Генерация ультракоротких импульсов при резонансном многофотонном возбуждении атомов гелия комбинацией полей инфракрасного и ультрафиолетового диапазона

И. Р. Хайрулин[+*1)], *В. А. Антонов*[+], *М. М. Попова*[+×], *Е. В. Грызлова*[+×], *М. Ю. Рябикин*[+*]

[+]*Институт прикладной физики им. А. В. Гапонова-Грехова РАН, 603950 Н. Новгород, Россия*

[*]*Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, 603950 Н. Новгород, Россия*

[×]*Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына, МГУ имени М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 2 сентября 2026 г.
После переработки 5 октября 2026 г.
Принята к публикации 8 октября 2026 г.

Теоретически исследована генерация комбинационных частот полей инфракрасного и ультрафиолетового диапазона при резонансном многофотонном возбуждении атомов гелия. Найдены условия, при которых ультрафиолетовое излучение производит эффективное трехфотонное возбуждение состояний атома He в инфракрасном поле. Показано, что при этом в дипольном отклике атома доминируют третья гармоника ультрафиолетового поля и комбинационные частоты, отстоящие от нее на четное число частот инфракрасного поля. В свою очередь, временной профиль индуцированного атомарного отклика в этих условиях может представлять собой последовательность импульсов длительностью порядка одной фемтосекунды. На примере комбинации ультрафиолетового поля с длиной волны 170 нм и интенсивностью 7×10^{13} Вт/см^2 и инфракрасного поля с длиной волны 4 мкм и интенсивностью 1.6×10^{12} Вт/см^2 показана возможность генерации последовательности импульсов длительностью 1.2 фс на центральной длине волны 56.7 нм.

DOI: 10.7868/S3034576626110178

1. Введение. Конец XX–начало XXI вв. ознаменованы появлением новых источников когерентного излучения вакуумного ультрафиолетового (ВУФ) и рентгеновского диапазонов, основанных на эффекте генерации гармоник лазерного поля высокого порядка в газовых средах в режиме туннельной ионизации. Такие источники позволяют генерировать совокупности высоких гармоник с общей шириной спектра, превышающей 1 кэВ [1, 2]. Большая ширина спектра, высокая энергия фотонов, а также разработанные методы упорядочивания фаз высоких гармоник позволяют формировать из них ультракороткие импульсы с длительностью до 40–50 ас [3–5]. Появление источников аттосекундных импульсов привело к зарождению и развитию новой области науки – аттосекундной физики, основным предметом которой являются исследование и управление динамикой электронных процессов в атомах, молекулах и твердых телах на их собственных (аттосекундных) временных масштабах [6, 7]. Однако энергии соответствующих импульсов, особенно в рентгеновском диапазоне, как правило, не превышают нескольких наноджоулей [8, 9], что в основном определяется факторами, связанными с распространением излучения в протяженной генерирующей среде [10]. Низкая энергия аттосекундных импульсов ограничивает возможности их практического применения для одноимпульсных измерений, а также исследования сверхбыстрых процессов в среде по схеме "аттосекундная накачка–аттосекундное зондирование". В связи с этим поиск способов увеличения энергии (и мощности) аттосекундных импульсов является по-прежнему актуальным.

Ранее нами была показана возможность эффективного преобразования квазимонохроматического излучения затравки ВУФ или рентгеновского диапазона в последовательность фемто- и аттосекундных импульсов, а также выделения одиночного аттосекундного импульса в процессе резонансного однофотонного возбуждения атома водорода или водородоподобных ионов, "одетых" низкочастотным лазерным полем [11–13]. В этом случае роль лазерного поля состоит в пространственно-временной модуляции положения и ширины возбужденных энергетических

