Письма в ЖЭТФ, том 124, вып. 9, с. 718 – 726 © 2026 г. 10 ноября

Выпрямление микроволновых колебаний на основе гетероструктуры скошенный антиферромагнетик/нормальный металл

Е. Е. Смолина[+*1)], *А. Р. Сафин*[+*×]

[+]*Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, 125009 Москва, Россия*

[*]*Московский физико-технический институт, 141701 Долгопрудный, Россия*

[×]*Национальный исследовательский университет "МЭИ", 111250 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 7 сентября 2026 г.
После переработки 24 сентября 2026 г.
Принята к публикации 25 сентября 2026 г.

В работе теоретически исследованы процессы выпрямления сверхвысокочастотного излучения в гетероструктуре на основе скошенного антиферромагнетика и нормального металла. В рамках "сигма-модели" получены аналитические выражения для компонент выпрямленного напряжения, возникающего за счет обратного спинового эффекта Холла в слое нормального металла. Особое внимание уделено влиянию ориентации "легкой плоскости" анизотропии и угла поляризации внешнего излучения на чувствительность структуры. Показано, что при наклоне "легкой плоскости" на 45° относительно плоскости образца и соответствующей поляризации излучения доминирующий вклад в выпрямленный сигнал вносит механизм, связанный с прецессией вектора Нееля, тогда как вклад прецессии вектора намагниченности минимален. Полученные результаты демонстрируют, что изменение ориентации магнитной анизотропии материала, в частности, "легкой плоскости", при росте пленок позволяет не только прогнозировать доминирующий канал преобразования спин-волновых возбуждений в электрический сигнал, но и при определенных условиях достигать повышенных значений выходного напряжения, что открывает перспективы для создания перестраиваемых детекторов субтерагерцового и терагерцового диапазонов.

DOI: 10.7868/S3034576626110053

Введение. Антиферромагнитная спинтроника – направление спинтроники, изучающее процессы переноса и преобразования магнитного момента в антиферромагнитных структурах. Интерес к данной теме находит отражение во множестве теоретических и экспериментальных работ, опубликованных в последние годы [1–16]. Это связано с открытием новых перспектив в создании энергоэффективных, высокоскоростных и миниатюрных функциональных элементов терагерцового диапазона [17, 18], используемых, например, для нового поколения 5G и 6G телекоммуникаций, биомедицинских приложений и астрономии. Антиферромагнетики (АФМ) являются многообещающими материалами для использования в этих целях, предоставляя уникальные решения для генерации, детектирования, обработки и хранения информации [19–21]. Кроме того, они обладают высокой устойчивостью к изменению магнитного поля [19–21], что делает их особенно привлекательными для применения в устройствах памяти и логических схемах [22].

Отдельного внимания заслуживают скошенные АФМ. В этом классе материалов антисимметричное обменное взаимодействие, в частности, взаимодействие Дзялошинского–Мория [23, 24], приводит к отклонению магнитных подрешеток от коллинеарной ориентации и появлению слабого ферромагнетизма. Скошенные АФМ обладают рядом уникальных характеристик – высокая частота собственных колебаний спиновой подсистемы, лежащая в субтерагерцовом и терагерцовом диапазонах, возможность управления состоянием с помощью электрического тока [25, 26], а также устойчивость к внешним магнитным шумам.

Экспериментальные методы исследования магнитных гетероструктур опираются на широкий набор методов, которые позволяют изучать спиновые свойства материалов, процессы переноса спина и взаимодействия магнитных слоев. Сравнительно новый подход – исследование спиновой накачки и детектирование возникающих в ее процессе спиновых токов с помощью обратного спинового эффекта Холла [27, 28]. Этот метод представляет собой важный инструмент для исследования фундаментальных ас-

[1)]e-mail: smolina.ee@bk.ru

пектов спиновой динамики [29–31] и взаимодействия спиновых токов с различными материалами [32]. Ранее были проведены эксперименты с рядом скошенных АФМ, включая борат железа ($FeBO_3$) [33], оксид хрома (Cr_2O_3) [34] и гематит (α-Fe_2O_3) [35–39], однако наибольшее внимание в настоящее время уделяется последнему, как наиболее доступному и пригодному для практического использования материалу.

Гематит характеризуется высокой химической и термической стабильностью, а также наличием перехода Морина при температуре $T_M \approx 260\,\mathrm{K}$, вблизи которого изменяется характер магнитной анизотропии [40]. Благодаря этим свойствам α-Fe_2O_3 широко используется в экспериментах по спиновой накачке, в том числе в гетероструктурах с нормальным металлом (НМ) (например, Pt). Однако при анализе таких систем важно учитывать, что магнитные свойства гематита существенно зависят от ориентации "легкой плоскости" относительно плоскости образца [41]. Эта степень свободы может оказать значительное влияние на характеристики возбуждаемой в АФМ прецессии и, соответственно, на величину и поляризацию индуцируемого спинового тока. Тем не менее, вопросы о влиянии ориентации "легкой плоскости" на процессы спиновой накачки и выпрямительные характеристики структуры остаются недостаточно изученными и требуют более глубокого теоретического анализа.

Цель настоящей работы заключается в построении теоретической модели спиновой накачки в гетероструктурах на основе скошенных АФМ с учетом изменения направления магнитной анизотропии. Особое внимание уделяется анализу влияния ориентации магнитной анизотропии типа "легкая плоскость" и угла поляризации внешнего электромагнитного излучения на величину и характеристики выпрямленного сигнала, регистрируемого в НМ.

Физическая структура. Рассмотрим структуру детектора сверхвысокочастотного (СВЧ) излучения на основе скошенного АФМ и НМ, представленную на рис. 1. Падающее на структуру внешнее переменное СВЧ-излучение с компонентой магнитного поля $\mathbf{h}_{AC} = h_{AC}\mathbf{n}_{AC} \cdot \mathrm{e}^{i\omega t}$ с линейной поляризацией $\mathbf{n}_{AC} = \cos\alpha_p \mathbf{e}_1 + \sin\alpha_p \mathbf{e}_2$ индуцирует крутящий момент, который действует на магнитные подрешетки $\mathbf{M}_{1,2}$ АФМ и вызывает их однородную прецессию, которая приводит к спиновой накачке на границе АФМ/НМ и возбуждению спинового тока [1]. Важно, чтобы НМ обладал сильным спин-орбитальным взаимодействием. Благодаря этому, электроны с разной спиновой ориентацией испытывают разное рассеяние из-за взаимодействия их спина с орбитальным движением в кристаллическом поле атомов (особенно тяжелых, таких как Pt). Это приводит к накоплению зарядов по краям образца – возникает измеримое поперечное напряжение V. Данный механизм конвертации спинового тока в поперечное напряжение носит название обратного спинового эффекта Холла [27, 28]. Таким образом, выпрямленное напряжение возникает именно в слое НМ (Pt) и регистрируется парами электродов $V_{1,2}$, расположенными на поверхности слоя НМ.

