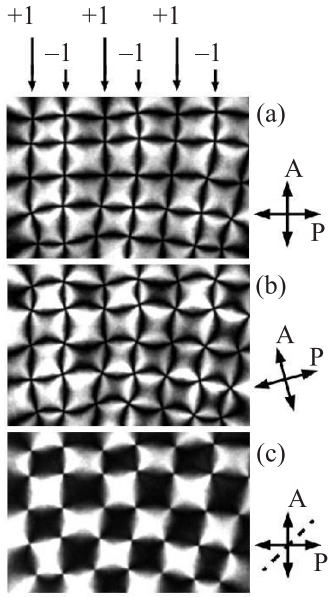

Рис. 5. Фрагмент упорядоченного кластера из топологических дефектов. Фотографии, сделанные со скрещенными поляризаторами (P – поляризатор, A – анализатор), ориентированными параллельно и перпендикулярно горизонтальной оси (a), со скрещенными поляризаторами, повернутыми на 15° против часовой стрелки (b), с оптическим компенсатором (c) позволяют определить знаки топологических дефектов. Стрелки в верхней части рисунка указывают +1 и −1 топологические дефекты в верхнем ряду. Соседние дефекты имеют противоположные знаки. Пунктирная линия в правой части рисунка показывает ориентацию медленной оси компенсатора. Горизонтальный размер фотографий 170 мкм

IV. Заключение. Двумерные капли из большого числа точечных топологических дефектов противоположных знаков (+1 и −1 дефекты) были впервые приготовлены и исследованы. Со временем количество топологических дефектов в каплях уменьшается, поскольку сближение +1 и −1 дефектов приводит к их аннигиляции, однако плотность дефектов может оставаться большой, так как размер капель уменьшается. Такое поведение кардинально отличается от временного поведения ранее исследован-

ных систем, в которых количество дефектов и их плотность уменьшались подобным образом. Капли из топологических дефектов можно рассматривать как классический аналог электронно-дырочных капель в полупроводниках. Обнаружено, что взаимодействие между $+1$ и -1 дефектами приводит к образованию кластеров с квадратной решеткой.

Финансирование работы. Исследование выполнено в рамках государственного задания Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института физики твердого тела имени Ю. А. Осипьяна Российской академии наук.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. R. Mermin, "The topological theory of defects in ordered media", Rev. Mod. Phys. **51**, 591 (1997).
2. S. Fumeron and B. Berche, "Introduction to topological defects: from liquid crystals to particle physics", Eur. Phys. J. Spec. Top. **232**, 1813 (2023).
3. M. Kleman and O. D. Lavrentovich, *Soft Matter Physics* (Springer, N.Y., 2003).
4. P. Oswald and P. Pieranski, *Nematic and Cholesteric Liquid Crystals* (Taylor&Francis, Boca Raton, 2005).
5. P. M. Chaikin and T. S. Lubensky, *Principles of Condensed Matter Physics*, 7th ed. (Cambridge University Press, Cambridge, 2013).
6. П. В. Долганов, Б. М. Болотин, "Ориентационные дефекты в свободно подвешенных смектических С пленках", Письма в ЖЭТФ **77**, 503 (2003) [P. V. Dolganov and B. M. Bolotin, "Orientational Defects in Freely Suspended Smectic C Films", JETP Lett. **77**, 429 (2003)].
7. M. Kleman and O. D. Lavrentovich, "Topological point defects in nematic liquid crystals", Phil. Mag. **86**, 4117 (2006).
8. S. Digal, R. Ray, and A. M. Srivastava, "Observing correlated production of defects and antidefects in liquid crystals", Phys. Rev. Lett. **83**, 5030 (1999).
9. P. V. Dolganov and P. Cluzeau, "Manifold configurations of the director field formed by topological defects in free and confined geometry in smectic films", Phys. Rev. E **90**, 062501 (2014).
10. J.-S. B. Tai, I. I. Smalyukh, "Surface anchoring as a control parameter for stabilizing torons, skyrmions, twisted walls, fingers, and their hybrids in chiral nematics", Phys Rev. E **101**, 042702 (2020).
11. K. Harth and R. Stannarius, "Topological point defects of liquid crystals in quasi-two-dimensional geometries", Front. Phys. **8**, 112 (2020).
12. A. Missaoui, K. Harth, P. Salamon, and R. Stannarius, "Annihilation of point defect pairs in freely suspended liquid-crystal films", Phys. Rev. Res. **9**, 013080 (2020).
13. B. Yurke, A. N. Pargellis, T. Kovacs, and D. A. Huse, "Coarsening dynamics of XY model", Phys. Rev. E **47**, 1525 (1993).
14. W. G. Jang, V. V. Ginzburg, C. D. Muzny, and N. A. Clark, "Annihilation rate and scaling in two-dimensional system of charged particles", Phys. Rev. E **51**, 411 (1995).
15. V. V. Ginzburg, P. D. Beale, and N. A. Clark, "Scaling theory of particle annihilation in system with long-range interaction", Phys. Rev. E **52**, 2583 (1995).
16. E. N. Minor, S. D. Howard, A. A. S. Green, M. A. Glaser, C. S. Park, and N. A. Clark, "End-to-end Machine learning for experimental physics: Using simulated data a neural network for object detection in video microscopy", Soft Matter **16**, 1751 (2020).
17. R. A. Chowdhury, A. A. Green, C. S. Park, J. E. Maclennan, and N. A. Clark, "Topological defect coarsening in quenched smectic-C films analyzed using artificial neural networks", Phys. Rev. E **107**, 044701 (2023).
18. В. Л. Березинский, "Разрушение дальнего порядка в одномерных и двумерных системах с непрерывной группой симметрии", ЖЭТФ **59**, 907 (1970) [V. L. Berezinskii, "Destruction of long-range order in one-dimensional and two-dimensional systems possessing a continuous symmetry group", Sov. Phys. JETP **34**, 610 (1972)].
19. J. M. Kosterlitz and D. J. Thouless, "Long range order and metastability in two dimensional solids and superfluids", J. Phys. C **6,** 1181 (1973).
20. D. R. Nelson and B. I. Halperin, "Dislocation-mediated melting in two dimensions", Phys. Rev. B **19**, 2457 (1979).
21. D. C. Wright and N. D. Mermin, "Crystalline liquids: the Blue Phases", Rev. Mod. Phys. **61**, 385 (1989).
22. J. Pisljar, A. Nych, U. Ognysta, A. Petelin, S. Kralj, and I. Musevic, "Dynamics and Topology of Symmetry Breaking with Skyrmions", Phys. Rev. Lett. **132**, 178101 (2024).
23. J. V. Selinger, *Introduction to Topological Defects and Solitons in Liquid Crystals, Magnets, and Related Materials* (Springer, 2024); https://doi.org/10.1007/978-3-031-70200-6.
24. O. D. Lavrentovich, "Physical properties of topological defects in hybrid aligned nematic films", Mol. Cryst. Liq. Cryst. **191**, 77 (1990).
25. S. A. Langer and J. P. Sethna, "Textures in a chiral smectic liquid-crystal film", Phys. Rev. A **34**, 5035 (1986).
26. G. A. Hinshaw, Jr., R. G. Petschek, and R. A. Pelcovits, "Modulated phases in thin ferroelectric liquid-crystal films", Phys. Rev. Lett. **60**, 1864 (1988).