1)e-mail: khairulinir@ipfran.ru

уровней среды на масштабах в доли лазерного периода и длины волны вследствие эффекта Штарка (его быстро осциллирующей составляющей) [14, 15] и квазистатической (туннельной или надбарьерной) ионизации из возбужденных состояний [16], соответственно. Затем данный подход был обобщен на неводородоподобные среды, а именно, была показана возможность формирования ультракоротких импульсов при однофотонном резонансном возбуждении атомов гелия или гелиеподобных ионов лития, "одетых" инфракрасным (ИК) полем [17]. В этом случае взаимодействие атома или иона с ИК полем является неадиабатическим, так как его частота и частоты Раби на дипольно-разрешенных переходах между возбужденными состояниями могут быть сопоставимы с частотами этих переходов. При этом роль ИК поля оказывается более сложной и соответствует преобразованию возбужденных состояний в многочастотные состояния Флоке [18]. Важно отметить, что резонансный характер взаимодействия излучения затравки с веществом обеспечивает высокую эффективность формирования фемто- и аттосекундных импульсов – в оптимальных условиях их пиковая интенсивность оказывается сопоставимой и даже несколько превышает интенсивность излучения затравки с учетом распространения излучения в среде.

В настоящей работе описанный выше подход обобщен на случай многофотонного резонансного возбуждения состояний атома в низкочастотном поле. Таким образом, если ранее мы исследовали возможности преобразования каким-либо образом предварительно сгенерированного резонансного излучения в последовательность фемто- или аттосекундных импульсов посредством генерации комбинационных частот в ИК поле, то предметом данной работы является анализ возможностей непосредственной генерации такой последовательности импульсов в комбинации более низкочастотных полей.

2. Теоретическая модель. Рассмотрим газовую среду атомов He, облучаемую линейно поляризованным вдоль оси z лазерным импульсом, который представляет собой сумму двух компонент. Первая компонента соответствует интенсивному полю ультрафиолетового (УФ) диапазона, которое приводит к многофотонному резонансному возбуждению атома, а вторая – менее интенсивному ИК полю, которое приводит к формированию многочастотных состояний атома в поле из стационарных возбужденных состояний, но не возбуждает и не ионизует атом в отсутствие УФ компоненты. Электрическое поле действующего на атомы импульса можно представить в виде

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{z}_0 E(t) = \mathbf{z}_0 E_{\mathrm{UV}} f_{\mathrm{UV}}(t) \sin(\Omega_{\mathrm{UV}} t) + \\ + \mathbf{z}_0 E_{\mathrm{IR}} f_{\mathrm{IR}}(t) \sin(\Omega_{\mathrm{IR}} t), \qquad (1)$$

где E_{UV}, Ω_{UV}, E_{IR}, Ω_{IR} – амплитуды и несущие частоты УФ и ИК компонент, соответственно, $f_{\mathrm{UV}}(t)$ и $f_{\mathrm{IR}}(t)$ – их огибающие, а $\mathbf{z}_0$ – единичный вектор вдоль оси z. Ниже для определенности будем полагать, что длина волны ИК компоненты поля зафиксирована и составляет $\lambda_{\mathrm{IR}} = 2\pi c/\Omega_{\mathrm{IR}} = 4$ мкм ($\Omega_{\mathrm{IR}} = 0.0114$ ат. ед.), а ее огибающая имеет прямоугольную форму с длительностью в 10 периодов несущей частоты, $T_{\mathrm{IR}} = 2\pi/\Omega_{\mathrm{IR}}$, что составляет приблизительно 133.4 фс:

$$f_{\mathrm{IR}}(t) = \theta(t) - \theta(t - 10T_{\mathrm{IR}}). \qquad (2)$$

При этом характерная интенсивность ИК поля, рассматриваемая ниже, составляет порядка 10^{12} Вт/см^2. Кроме того, будем полагать, что (а) несущая частота Ω_{UV} УФ компоненты поля (1) лежит в интервале от 0.25 ат. ед. до 0.3 ат. ед., что соответствует области трехфотонных переходов из основного в возбужденные состояния атома He и длинам волн излучения в вакууме $\lambda_{\mathrm{UV}} = 2\pi c/\Omega_{\mathrm{UV}}$ от 153 нм до 183 нм, (б) интенсивность УФ поля варьируется в диапазоне от 10^{13} до нескольких единиц на 10^{14} Вт/см^2, а (в) его временная огибающая имеет квазипрямоугольную форму с плавным включением и выключением за время Δt_{sw} и общей длительностью в $10T_{\mathrm{IR}}$:

$$f_{\mathrm{UV}}(t) = \begin{cases} \sin^2(\pi t/(2\Delta t_{\mathrm{sw}})),\ 0 \le t \le \Delta t_{\mathrm{sw}}; \\ 1,\ \Delta t_{\mathrm{sw}} < t \le 10T_{\mathrm{IR}} - \Delta t_{\mathrm{sw}}; \\ \cos^2(\pi(t - 10T_{\mathrm{IR}} + \Delta t_{\mathrm{sw}})/(2\Delta t_{\mathrm{sw}})), \\ 10T_{\mathrm{IR}} - \Delta t_{\mathrm{sw}} < t \le 10T_{\mathrm{IR}}; \\ 0,\ t < 0 \text{ и } t > 10T_{\mathrm{IR}}, \end{cases} \qquad (3)$$

где $\Delta t_{\mathrm{sw}} = 3 \cdot 2\pi/\Omega_{\mathrm{UV}}$. На практике такая постановка задачи соответствует комбинации длинного импульса ИК поля умеренной интенсивности и короткого интенсивного импульса УФ поля, локализованного во времени в окрестности максимума огибающей ИК поля. При этом длительность импульса ИК компоненты поля должна настолько превышать длительность УФ компоненты, чтобы за время взаимодействия атома с УФ излучением амплитуда ИК поля и, как следствие, свойства возбуждаемых состояний Флоке [17, 18] менялись несущественно. Отметим, что в общем случае УФ поле может иметь произвольную форму огибающей; от формы огибающей будут зависеть оптимальные интенсивность и частота УФ поля, соответствующие наилучшему возбуждению атома, а также эффективность возбуждения резонансного состояния Флоке, но не характеристики этого состояния.

Далее будем полагать, что среда атомов гелия является разреженной и оптически тонкой. В этом случае генерация вторичного излучения может быть описана в одночастичном приближении, а величина соответствующего электрического поля пропорциональна индуцированному дипольному ускорению атома $\ddot{d}(t) = \frac{d^2}{dt^2}\langle\Psi|\hat{d}_z|\Psi\rangle$, где $\hat{d}_z$ – проекция оператора дипольного момента атома на ось z, направленную вдоль поляризации поля (1), а $|\Psi\rangle$ соответствует волновой функции атома He, эволюция которой во внешнем электромагнитном поле описывается нестационарным уравнением Шредингера (УШ)

$$i\frac{\partial}{\partial t}|\Psi\rangle = [\hat{H}_0 + \hat{V}]|\Psi\rangle, \tag{4}$$

где $\hat{H}_0$ – гамильтониан атома в отсутствие поля (1), а $\hat{V}$ – оператор взаимодействия атома с полем, который в электродипольном приближении имеет вид $\hat{V} = -\hat{d}_z E(t)$. Здесь и далее используется атомная система единиц.

По аналогии с нашими предшествующими работами [19, 20], для решения уравнения (4) разложим волновую функцию атома He по конечному числу невозмущенных связанных состояний $|k\rangle$ с энергиями E_k и состояний континуума $|\varepsilon, l\rangle$, которые характеризуются энергией $\varepsilon > 0$ и квантовым числом орбитального момента l:

$$|\Psi\rangle = \sum_{k=1}^{K} a_k(t)|k\rangle + \sum_{l=0}^{L_{\max}} \int_0^\infty d\varepsilon \cdot b_l(\varepsilon, t)|\varepsilon, l\rangle, \tag{5}$$

где $a_k(t)$ и $b_l(\varepsilon, t)$ – амплитуды возбуждения состояний $|k\rangle$ и $|\varepsilon, l\rangle$ соответственно, K – количество учитываемых связанных состояний, а $L_{\max}$ – максимальный орбитальный момент состояний континуума, в которые происходят переходы из учитываемых связанных состояний. Отметим, что в электродипольном приближении магнитное квантовое число M состояний атома при воздействии линейно поляризованного поля (1) не меняется. Так как в начальный момент времени атом находится в основном состоянии с нулевым значением M, то в разложении (3) учитываются только состояния с $M = 0$. В дальнейшем, для краткости, мы будем опускать значение M в обозначениях стационарных состояний.