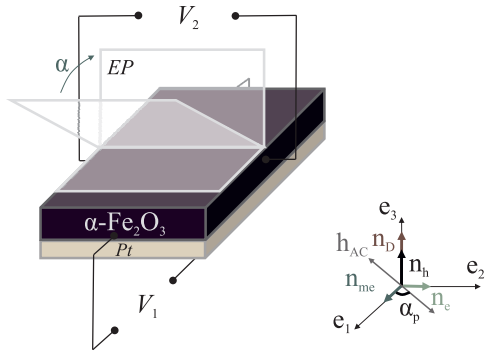

Рис. 1. (Цветной онлайн) Физическая структура на основе гематита (α-Fe_2O_3) и платины (Pt). В работе мы рассматриваем случаи, когда легкая плоскость АФМ может быть расположена под углом от 0 до 90 градусов к плоскости образца. Измерительные электроды $V_{1,2}$ расположены на слое платины, в котором за счет обратного спинового эффекта Холла возникает выпрямленное напряжение

В качестве НМ в работе рассматривается платина (Pt), а в качестве скошенного АФМ – гематит (α-Fe_2O_3). У данного магнитного материала присутствует поле спонтанной магнитострикции, которое определяет разрыв в спектре магнитных возбуждений при нулевом магнитном поле [40]. В рассматриваемой гетероструктуре направления легкой и трудной осей анизотропии $\mathbf{n}_\mathrm{e}$ и $\mathbf{n}_\mathrm{h}$, поля магнитострикции $\mathbf{n}_\mathrm{me}$, а также поля Дзялошинского–Мория $\mathbf{n}_\mathrm{D}$ фиксированы и ориентированы, как показано на рис. 1. В работе мы рассматриваем влияние ориентации "легкой плоскости" антиферромагнетика на выпрямительные характеристики структуры. Это выражается вращением "легкой плоскости" вокруг оси $\mathbf{e}_2$ на угол α относительно плоскости образца. Начальное положение "легкой плоскости" таково, что она лежит в плоскости образца, т. е. $\alpha = 0$.

Математическая модель. Динамика спиновой подсистемы скошенного АФМ во внешнем СВЧ-поле описывается в рамках "сигма-модели", применяемой для теоретического описания длинноволновых возбуждений в двухподрешеточных магнетиках. В этом

подходе состояние материала характеризуется двумя взаимосвязанными векторами: вектором намагниченности $\mathbf{m} = (\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2)/2M_s$ и вектором Нееля $\mathbf{l} = (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2)/2M_s$, где M_s – намагниченность насыщения АФМ [42–45]. Такое представление удобно тем, что позволяет разделить "ферромагнитную" и "антиферромагнитную" компоненты, причем в силу условия нормировки $\mathbf{l}^2 + \mathbf{m}^2 = 1$ эти переменные оказываются связанными:

$$\mathbf{m} = \frac{1}{\omega_{\text{ex}}}\left(\left[\frac{d\mathbf{l}}{dt} \times \mathbf{l}\right] + \gamma\left[\mathbf{l} \times \mathrm{H_D}\mathbf{n_D}\right] + \gamma\left[[\mathbf{l} \times \mathbf{h}_{AC}] \times \mathbf{l}\right]\right), \tag{1}$$

$$\mathbf{l} \times \left[\frac{d^2\mathbf{l}}{dt^2} + \gamma_{\text{eff}}\frac{d\mathbf{l}}{dt} - 2\gamma\left[\mathbf{h}_{AC} \times \frac{d\mathbf{l}}{dt}\right] + \gamma\left[\frac{d\mathbf{h}_{AC}}{dt} \times \mathbf{l}\right] + \right.$$
$$\left. + \gamma^2\mathbf{h}_{AC}\left(\mathbf{h}_{AC} \cdot \mathbf{l}\right) + \gamma^2\left[\mathbf{h}_{AC} \times \mathrm{H_D}\mathbf{n_D}\right] + \hat{\Omega} \cdot \mathbf{l}\right] = 0, \tag{2}$$

где $\gamma_{\text{eff}} = \alpha_{\text{eff}}\omega_{\text{ex}}$ – ширина спектральной линии, α_{eff} – эффективное затухание, γ – гиромагнитное отношение, а матрица $\hat{\Omega}$, присутствующая в выражении (2), имеет вид:

$$\hat{\Omega} = -\omega_{\text{ex}}\omega_{\text{e}}\mathbf{n}_{\text{e}} \otimes \mathbf{n}_{\text{e}} + \omega_{\text{ex}}\omega_{\text{h}}\mathbf{n}_{\text{h}} \otimes \mathbf{n}_{\text{h}} +$$
$$+ \omega_{\text{ex}}\omega_{\text{me}}\mathbf{n}_{\text{me}} \otimes \mathbf{n}_{\text{me}} + \omega_{\text{D}}^2\mathbf{n}_{\text{D}} \otimes \mathbf{n}_{\text{D}}. \tag{3}$$

Здесь $\mathbf{n}_e = \mathbf{e}_2$ и $\mathbf{n}_h = \mathbf{e}_3$ – направления полей легкой и трудной осей анизотропии, соответственно, а $\mathbf{n}_{\text{me}} = \mathbf{e}_1$ и $\mathbf{n}_D = \mathbf{e}_3$ – направления поля магнитострикции и поля Дзялошинского–Мория, и связанные с этими полями частоты $\omega_{\text{ex}} = 2\gamma H_{\text{ex}}$, $\omega_{\text{e,h,me,D}} = \gamma H_{\text{e,h,me,D}}$.