27. G. A. Hinshaw, Jr. and R. G. Petschek, "Transitions and modulated phases in chiral tilted smectic liquid crystals", Phys. Rev. A **39**, 5914 (1989).
28. R. D. Kamien and J. V. Selinger, "Order and frustration in chiral liquid crystals", J. Phys.: Condens. Matter **13**, R1 (2001).
29. P. V. Dolganov, N. S. Shuravin, and A. Fukuda, "Two-dimensional hexagonal smectic structure formed by topological defects", Phys. Rev. E **93**, 032704 (2016).
30. P. V. Dolganov, N. A. Spiridenko, and V. K. Dolganov, "Ordered structures formed by nematic topological defects and their transformation with changing the Euler characteristics", Phys. Rev. E **110**, 024703 (2024).
31. S. Faetti and V. Palleschi, "Nematic-Isotropic interface of some members of the homogenous series of 4-cyano-4-(alcil)biphenyl liquid crystals", Phys. Rev. A **6**, 3241 (1984).
32. Y. K. Kim, S. V. Shiyanovskii, and O. D. Lavrentovich, "Morphogenesis of defects and tactoids during isotropic-nematic phase transition in self-assembled lyotropic chromonic liquid crystals", J. Phys. Condens. Matter **25**, 404202 (2013).
33. N. P. Haputhanthrige, S. Paladudu, M. O. Lavrentovicn, and O. D. Lavrentovich, "Trapping of isotropic droplets by disclinations in nematic liquid crystals controlled by surface anchoring and elastic constant disparity", Phys. Rev. E **109**, 064703 (2024).
34. S.-D. Kim, J.-K. Guo, and J.-K. Song, "Suspended, one-side anchored, or double-side anchored nematic droplets in an isotropic medium", Liq. Cryst. **43**, 1237 (2016).
35. J. Kim and J. Jeong, "Confinement twists achiral liquid crystals and causes chiral liquid crystals to twist in the opposite handedness: cases in and around sessile droplets", Soft Matter **20**, 1361 (2024).
36. A. Hatcher, *Algebraic Topology* (Cambridge University Press, Cambridge, 2002).
37. L. V. Keldysh, in Proceedings of the Ninth Internation Conference on Physics of Semiconductors, Moscow (Nauka, Leningrad, 1968), p. 1303.
38. В. М. Аснин, А. А. Рогачев, "Переход Мотта в системе экситонов в германии", Письма в ЖЭТФ **7**, 464 (1968) [V. M. Asnine and A. A. Rogachev, "Mott Transition in the Exciton System in Germanium", JETP Lett. **9**, 248 (1969)].
39. Я. Е. Покровский, К. И. Свистунова, "Возникновение конденсированной фазы инеравновесных носителей заряда в германии", Письма в ЖЭТФ **9**, 435 (1969) [Ya. E. Pokrovskii and K. I. Svistunova, "Occurrence of a condensed phase of nonequilibrium carriers in germanium", JETP Lett. **9**, 261 (1969)].
40. Л. В. Келдыш, "Электронно-дырочные капли в полупроводниках", УФН **100**, 514 (1970) [L. V. Keldysh, "Electrone-hole Drops in Semiconductors", Sov. Phys.-Uspekhi **13**(2), 292 (1970)].
41. C. D. Jeffries, "Electron-Hole Condensation in Semiconductors: Electrons and holes condense into freely moving liquid metallic droplets, a plasma phase with novel properties", Science **189**(4207), 955 (1975).
42. А. С. Каминский, Я. Е. Покровский, "Токи Фуко в электрон-дырочных каплях в германии", Письма в ЖЭТФ **24**, 332 (1976) [A. S. Kaminskii and Ya. E. Pokrovskii, "Eddy currents in electron-hole drops in germanium", JETP Lett. **24**, 300 (1976)].