Далее в настоящей работе будет рассматриваться УФ поле с частотой в окрестности резонанса с трехфотонным переходом $|1s^2\rangle \leftrightarrow |1s2p\rangle$. Резонансное возбуждение данного перехода в одночастотном УФ поле было проанализировано нами в предшествующей работе [19], где для описания взаимодействия атома He с внешним полем учитывались первые десять связанных состояний ($K = 10$) с $M = 0$, а также состояния континуума, связанные с ними дипольно-разрешенными переходами. Использование данного базиса при описании дипольного отклика атома на внешнее поле обеспечило хорошее согласие с результатами численного решения нестационарного УШ в одноэлектронном приближении методом операторного расщепления с быстрым преобразованием Фурье [21]. Поэтому в настоящей работе в разложении (5) будет использоваться тот же базис стационарных состояний.

При использовании разложения (5) свойства атома He учитываются через значения невозмущенных энергий связанных состояний, дипольные моменты переходов между ними, а также дипольные моменты переходов из рассматриваемых связанных состояний в состояния континуума. Эти характеристики были получены путем численного решения двухэлектронного стационарного УШ многоконфигурационным методом Хартри–Фока [22], что позволило воспроизвести свойства реального трехмерного двухэлектронного атома гелия, см. [19]. При этом, помимо основного состояния, в разложении волновой функции учитываются только состояния, соответствующие возбуждению и/или отрыву одного электрона, с энергиями меньше 1 ат. ед., что оправдано для рассматриваемых параметров внешнего поля (1). Как и в предшествующих работах [19, 20], связанные состояния атома далее рассматриваются в качестве динамической подсистемы, генерирующей отклик атома на внешнее поле, а состояния континуума – в качестве диссипативной подсистемы, ответственной за затухание этого отклика.

Далее, подставляя (5) в (4) и последовательно вычисляя скалярные произведения получающегося выражения на вектора состояний $\langle k|$ и $\langle\varepsilon, l|$, а также используя приближение адиабатического исключения состояний континуума [23], нестационарное УШ (4) можно свести к следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{da_{k,n}}{dt} = &-[i(\mathrm{E}_k - n\Omega_{\mathrm{UV}}) + \gamma_{k,n}^{(\mathrm{UV})}(t) + \gamma_{k,n}^{(\mathrm{IR})}(t)]a_{k,n} - \\ &- \frac{1}{2}\sum_s E_{\mathrm{UV}} f_{\mathrm{UV}}(t) d_{z,sk}(a_{s,n-1} - a_{s,n+1}) + \\ &+ iE_{\mathrm{IR}} f_{\mathrm{IR}}(t)\sin(\Omega_{\mathrm{IR}} t)\sum_s d_{z,sk} a_{s,n},\end{aligned} \tag{6}$$

где $k, s = 1, \ldots, K$, $n = (-\infty, +\infty)$, $d_{z,sk} = \langle k|\hat{d}_z|s\rangle$ – матричный элемент z-компоненты оператора дипольного момента перехода между связанными состояниями $|s\rangle$ и $|k\rangle$, и используется разложение амплитуд возбуждения связанных состояний $a_k(t)$ по гармоникам УФ поля: $a_k(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{k,n}(t)\exp(-in\Omega_{\mathrm{UV}}t)$. Кроме того, при выводе системы (6) полагается, что функции $\hat{a}_{k,n} = a_{k,n}\exp(i\mathrm{E}_k t)$, $f_{\mathrm{UV}}(t)$ и $f_{\mathrm{IR}}(t)\sin(\Omega_{\mathrm{IR}}t)$ являются медленными на масштабе $\Omega_{\mathrm{UV}}^{-1}$, а также пренебрегается влиянием обратных переходов из состояний континуума на амплитуды связанных состояний. Кроме того, в (6) используются обозначения