Для анализа отклика на слабое СВЧ-излучение воспользуемся стандартной процедурой линеаризации относительно стационарного состояния. Представим вектор Нееля как сумму статической компоненты $\mathbf{l}_0$, описывающей основное состояние АФМ, и малого динамического возмущения $\mathbf{s}(t)$:

$$\mathbf{l}(t) = \mathbf{l}_0 + \mathbf{s}(t). \tag{4}$$

Поскольку длина вектора $\mathbf{l}$ сохраняется (в линейном приближении), возмущение должно быть ортогональным к равновесной ориентации: $(\mathbf{l}_0 \cdot \mathbf{s}) = 0$. В рассматриваемой геометрии $\mathbf{l}_0$ ориентирован вдоль оси $\mathbf{e}_2$, а динамическая компонента имеет вид $\mathbf{s} = \hat{M} \cdot (s_1\mathbf{e}_1 + s_2\mathbf{e}_3)$, где $\hat{M}$ – матрица поворота вокруг оси $\mathbf{e}_2$:

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{pmatrix}. \tag{5}$$

Получим уравнение динамики малых амплитуд, для этого выполним подстановку выражения (4) в исходное уравнение динамики вектора Нееля (2) с последующим исключением членов выше первого порядка по $\mathbf{s}$ и $\mathbf{h}_{\text{AC}}$:

$$\tfrac{d^2\mathbf{s}}{dt^2} + \gamma_{\text{eff}}\tfrac{d\mathbf{s}}{dt} + \hat{\Phi} \cdot \mathbf{s} = \hat{M}_y^{-1} \cdot \omega_{AC}\mathbf{f}_{AC}, \tag{6}$$

где $\omega_{\text{AC}} = \gamma h_{\text{AC}}$, а

$$\hat{\Phi} = \hat{\Omega} - \left(\hat{\Omega}\mathbf{l}_0 \cdot \mathbf{l}_0\right)\hat{\mathrm{I}}, \tag{7}$$

и

$$\mathbf{f}_{\text{AC}} = \left[\mathbf{l}_0 \times \tfrac{\mathrm{d}\mathbf{n}_{\text{AC}}}{\mathrm{dt}}\right] + \omega_{\text{D}}\left[\mathbf{n}_{\text{D}} \times \mathbf{n}_{\text{AC}}\right]. \tag{8}$$

Уравнение (6) является линейным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами, поэтому его решение удобно искать в виде спектрального представления. Переходя к Фурье-образу $\mathbf{s}(\omega) = \int \mathbf{s}(t)\,\mathrm{e}^{i\omega t}dt$, получаем алгебраическую систему:

$$\mathbf{s}(\omega) = \hat{M}^{-1} \cdot \tfrac{1}{\det \hat{D}(\omega)}\hat{D}^{-1}(\omega)\,\omega_{\text{AC}}\mathbf{f}_{\text{AC}}, \tag{9}$$

где матрица $\hat{D}(\omega)$ определена как

$$\hat{D}(\omega) = \left(-\omega^2 + \mathrm{i}\omega\gamma_{\text{eff}}\right)\hat{\mathrm{I}} + \hat{\Phi}. \tag{10}$$

Диагональные члены матрицы $\hat{\Phi}$ дают выражения для резонансных частот АФМ – квазиферромагнитной ω_1 и антиферромагнитной ω_2 [46]:

$$\omega_1^2 = \omega_{\text{ex}}\left(\omega_{\text{e}} + \omega_{\text{me}}\right), \tag{11}$$

$$\omega_2^2 = \omega_{\text{ex}}\left(\omega_{\text{e}} + \omega_{\text{h}}\right) + \omega_{\text{D}}^2. \tag{12}$$

Частота ω_1 определяется главным образом анизотропией в плоскости, тогда как ω_2 включает дополнительный вклад от трудной оси и поля Дзялошинского–Мория, что характерно для скошенных АФМ.

Теория выпрямления. Возбуждение спинового тока в слое платины вследствие обратного спинового эффекта Холла приводит к возникновению ненулевой разности потенциалов на выходных контактах. Выражение для выходного напряжения может быть записано в виде [6, 47]

$$V \sim \left\langle \mathbf{m} \times \tfrac{d\mathbf{m}}{dt} + \mathbf{l} \times \tfrac{d\mathbf{l}}{dt} \right\rangle, \tag{13}$$

где $\langle ... \rangle$ – среднее по времени за период $2\pi/\omega_{1,2}$ в случае резонанса.

Для получения составляющих выходного напряжения в аналитическом виде, представим $\mathbf{s}(\omega)$ как

$$\begin{aligned} s_1(\omega) &= A(\omega)\sin(\omega t + \varphi_A(\omega)), \\ s_2(\omega) &= B(\omega)\sin(\omega t + \varphi_B(\omega)). \end{aligned} \tag{14}$$

Амплитуды $A(\omega), B(\omega)$ и фазы $\varphi_A(\omega), \varphi_B(\omega)$ могут быть найдены путем комбинации выражений (9) и (14)

$$\begin{aligned} A &= \frac{\omega_{\mathrm{AC}}\sqrt{C_3^2\sin^2\alpha + C_4^2\cos^2\alpha}}{\sqrt{C_1^2+C_6^2}}, \\ B &= \frac{\omega_{\mathrm{AC}}\sqrt{C_3^2\cos^2\alpha + C_4^2\sin^2\alpha}}{\sqrt{C_2^2+C_6^2}}, \\ \varphi_A &= \mathrm{arctg}\left(\frac{C_1C_3\mathrm{tg}\alpha - C_4C_5}{C_1C_4 + C_3C_5\mathrm{tg}\alpha}\right), \\ \varphi_B &= \mathrm{arctg}\left(\frac{C_2C_3 + C_4C_5\mathrm{tg}\alpha}{C_3C_5 - C_2C_4\mathrm{tg}\alpha}\right), \end{aligned} \tag{15}$$

где введены обозначения $C_1 = \omega_1^2 - \omega^2$, $C_2 = \omega_2^2 - \omega^2$, $C_3 = \omega\cos\alpha_p$, $C_4 = \omega_{\mathrm{D}}\sin\alpha_p$, $C_5 = \omega\gamma_{\mathrm{eff}}$. Величины C_1 и C_2 характеризуют расстройку внешней частоты относительно двух собственных мод, C_3 и C_4 – эффективные амплитуды возбуждения, зависящие от угла поляризации α_p и поля Дзялошинского–Мория, а C_5 – диссипативный фактор, определяющий ширину резонансной кривой.

Подставляя (14) в (13) и выполняя усреднение по времени, получим отдельные составляющие выпрямленного напряжения. Проекция $\left\langle \mathbf{m} \times \frac{d\mathbf{m}}{dt} \right\rangle$ на ось $\mathbf{e}_1$ (соответствует составляющей V_1 на рис. 1) дает вклад, пропорциональный квадрату амплитуды A:

$$V_{\left\langle \mathbf{m}\times\frac{d\mathbf{m}}{dt}\right\rangle|_{\mathbf{e}_1}} = \frac{\kappa\omega^2\omega_{\mathrm{D}}}{\omega_{\mathrm{ex}}^2}\cdot A^2. \tag{16}$$

Более сложная структура наблюдается для компоненты $\left\langle \mathbf{m} \times \frac{d\mathbf{m}}{dt} \right\rangle$ вдоль оси $\mathbf{e}_2$ (соответствует составляющей V_2):

$$\begin{aligned} V_{\left\langle \mathbf{m}\times\frac{d\mathbf{m}}{dt}\right\rangle|_{\mathbf{e}_2}} &= \frac{\kappa\omega^2}{\omega_{\mathrm{ex}}^2}\cdot AB\omega\sin(\varphi_B - \varphi_A) + \\ &+ \frac{\kappa\omega^2}{\omega_{\mathrm{ex}}^2}\cdot A\omega_{\mathrm{AC}}\cos\alpha_p\cos\varphi_A. \end{aligned} \tag{17}$$