43. R. S. Markiewicz, J. P. Wolfe, and C. D. Jeffries, "Strain-confined electron-hole liquid in germanium", Phys. Rev. B **15**, 1988 (1977).
44. P. L. Gourley and J. P. Wolfe, "Spatial Condensation of Strain-Confined Excitons and Excitonic Molecules into an Electron-Hole Liquid in Silicon", Phys. Rev. Lett. **40**, 528 (1978).
45. G. A. Thomas and V. B. Timofeev, *Optical Properties of Solids, Handbook on Semiconductors*, ed. by M. Balkanski (North-Holland, Amsterdam, 1980), v. 2.
46. Н. А. Гиппиус, А. В. Заварицкая, Л. В. Келдыш, В. А. Миляев, С. Г. Тиходеев, "Квантовый характер отражения экситона от поверхности электронно-дырочной капли", Письма в ЖЭТФ **40**, 416 (1984) [N. A. Gippius, V. A. Zavaritskaya, L. V. Keldysh, V. A. Milyaev, and S. G. Tikhodeev, "Quantum nature of the reflection of an exciton from the surface of an electron-hole drop", JETP Lett. **40**, 1235 (1984)].
47. T. Suzuki and R. Shimano, "Time-Resolved Formation of Excitons and Electron-Hole Droplets in Si Studied Using Terahertz Spectroscopy", Phys. Rev. Lett. **10**3, 057401 (2009).
48. Н. Н. Сибельдин, "Электронно-дырочная жидкость в полупроводниках и низкоразмерных структурах", УФН **187**, 1236 (2017) [N. N. Sibeldin, "Electron-hole liquid in semiconductors and low-dimensional structures", Phys.-Uspekhi **60**(11), 1147 (2017)].
49. J. Omachi, N. Naka, K. Yoshioka, and M. Kuwata-Gonokami, "Mid-infrared dielectric response of Fermi-degenerate electron-hole droplets in diamond", Phys. Rev. B **106**, 235205 (2022).
50. Y. Yu, G. Li, Y. Xu, C. Hu, X. Liu, and L. Cao, "Phase Diagram of High-Temperature Electron-Hole Quantum Droplet in Two-Dimensional Semiconductors", ACS Nano **17**(16), 15474 (2023).
51. В. В. Ратников, "Диэлектрическая электронно-дырочная жидкость в монослойных гетероструктурах на основе дихалькогенидов переходных металлов", ЖЭТФ **166**, 710 (2024) [V. V. Ratnikov, "Dielectric electron-hole liquid in monolayer heterostructures based on transition metal dichalcogenides", JETP **166**, 710 (2024)].
52. М. М. Глазов, Р. А. Сурис, "Коллективные состояния экситонов в полупроводниках", УФН **190**, 1121 (2020) [M. M. Glazov and R. A. Suris, "Collective states of excitons in semiconductors", Phys.-Uspekhi **63**, 1051 (2021)].

53. O. D. Lavrentovich, "Looking at the world through liquid crystal glasses", Contemporary Mathematics **577**, 25 (2012).
54. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая Физика, в 10 т. Т. 5. Статистическая Физика. Ч. 1* (Физматлит, М., 2002) [L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Statistical Physics: Volume 5* (Pergamon Press, Oxford, 2013)].
55. S. Kralj, B. S. Murray, and Ch. Rosenblatt, "Decomposition of strongly charged topological defects", Phys. Rev. E **95**, 042702 (2017).
56. S.-B. Wu, J.-B. Wu, H.-M. Cao, Y.-Q. Lu, and W. Hu, "Topological Defect Guided Order Evolution across the Nematic-Smectic Phase Transition", Phys. Rev. Lett. **130**, 078101 (2023).