$$\gamma_{k,n}^{(\mathrm{UV})}(t) = \frac{\pi E_{\mathrm{UV}}^2 f_{\mathrm{UV}}^2(t)}{4} \times$$
$$\times \sum_l \Big[|\langle k|\hat{d}_z|\mathrm{E}_k + (n-1)\Omega_{\mathrm{UV}}, l\rangle|^2 \theta(\mathrm{E}_k + (n-1)\Omega_{\mathrm{UV}}) +$$
$$+ |\langle k|\hat{d}_z|\mathrm{E}_k + (n+1)\Omega_{\mathrm{UV}}, l\rangle|^2 \theta(\mathrm{E}_k + (n+1)\Omega_{\mathrm{UV}})\Big], \quad (7а)$$

$$\gamma_{k,n}^{(\mathrm{IR})}(t) = \pi E_{\mathrm{IR}}^2 f_{\mathrm{IR}}^2(t)\sin^2(\Omega_{\mathrm{IR}}t) \times$$
$$\times \sum_l |\langle k|\hat{d}_z|\mathrm{E}_k + n\Omega_{\mathrm{UV}}, l\rangle|^2 \theta(\mathrm{E}_k + n\Omega_{\mathrm{UV}}), \quad (7б)$$

где $\theta(x)$ – функция Хевисайда. Определяемые формулами (7) величины характеризуют скорости затухания функций $a_{k,n}(t)$ в результате однофотонной ионизации УФ и ИК компонентами внешнего поля, соответственно. Отметим, что разложение амплитуд возбуждения $a_k(t)$ по гармоникам частоты Ω_{UV} позволяет максимально корректно учесть ионизацию УФ полем (включая надпороговую ионизацию). В то же время ионизация ИК полем учитывается приближенно в том смысле, что энергия фотона ИК поля при вычислении скорости ионизации принимается равной нулю. В этом приближении ионизация ИК полем возможна только в присутствии УФ поля, заселяющего квазиэнергетические уровни атома с положительной энергией. При этом возбуждение связанных состояний ИК полем, также как и УФ полем, учитывается строго. В результате во временных зависимостях функций $a_{k,n}(t)$ присутствуют гармоники ИК поля, что, в частности, приводит к появлению комбинационных частот в спектрах наблюдаемых величин, отстоящих от нечетных гармоник УФ поля на четное число частот Ω_{IR}.