Наконец, вклад от прецессии вектора Нееля имеет чисто квадратичную зависимость от амплитуд и определяется разностью фаз между компонентами:

$$V_{\left\langle \mathbf{l}\times\frac{d\mathbf{l}}{dt}\right\rangle} = 2i\omega\kappa\cdot AB\omega\sin(\varphi_B - \varphi_A). \tag{18}$$

Коэффициент пропорциональности κ объединяет геометрические параметры структуры, а также некоторые характеристики используемого НМ (в частности Pt):

$$\kappa = \frac{Lg_r\theta_{\mathrm{SH}}e\lambda_{\mathrm{Pt}}\rho}{2\pi d_{\mathrm{Pt}}}\tanh\left(\frac{d_{\mathrm{Pt}}}{2\lambda_{Pt}}\right). \tag{19}$$

Результаты и обсуждение. Проанализируем зависимости чувствительности (вольт-ваттной характеристики) структуры от угла наклона "легкой плоскости" α и угла поляризации внешнего излучения α_p при резонансе $\omega = \omega_1$:

$$\mathcal{R} = \frac{V(\omega = \omega_1)}{P_{\mathrm{AC}}}, \tag{20}$$

где $P_{\mathrm{AC}} = \frac{cS\mu_0}{2}\cdot(h_{\mathrm{AC}})^2$ – входная мощность [33]. Для анализа мы ограничиваемся рассмотрением резонанса на нижней моде ω_1, поскольку он характеризуется меньшей частотой (обычно единицы и десятки ГГц), что позволяет использовать стандартное СВЧ-оборудование и легко достигать резонансных условий.

Для наглядности разделим анализ по механизмам генерации напряжения, соответствующим формулам (16)–(18).

Механизм $\left\langle \mathbf{m} \times \frac{d\mathbf{m}}{dt} \right\rangle$. На рисунке 2 показана чувствительность структуры по данному механизму в проекции на ось $\mathbf{e}_1$ (компонента напряжения V_1). Согласно формуле (16), сигнал пропорционален квадрату амплитуды квазиферромагнитной моды: $V \sim A^2$. Из выражения для амплитуды (15) следует, что при резонансе $\omega = \omega_1$ достигается максимальная эффективность возбуждения, когда "легкая плоскость" лежит в плоскости образца, а поляризация излучения $\mathbf{n}_{\mathrm{AC}}$ строго сонаправлена с осью $\mathbf{e}_2$:

$$\mathcal{R}_{\left\langle \mathbf{m}\times\frac{d\mathbf{m}}{dt}\right\rangle|_{\mathbf{e}_1}} = \frac{2\kappa\gamma^2\omega_{\mathrm{D}}^3}{\omega_{\mathrm{ex}}^2 cS\mu_0\gamma_{\mathrm{eff}}^2}. \tag{21}$$

Данный сигнал квадратичен переменному полю ($V \sim h_{\mathrm{AC}}^2$) и не зависит от разности фаз между модами. Если поляризация внешнего излучения направлена вдоль $\mathbf{e}_1$ ($\alpha_p = 0$), то эффективное поле не "раскачивает" данную моду, и сигнал полностью подавляется при любом угле наклона "легкой плоскости".

Рисунок 3 демонстрирует чувствительность для компоненты напряжения по механизму $\left\langle \mathbf{m} \times \frac{d\mathbf{m}}{dt} \right\rangle$, измеряемой на электродах V_2 (вдоль оси $\mathbf{e}_2$). В отличие от предыдущего случая, выражение (17) для этого вклада имеет смешанную структуру. Максимум чувствительности достигается при ориентации "лег-

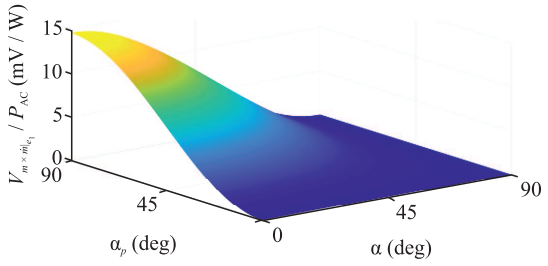

Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимость чувствительности в резонансе $\omega = \omega_1$ по механизму $\langle \mathbf{m} \times \dot{\mathbf{m}} \rangle$ от угла поляризации внешнего излучения α_p и от угла наклона "легкой плоскости" относительно плоскости образца α (компонента по $\mathbf{e}_1$)

кой плоскости" перпендикулярно образцу ($\alpha = 90°$) и поляризации падающего излучения $\mathbf{n}_{\mathrm{AC}}$ вдоль оси $\mathbf{e}_1$ ($\alpha_p = 0$):

$$\mathcal{R}_{\left\langle \mathbf{m} \times \frac{d\mathbf{m}}{dt} \right\rangle |_{\mathbf{e}_2}} = \frac{2\kappa\gamma^2\omega_1^2}{\omega_{\mathrm{ex}}^2 cS\mu_0\sqrt{1+\gamma_{\mathrm{eff}}^2}}. \qquad (22)$$

В этой конфигурации доминирующую роль играет второй член выражения (17), пропорциональный $\sim A\omega_{\mathrm{AC}} \cos\alpha_p$. При угле поляризации внешнего излучения $\alpha_p = 90°$ (т.е. сонаправлено с осью $\mathbf{e}_2$) напряжение обращается в нуль независимо от α. Кроме того, можно заметить, что данная зависимость является зеркальным отражением первой относительно диагонали плоскости (α, α_p). Если напряжение, детектируемое с электродов V_2, максимально при ориентации поля вдоль $\mathbf{e}_1$ и угле наклона "легкой плоскости" $\alpha = 90°$, то напряжение с электродов V_1 в этой же точке обращается в нуль, и наоборот.

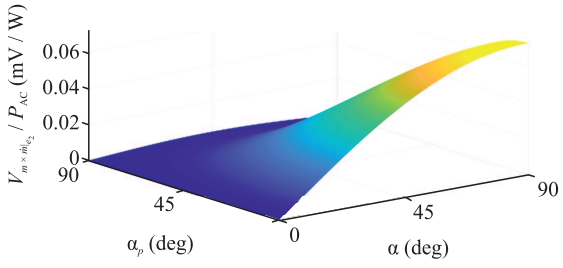

Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимость чувствительности в резонансе $\omega = \omega_1$ по механизму $\langle \mathbf{m} \times \dot{\mathbf{m}} \rangle$ от угла поляризации внешнего излучения α_p и от угла наклона "легкой плоскости" относительно плоскости образца α (компонента по $\mathbf{e}_2$)

Механизм $\left\langle \mathbf{l} \times \frac{d\mathbf{l}}{dt} \right\rangle$. Данная компонента напряжения V_1 описывается выражением (18), которое пропорционально произведению амплитуд квазиферромагнитной и антиферромагнитной мод и синусу их фазового сдвига. Этот механизм, аналогично предыдущим, демонстрирует квадратичную зависимость

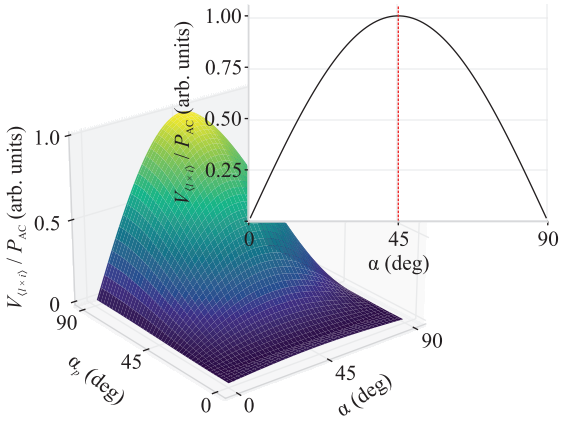

Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимость чувствительности в резонансе $\omega = \omega_1$ по механизму $\left\langle \mathbf{l} \times \dot{\mathbf{l}} \right\rangle$ от угла поляризации внешнего излучения α_p и от угла наклона "легкой плоскости" относительно плоскости образца α. На вставке показана зависимость чувствительности от угла наклона "легкой плоскости" относительно плоскости образца при угле поляризации внешнего излучения $\alpha_p = 90°$

выходного напряжения от мощности падающего излучения, однако сигнал формируется в результате когерентного смешения двух резонансных мод при усреднении по времени.

Максимум чувствительности на рис. 4 достигается, когда "легкая плоскость" расположена под углом $\alpha = 45°$ к плоскости образца, а внешнее излучение $\mathbf{n}_{\mathrm{AC}}$ сонаправлено с осью $\mathbf{e}_2$:

$$\mathcal{R}_{\left\langle \mathbf{l} \times \frac{d\mathbf{l}}{dt} \right\rangle} = \frac{i\kappa\gamma^2\omega_1\omega_{\mathrm{D}}^2\left(\omega_2^2 - \omega_1^2\right)}{cS\mu_0\gamma_{\mathrm{eff}}\left(\left(\omega_2^2 - \omega_1^2\right)^2 + \left(\omega_1\gamma_{\mathrm{eff}}\right)^2\right)}. \qquad (23)$$

Это следует из выражений для амплитуд прецессий (15), произведение которых достигает максимума именно при $\alpha = 45°$, что соответствует условию выравнивания интенсивностей возбуждения обеих мод. Для большей наглядности на вставке к рис. 4 приведена зависимость чувствительности от угла наклона "легкой плоскости" относительно плоскости образца при угле поляризации внешнего излучения $\alpha_p = 90°$, где четко виден максимум при $\alpha = 45°$.

Принципиально важным является то, что для существования ненулевого сигнала требуется выполнение условия $\sin(\varphi_B - \varphi_A) \neq 0$. Фазовый сдвиг $\Delta\varphi$ определяется расстройкой собственных частот ω_1 и ω_2, а также величиной диссипации, характеризуемой параметром затухания γ_{eff}. В общем случае при $\omega_1 \neq \omega_2$ и $\gamma_{\mathrm{eff}} \neq 0$ разность фаз принимает ненулевое значение, что и обеспечивает появление ненулевого сигнала. В пределе $\gamma_{\mathrm{eff}} \to 0$ или при совпадении час-

тот ($\omega_1 = \omega_2$) фазовый сдвиг обращается в нуль (т.е. $\sin\Delta\varphi = 0$), и сигнал исчезает.

Отдельно обсудим соотношение двух рассмотренных вкладов в выпрямленное напряжение. Полное напряжение, регистрируемое между парой электродов, представляет собой сумму векторных вкладов механизмов $\left\langle \mathbf{m} \times \frac{d\mathbf{m}}{dt} \right\rangle$ и $\left\langle \mathbf{l} \times \frac{d\mathbf{l}}{dt} \right\rangle$. Вдоль оси $\mathbf{e}_1$ действуют оба механизма одновременно. При этом вклад $\left\langle \mathbf{m} \times \frac{d\mathbf{m}}{dt} \right\rangle|_{\mathbf{e}_1} \sim A^2$ (формула (16)) не изменяет свой знак, тогда как знак вклада $\left\langle \mathbf{l} \times \frac{d\mathbf{l}}{dt} \right\rangle$ определяется знаком $\sin(\varphi_B - \varphi_A)$ и меняется, в частности, при прохождении частоты внешнего излучения через резонанс. Поэтому в общем случае, при промежуточных значениях углов α и α_p, два вклада могут как усиливать, так и частично компенсировать друг друга. Вместе с тем при оптимальных для механизма $\left\langle \mathbf{m} \times \frac{d\mathbf{m}}{dt} \right\rangle$ углах наклона "легкой плоскости" ($\alpha = 0°$ или $\alpha = 90°$) сигнал по механизму $\left\langle \mathbf{l} \times \frac{d\mathbf{l}}{dt} \right\rangle$ обращается в нуль, а при оптимальном для последнего угле $\alpha = 45°$ вклад $\left\langle \mathbf{m} \times \frac{d\mathbf{m}}{dt} \right\rangle|_{\mathbf{e}_1}$ вдвое меньше своего максимального значения, поскольку $A^2 \sim \cos^2\alpha$. Это позволяет экспериментально разделять вклады двух механизмов по их угловым зависимостям.

Поскольку рассматриваемая структура является квадратичным детектором ($V \sim h_{\mathrm{AC}}^2$), эффективность преобразования СВЧ-излучения в постоянное напряжение корректно характеризовать не отношением V/h_{AC}, которое не является постоянным и зависит от уровня входного сигнала, а вольт-ваттной чувствительностью $\mathcal{R} = V/\mathrm{P_{AC}}$ (формула (20)), связывающей выходное напряжение с плотностью энергии падающего излучения. Подстановка параметров из табл. 1 в выражение (21) для доминирующего механизма $\left\langle \mathbf{m} \times \frac{d\mathbf{m}}{dt} \right\rangle|_{\mathbf{e}_1}$ при оптимальных углах ($\alpha = 0°$, $\alpha_p = 90°$) дает оценку максимальной чувствительности $\mathcal{R} \approx 1.4 \cdot 10^{-12}$ В/Вт.