Отметим, что для применимости модели (6) и (7) необходимо выполнение следующих условий. Во-первых, частота ИК поля должна быть мала по сравнению с частотой УФ поля: $\Omega_{\mathrm{IR}} \ll \Omega_{\mathrm{UV}}$. Во-вторых, скорости ионизации из учитываемых состояний в комбинации УФ и ИК полей, а также скорости изменения огибающих $f_{\mathrm{UV}}(t)$ и $f_{\mathrm{IR}}(t)$ должны быть много меньше Ω_{UV}. В-третьих, квадратичные штарковские сдвиги энергетических уровней в УФ поле должны быть малы по сравнению с Ω_{UV}. И, наконец, скорости переходов между учитываемыми связанными состояниями в ИК поле должны быть много меньше Ω_{UV}. Принимая во внимание, что частота УФ поля выбрана в окрестности частоты трехфотонного перехода $|1s^2\rangle \leftrightarrow |1s2p\rangle$, т.е. $\Omega_{\mathrm{UV}} \approx (\mathrm{E}_3 - \mathrm{E}_1)/3$, оценим характеристики УФ и ИК полей, удовлетворяющих перечисленным условиям. Первое условие, очевидно, выполняется для источников ИК диапазона с длиной волны больше 1 мкм. Условия медленности ионизации из возбужденных состояний на масштабе периода УФ поля трудно оценить аналитически, но, как будет видно из представленных далее результатов численного счета, это условие выполняется для всех рассмотренных ниже параметров полей. Условие медленности огибающих на масштабе периода УФ поля ($2\pi/\Omega_{\mathrm{UV}} \approx 600$ ас) выполняется для всех лазерных источников квазимонохроматического излучения. Квадратичные штарковские сдвиги в УФ поле можно по порядку величины оценить как пондеромоторную энергию свободного электрона, $U_p = E_{\mathrm{UV}}^2/(4\Omega_{\mathrm{UV}}^2)$; соответственно, условие их малости по сравнению с Ω_{UV} подразумевает $E_{\mathrm{UV}}^2/(4\Omega_{\mathrm{UV}}^2) \ll \Omega_{\mathrm{UV}}$, что для рассматриваемой частоты УФ поля эквивалентно требованию $I_{\mathrm{UV}} = cE_{\mathrm{UV}}^2/(8\pi) \ll 10^{16}$ Вт/см^2 (здесь c – скорость света в вакууме). Наконец, скорости переходов между связанными состояниями в ИК поле можно оценить следующим образом. В силу того, что частота УФ поля выбрана в окрестности резонанса с трехфотонным переходом $|1s^2\rangle \leftrightarrow |1s2p\rangle$, наибольшее значение имеют индуцированные ИК полем переходы из состояния $|1s2p\rangle$, скорости которых не превышают соответствующих частот Раби. Из всех указанных переходов максимальной частотой Раби характеризуется переход $|1s2s\rangle \leftrightarrow |1s2p\rangle$. Таким образом, необходимое условие на амплитуду ИК поля имеет вид $d_{23}E_{\mathrm{IR}} \ll \Omega_{\mathrm{UV}}$, где d_{23} – дипольный момент перехода $|1s2s\rangle \leftrightarrow |1s2p\rangle$, что соответствует интенсивности ИК поля $I_{\mathrm{IR}} = cE_{\mathrm{IR}}^2/(8\pi) \ll 3 \times 10^{14}$ Вт/см^2. Таким образом, из приведенных оценок видно, что для рассматриваемых параметров поля (1) условия применимости модели (6) и (7) оказываются выполненными.

Систему (6) необходимо дополнить начальными условиями для $a_{k,n}$. Так как непосредственно перед воздействием поля (1) атом He находится в основном состоянии, т.е. $a_1(t=0)=1$ и $a_k(t=0)=0$ при $k \neq 1$, ниже полагается, что в начальный момент времени ненулевой является только амплитуда $a_{1,0}$:

$$a_{1,0}(t=0)=1. \tag{8}$$

При этом дипольное ускорение, которое определяет отклик разреженной и оптически тонкой среды атомов гелия на внешнее поле (1), в рамках используемой модели имеет вид

$$\ddot{d}_{bb}(t)=\frac{d^2}{dt^2}\langle\Psi|\hat{d}_z|\Psi\rangle= \tag{9}$$

$$\frac{d^2}{dt^2}\left\{\sum_{k,s=1}^{K} d_{z,sk}\sum_{n,m} a^*_{k,n}(t)a_{s,m}(t)\exp[-i(m-n)\Omega_{\mathrm{UV}}t]\right\},$$

где индекс bb указывает на то, что отклик атома в рассматриваемой модели обусловлен только переходами между связанными состояниями.

Как было показано в работе [19], максимальный отклик атомов гелия на частоте третьей гармоники достигается при трехфотонном резонансном возбуждении состояния $|1s2p\rangle$. В связи с этим ниже мы предварительно определим оптимальные условия трехфотонного возбуждения этого состояния импульсом УФ излучения рассматриваемой длительности в отсутствие ИК поля, а затем исследуем оптимальные условия формирования последовательности ультракоротких импульсов в дипольном отклике атома в комбинации УФ и ИК полей.