Выражения (16)–(18) содержат зависимость от частоты внешнего излучения, которая определяет спектральные характеристики детектора. На рисунке 5 приведены рассчитанные по формулам (16)–(18) частотные зависимости нормированной чувствительности $\mathcal{R}(f)/\mathcal{R}_{\max}$ для трех оптимальных конфигураций, рассмотренных выше. Для всех механизмов чувствительность имеет резонансный максимум на частоте квазиферромагнитной моды $f_1 = \omega_1/2\pi \approx$ ≈ 8.9 ГГц, а ширина резонансной линии определяется диссипативным параметром и составляет $\Delta f \approx$ $\approx \gamma_{\mathrm{eff}}/2\pi \approx 0.56$ ГГц (добротность $Q = f_1/\Delta f \approx 16$). Таким образом, структура работает как резонансный детектор с полосой пропускания порядка 0.5 ГГц вблизи центральной частоты, что следует учитывать при практическом применении.

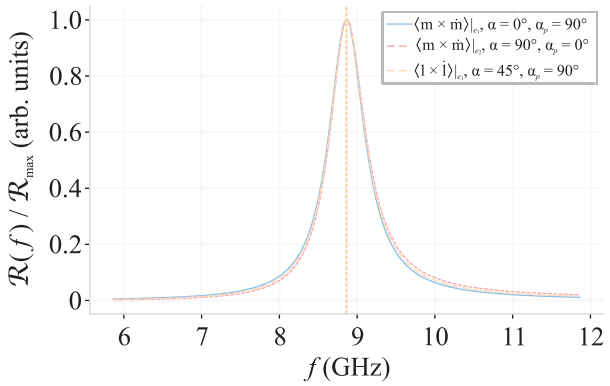

Рис. 5. (Цветной онлайн) Частотные зависимости нормированной чувствительности $\mathcal{R}(f)/\mathcal{R}_{\max}$ для трех оптимальных конфигураций: механизм $\langle \mathbf{m} \times \dot{\mathbf{m}} \rangle$, компонента по $\mathbf{e}_1$ ($\alpha = 0°$, $\alpha_p = 90°$); механизм $\langle \mathbf{m} \times \dot{\mathbf{m}} \rangle$, компонента по $\mathbf{e}_2$ ($\alpha = 90°$, $\alpha_p = 0°$); механизм $\langle \mathbf{l} \times \dot{\mathbf{l}} \rangle$ ($\alpha = 45°$, $\alpha_p = 90°$). Параметры соответствуют табл. 1

Значения параметров АФМ ($2H_{\mathrm{ex}}$, H_{me}, H_{D}, H_{e}, H_{h}) в табл. 1 соответствуют экспериментальным данным для гематита [35, 36, 39, 40], а параметры платины (θ_{SH}, λ_{Pt}, ρ) и величина проводимости на границе g_r взяты из работ [6, 48–50]. Отдельно отметим вопрос о длине спиновой диффузии в платине: сообщаемые в литературе значения λ_{Pt} лежат в широком диапазоне от 0.5 до 14 нм [50] и существенно зависят от качества пленки и ее удельного сопротивления; в частности, для напыленных пленок Pt при комнатной температуре получено значение 1.4 ± 0.3 нм [48]. Использованное в расчетах значение $\lambda_{\mathrm{Pt}} = 1.2$ нм соответствует нижней границе литературного разброса и является реалистичным для тонких (2 нм) поликристаллических пленок платины с высоким удельным сопротивлением, рассматриваемых в настоящей работе.

Заключение. В настоящей работе построена теоретическая модель спиновой накачки в гетероструктуре на основе скошенного АФМ и НМ с учетом ориентации "легкой плоскости" анизотропии относительно плоскости образца. На основе линеаризованных уравнений динамики вектора Нееля получены аналитические выражения для компонент выпрямленного за счет обратного спинового эффекта Холла напряжения, регистрируемого в НМ.

Проведенный анализ показал, что вклад в выпрямленное напряжение, связанный с вектором намагниченности, максимален либо при расположении "легкой плоскости" в плоскости образца, либо при ее перпендикулярной ориентации. Причем эти конфигурации дают противоположные зависимости от поляризации падающего излучения.

Таблица 1. Численные значения параметров, используемых для расчета выходных характеристик

Parameter	Value	Physical meaning
θ_{SH}	0.1	Spin-Hall angle
$\mathrm{g_r}$	$6 \cdot 10^{18}$ m^{-2}	Real part of the spin-mixing conductance
α_{eff}	$1 \cdot 10^{-5}$	Effective damping including Gilbert constant and spin-pumping terms
$2H_{\mathrm{ex}}$	20 MOe	Exchange magnetic field
H_{me}	0.5 Oe	Effective magnetostriction field
H_{D}	20 kOe	Dzyaloshinskii–Moriya field
H_{e}	1 mOe	Easy-axis field
H_{h}	200 Oe	Hard-axis field
λ_{Pt}	1.2 nm	Spin-diffusion length
$\mathrm{d_{Pt}}$	2 nm	Thickness of the Pt layer
ρ	$2.5 \cdot 10^{-7}\ \Omega \cdot$m	Electrical resistivity of the Pt layer
L	3 mm	Distance between output electrodes
S	5×5 mm^2	AFM layer cross-section

Механизм выпрямления, обусловленный прецессией вектора Нееля, достигает наибольшей эффективности при угле наклона "легкой плоскости" 45° относительно плоскости образца и поляризации излучения, сонаправленной с трудной осью анизотропии и направлением поля Дзялошинского–Мория. При этом сигнал формируется за счет когерентного смешения двух резонансных мод и пропорционален синусу разности их фаз, что требует наличия диссипации и различия собственных частот ω_1 и ω_2. В работах [35, 36, 39] рассматривался лишь механизм выпрямления, связанный с динамикой вектора намагниченности, вклад от прецессии вектора Нееля не учитывался. Полученные в этих работах данные согласуются с представленными в настоящей статье результатами с учетом исследуемой геометрии. Действительно, при расположении "легкой плоскости" в плоскости образца напряжение по механизму $\left\langle \mathbf{l} \times \frac{d\mathbf{l}}{dt} \right\rangle$ становится нулевым и регистрируется только вклад, связанный с механизмом $\left\langle \mathbf{m} \times \frac{d\mathbf{m}}{dt} \right\rangle$.

Таким образом, показано, что изменение ориентации "легкой плоскости" АФМ относительно плоскости образца служит эффективным инструментом управления амплитудой и механизмом выпрямления сигнала в гетероструктурах на основе скошенных АФМ. Полученные результаты могут быть использованы при разработке управляемых детекторов субтерагерцового и терагерцового диапазонов.

Финансирование работы. Работа выполнена в ходе реализации Программы развития Научного центра мирового уровня "Центр перспективной микроэлектроники" в рамках соглашения # 075-15-2025-608, заключенного между Министерством науки и высшего образования Российской Федерации и Московским физико-техническим институтом.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. C. Sun and J. Linder, "Spin pumping from a ferromagnetic insulator to an unconventional superconductor with interfacial Andreev bound states", Phys. Rev. B **107**, 144504 (2023).
2. N. Locatelli, V. Cros, and J. Grollier, "Spin-torque building blocks", Nat. Mater. **13**, 11 (2014).
3. Q. Shao, P. Li, L. Liu et al. (Collaboration), "Roadmap of Spin-Orbit Torques", IEEE Trans. Magn. **57**, 7 (2021).
4. С. А. Никитов, А. Р. Сафин, Д. В. Калябин, А. В. Садовников, Е. Н. Бегинин, М. В. Логунов, М. А. Морозова, С. А. Одинцов, С. А. Осокин, А.Ю. Шараевская, Ю. П. Шараевский, А. И. Кирилюк, "Диэлектрическая магноника – от гигагерецев к терагерцам", УФН **190**, 1009 (2020) [S. A. Nikitov, A. R. Safin, D. V. Kalyabin, A. V. Sadovnikov, E. N. Beginin, M. V. Logunov, M. A. Morozova, S. A. Odintsov, S. A. Osokin, and A. Yu. Sharaevskaya, "Dielectric magnonics: from gigahertz to terahertz", Phys.-Uspekhi **63**, 945 (2020)].
5. P. Omelchenko, E. Montoya, E. Girt, and B. Heinrich, "Observation of Pure-Spin-Current Diodelike Effect at the Au/Pt Interface", Phys. Rev. Lett. **127**, 137201 (2021).
6. R. Cheng, D. Xiao, and A. Brataas, "Terahertz Antiferromagnetic Spin Hall Nano-Oscillator", Phys. Rev. Lett. **116**, 207603 (2016).
7. R. Khymyn, I. Lisenkov, V. Tiberkevich, B. A. Ivanov, and A. Slavin, "Antiferromagnetic THz-frequency Josephson-like Oscillator Driven by Spin Current", Sci. Rep. **7**, 43705 (2017).
8. O. R. Sulymenko, O. V. Prokopenko, V. S. Tiberkevich, A. N. Slavin, B. A. Ivanov, and R. S. Khymyn, "Terahertz-Frequency Spin Hall Auto-oscillator Based

on a Canted Antiferromagnet", Phys. Rev. Appl. **8**, 064007 (2017).

9. R. Khymyn, V. Tiberkevich, and A. Slavin, "Antiferromagnetic spin current rectifier", AIP Adv. **7**, 055931 (2017).
10. O. Gomonay, T. Jungwirth, and J. Sinova, "Narrow-band tunable terahertz detector in antiferromagnets via staggered-field and antidamping torques", Phys. Rev. B **98**, 104430 (2018).
11. R. Khymyn, I. Lisenkov, V. S. Tiberkevich, A. N. Slavin, and B. A. Ivanov, "Transformation of spin current by antiferromagnetic insulators", Phys. Rev. B **93**, 224421 (2016).
12. H. Bradley, S. Louis, C. Trevillian, L. Quach, E. Bankowski, A. Slavin, and V. Tyberkevich, "Artificial neurons based on antiferromagnetic auto-oscillators as a platform for neuromorphic computing", AIP Adv. **13**, 015206 (2023).
13. O. Sulymenko, O. Prokopenko, I. Lisenkov, J. Åkerman, V. Tyberkevich, A. N. Slavin, and R. Khymyn, "Ultrafast logic devices using artificial "neurons" based on antiferromagnetic pulse generators", J. Appl. Phys. **124**, 152115 (2018).
14. T. Kosub, M. Kopte, R. Hühne, P. Appel, B. Shields, P. Maletinsky, R. Hübner, M. O. Liedke, J. Fassbender, O. G. Schmidt, and D. Makarov, "Purely antiferromagnetic magnetoelectric random access memory", Nat. Commun. **8**, 13985 (2017).
15. I. Fina, N. Dix, E. Menéndez, A. Crespi, M. Foerster, L. Aballe, F. Sánchez, and J. Fontcuberta, "Flexible Antiferromagnetic FeRh Tapes as Memory Elements", ACS Appl. Mater. Interfaces **12**, 15389 (2020).
16. P. Yu. Artemchuk, O. R. Sulymenko, S. Louis, J. Li, R. S. Khymyn, E. Bankowski, T. Meitzler, V. S. Tyberkevich, A. N. Slavin, and O. V. Prokopenko, "Terahertz frequency spectrum analysis with a nanoscale antiferromagnetic tunnel junction", J. Appl. Phys. **127**, 063905 (2020).
17. S. M. Rezende, A. Azevedo, and R. L. Rodríguez-Suárez, "Introduction to antiferromagnetic magnons", J. Appl. Phys. **126**, 151101 (2019).
18. A. Barman, G. Gubbiotti, S. Ladak et al. (Collaboration), "The 2021 Magnonics Roadmap", J. Phys. Condens. Matter **33**, 413001 (2021).
19. D. Xiong, Y. Jiang, K. Shi, A. Du, Y. Yao, Z. Guo, D. Zhu, K. Cao, S. Peng, W. Cai, D. Zhu, and W. Zhao, "Antiferromagnetic spintronics: An overview and outlook", Fundamental Research **2**, 522 (2022).
20. V. Baltz, A. Manchon, M. Tsoi, T. Moriyama, T. Ono, and Y. Tserkovnyak, "Antiferromagnetic spintronics", Rev. Mod. Phys. **90**, 015005 (2018).
21. T. Jungwirth, X. Marti, P. Wadley, and J. Wunderlich, "Antiferromagnetic spintronics", Nat. Nanotechnol. **11**, 231 (2016).
22. Е. В. Гомонай, В. М. Локтев, "Спинтроника антиферромагнитных систем (Обзорная статья)", ФНТ **40**, 22 (2013) [E. V. Gomonay and V. M. Loktev, "Spintronics of antiferromagnetic systems (Review Article)", Low Temp. Phys. **40**, 17 (2014)].
23. I. Dzyaloshinsky, "A thermodynamic theory of "weak" ferromagnetism of antiferromagnetics", J. Phys. Chem. Solids **4**, 241 (1958).
24. T. Moriya, " Anisotropic Superexchange Interaction and Weak Ferromagnetism", Phys. Rev. **120**, 91 (1960).
25. P. Wadley, B. Howells, J. Železný et al. (Collaboration), "Electrical switching of an antiferromagnet", Science **351**, 587 (2016).
26. P. Zhang, C.-T. Chou, H. Yun, B. C. McGoldrick, J. T. Hou, K. A. Mkhoyan, and L. Liu, "Control of Néel Vector with Spin-Orbit Torques in an Antiferromagnetic Insulator with Tilted Easy Plane", Phys. Rev. Lett. **129**, 017203 (2022).
27. T. Kimura, Y. Otani, T. Sato, S. Takahashi, and S. Maekawa, "Room-Temperature Reversible Spin Hall Effect", Phys. Rev. Lett. **98**, 156601 (2007).
28. F. Hellman, A. Hoffmann, Y. Tserkovnyak et al. (Collaboration), "Interface-induced phenomena in magnetism", Rev. Mod. Phys. **89**, 025006 (2017).
29. Y. Tserkovnyak, A. Brataas, and G. E. W. Bauer, "Enhanced Gilbert Damping in Thin Ferromagnetic Films", Phys. Rev. Lett. **88**, 117601 (2002).
30. Y. Tserkovnyak and H. Ochoa, "Generalized boundary conditions for spin transfer", Phys. Rev. B **96**, 100402(R) (2017).
31. L. Zhu, D. C. Ralph, and R. A. Buhrman, "Effective Spin-Mixing Conductance of Heavy-Metal–Ferromagnet Interfaces", Phys. Rev. Lett. **123**, 057203 (2019).
32. K. Ando, S. Takahashi, J. Ieda, Y. Kaijiwara, H. Nakayama, T. Yoshino, K. Harii, Y. Fujikawa, M. Matsuo, S. Maekawa, and E. Saitoh, "Inverse spin-Hall effect induced by spin pumping in metallic system", J. Appl. Phys. **109**, 103913 (2011).
33. D. A. Gabrielyan, D. A. Volkov, E. E. Kozlova, A. R. Safin, D. V. Kalyabin, A. A. Klimov, V. L. Preobrazhensky, M. B. Strugatsky, S. V. Yagupov, I. E. Moskal, G. A. Ovsyannikov, and S. A. Nikitov, "Microwave spin-pumping from an antiferromagnet $FeBO_3$", J. Phys. D: Appl. Phys. **57**, 305003 (2024).
34. J. Li, C. B. Wilson, R. Cheng, M. Lohmann, M. Kavand, W. Yuan, M. Aldosary, N. Agladze, P. Wei, M. S. Sherwin, and J. Shi, "Spin current from sub-terahertz-generated antiferromagnetic magnons", Nature **578**, 70 (2020).
35. H. Wang, Y. Xiao, M. Guo, E. Lee-Wong, G. Q. Yan, R. Cheng, and C. R. Du, "Spin Pumping of an Easy-Plane Antiferromagnet Enhanced by Dzyaloshinskii–Moriya Interaction", Phys. Rev. Lett. **127**, 117202 (2021).