3. Условия наиболее эффективной генерации третьей гармоники УФ поля атомами гелия. Далее, как и в работе [19], для анализа условий наиболее эффективной генерации третьей гармоники УФ поля частоты Ω_{UV} будем следить за двумя величинами. Первая из них соответствует вероятности ионизации атома после окончания импульса УФ поля, которая вычисляется следующим образом:

$$W=1-\sum_{k=1}^{K}|a_k(t=10T_{\mathrm{IR}})|^2. \tag{10}$$

Вторая величина соответствует энергии, заключенной в третьей гармонике частоты Ω_{UV} в спектре индуцированного дипольного ускорения $\ddot{d}_{bb}(t)$. При этом, чтобы устранить вклад в энергию третьей гармоники от свободного распада индуцированной поляризации по окончании лазерного импульса, дипольное ускорение умножалось на временную маску, выделяющую только отклик атома в присутствии внешнего поля. Для простоты эта маска была выбрана совпадающей с огибающей УФ импульса, $f_{\mathrm{UV}}(t)$ (3). После этого вычислялся спектр дипольного ускорения

$$\tilde{s}_{bb}(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\ddot{d}_{bb}(t)f_{\mathrm{UV}}(t)e^{-i\omega t}dt. \tag{11}$$

Далее посредством домножения на спектральный фильтр

$$f_3(\omega)=\begin{cases}0,\ -\infty<\omega<2.5\Omega_{\mathrm{UV}};\\ \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\cdot\frac{\omega-2.5\Omega_{\mathrm{UV}}}{0.1\Omega_{\mathrm{UV}}}\right),\ 2.5\Omega_{\mathrm{UV}}\le\omega<2.6\Omega_{\mathrm{UV}};\\ 1,\ 2.6\Omega_{\mathrm{UV}}\le\omega<3.4\Omega_{\mathrm{UV}};\\ \cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cdot\frac{\omega-3.4\Omega_{\mathrm{UV}}}{0.1\Omega_{\mathrm{UV}}}\right),\ 3.4\Omega_{\mathrm{UV}}\le\omega<3.5\Omega_{\mathrm{UV}};\\ 0,\ 3.5\Omega_{\mathrm{UV}}\le\omega<+\infty\end{cases} \tag{12}$$

из спектра $\tilde{s}_{bb}(\omega)$ вырезалась область в окрестности третьей гармоники частоты Ω_{UV}. После этого вычислялось обратное преобразование Фурье, результат которого умножался на $\exp(-i3\Omega_{\mathrm{UV}}t)$, в результате чего была получена временная зависимость медленно меняющейся амплитуды компоненты дипольного ускорения на частоте 3-й гармоники УФ поля:

$$\tilde{F}_3(t)=2e^{-i3\Omega_{\mathrm{UV}}t}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{s}_{bb}(\omega)f_3(\omega)e^{i\omega t}d\omega, \tag{13}$$

где множитель “2” учитывает тот факт, что фильтр (12) убирает комплексно сопряженную часть спектра дипольного ускорения. В свою очередь энергия индуцированного дипольного ускорения, заключенная в окрестности 3-й гармоники частоты Ω_{UV}, вычислялась следующим образом:

$$E_3^{(\ddot{d})}=\int_{-\infty}^{\infty}|\tilde{F}_3(t)|^2dt. \tag{14}$$

На рисунке 1 представлены зависимости (a) энергии 3-й гармоники дипольного ускорения $E_3^{(\ddot{d})}$ и (b) вероятности ионизации атома He после воздействия УФ поля от интенсивности и частоты УФ поля в отсутствие ИК компоненты. При рассматриваемой длительности импульса УФ поля (133.4 фс) максимальная энергия третьей гармоники достигается при $I_{\mathrm{UV}}=7\times10^{13}$ Вт/см^2 и $\Omega_{\mathrm{UV}}=0.2622$ ат. ед. ($\lambda_{\mathrm{UV}}\approx$ ≈ 175 нм) в условиях трехфотонного резонанса с переходом $|1s2s\rangle\leftrightarrow|1s2p\rangle$, частота которого определялась методом спектроскопии многофотонной ионизации [24].