36. I. Boventer, H. T. Simensen, A. Anane, M. Kläui, A. Brataas, and R. Lebrun, "Room-Temperature Antiferromagnetic Resonance and Inverse Spin-Hall Voltage in Canted Antiferromagnets", Phys. Rev. Lett. **126**, 187201 (2021).
37. R. Lebrun, A. Ross, O. Gomonay, V. Baltz, U. Ebels, A.-L. Barra, A. Qaiumzadeh, A. Brataas, J. Sinova, and M. Kläui, "Long-distance spin-transport across the Morin phase transition up to room temperature in ultra-low damping single crystals of the antiferromagnet α-Fe_2O_3", Nat. Commun. **11**, 6332 (2020).
38. M. Hamdi, F. Posva, and D. Grundler, "Spin wave dispersion of ultra-low damping hematite (α-Fe_2O_3) at GHz frequencies", Phys. Rev. Mater. **7**, 054407 (2023).
39. D. Gabrielyan, D. Volkov, E. Kozlova, A. Safin, D. Kalyabin, and S. Nikitov, "Room-temperature spin pumping from canted antiferromagnet α-Fe_2O_3", J. Appl. Phys. **136**, 083902 (2024).
40. A. H. Morrish, *Canted Antiferromagnetism: Hematite* (World Scientific, Singapore, 1995).
41. A. Petrova, A. Matveev, A. Safin, and S. Nikitov, "Micromagnetic study of subterahertz oscillations in easy-plane antiferromagnets driven by spin Hall effect", Phys. Rev. B **112**, 094429 (2025).
42. В. И. Ожогин, В. Л. Преображенский, "Эффективный ангидрометризм упругой подсистемы антиферромагнетиков", ЖЭТФ **73**, 988 (1977) [V. I. Ozhogin and V. L. Preobrazhenskii, "Effective anharmonicity of the elastic subsystem of antiferromagnets", Sov. Phys. JETP **46**, 523 (1977)].
43. А. К. Звездин, "О динамике доменных границ в слабых ферромагнетиках", Письма в ЖЭТФ **29**, 605 (1979) [A. K. Zvezdin, "Dynamics of domain walls in weak ferromagnets", JETP Lett. **29**, 553 (1979)].
44. I. V. Bar'yakhtar and B. A. Ivanov, "Nonlinear waves in antiferromagnets", Solid State Commun. **34**, 545 (1980).
45. А. Ф. Андреев, В. И. Марченко, "Симметрия и макроскопическая динамика магнетиков", УФН **130**, 39 (1980) [A. F. Andreev and V. I. Marchenko, "Symmetry and the macroscopic dynamics of magnetic materials", Sov. Phys.-Uspekhi **23**, 21 (1980)].
46. E. A. Turov, *Symmetry and Physical Properties of Antiferromagnetics* (CISP, Cambridge, 2004).
47. R. Cheng, J. Xiao, Q. Niu, and A. Brataas, "Spin Pumping and Spin- Transfer Torques in Antiferromagnets", Phys. Rev. Lett. **113**, 057601 (2014).
48. L. Liu, T. Moriyama, D. C. Ralph, and R. A. Buhrman, "Spin-Torque Ferromagnetic Resonance Induced by the Spin Hall Effect", Phys. Rev. Lett. **106**, 036601 (2011).
49. J. C. Rojas-Sánchez, N. Reyren, P. Laczkowski, W. Savero, J.-P. Attané, C. Deranlot, M. Jamet, J.-M. George, L. Vila, and H. Jaffrés, "Spin Pumping and Inverse Spin Hall Effect in Platinum: The Essential Role of Spin-Memory Loss at Metallic Interfaces", Phys. Rev. Lett. **112**, 106602 (2014).
50. K. Roy, "Estimating the spin diffusion length and the spin Hall angle from spin pumping induced inverse spin Hall voltages", Phys. Rev. B **96**, 174432 (2017).