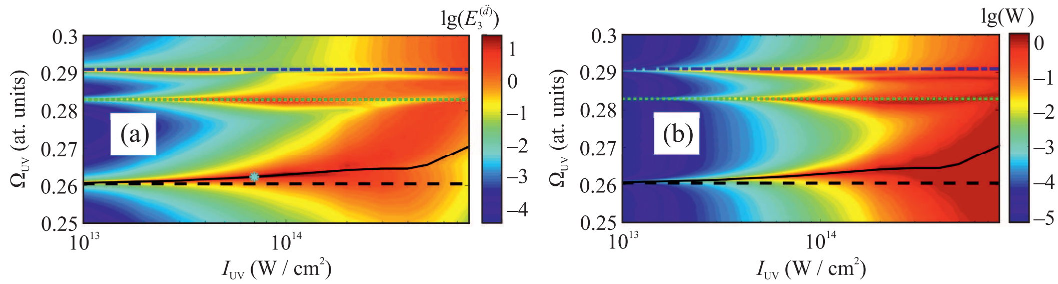

Рис. 1. (Цветной онлайн) (a) – Зависимость (в логарифмическом масштабе) энергии третьей гармоники в спектре дипольного ускорения от интенсивности и частоты УФ поля в окрестности трехфотонных резонансов с переходами в связанные состояния атома He (ИК поле отсутствует). Линии с разной штриховкой соответствуют частотам различных трехфотонных переходов между невозмущенными состояниями атома; черной штриховой линией обозначен переход $|1s^2\rangle \leftrightarrow |1s2p\rangle$, зеленой пунктирной линией – переход $|1s^2\rangle \leftrightarrow |1s3p\rangle$, синей штрихпунктирной линией – переходы $|1s^2\rangle \leftrightarrow |1s4p\rangle$ и $|1s^2\rangle \leftrightarrow |1s4f\rangle$ (на масштабе рисунка их частоты совпадают). Черной сплошной кривой отмечена частота трехфотонного перехода $|1s^2\rangle \leftrightarrow |1s2p\rangle$ с учетом штарковского сдвига в присутствии УФ поля, а бирюзовая звездочка обозначает положение глобального максимума энергии третьей гармоники. (b) – То же что и на рисунке (a), но для вероятности ионизации атома He (в логарифмическом масштабе) после воздействия импульса УФ поля. Обозначения такие же, как на рисунке (a)

На рисунке 2 представлены спектр дипольного ускорения $|\tilde{s}_{bb}(\omega)|^2$ (a), а также соответствующие временные зависимости квадрата дипольного ускорения $\ddot{d}_{bb}(t)$ (b, красная кривая) и квадрата модуля медленно меняющейся амплитуды компоненты дипольного ускорения на частоте 3-й гармоники УФ поля $|\tilde{F}_3(t)|^2$ (b, синяя кривая) при $I_{\text{UV}} = 7 \times 10^{13}$ Вт/см^2 и $\Omega_{\text{UV}} = 0.2622$ ат. ед. Из этих зависимостей видно, что при найденной комбинации интенсивности и частоты УФ поля атомный отклик преимущественно сосредоточен на 3-й гармонике частоты Ω_{UV}. Следует ожидать, что в этих условиях на выходе из оптически тонкой среды, в которой эффекты распространения не нарушают критическим образом когерентного суммирования элементарных полей излучения отдельных атомов, третья гармоника будет также доминирующей компонентой в спектре вторичного излучения.

4. Генерация ультракоротких импульсов третьей гармоники УФ поля при добавлении ИК поля. Далее рассмотрим влияние на исследуемый процесс низкочастотной ИК компоненты внешнего поля. Для этого зафиксируем интенсивность УФ компоненты поля на уровне $I_{\text{UV}} = 7 \times 10^{13}$ Вт/см^2, что соответствует наиболее эффективному возбуждению третьей гармоники в спектре индуцированного дипольного ускорения в отсутствие ИК поля. Как отмечалось выше, интенсивность ИК компоненты должна быть не слишком высокой, чтобы не вызывать чрезмерной ионизации атома, но в то же время достаточной для эффективного возбуждения отклика атома на комбинационных частотах. При этом роль ИК компоненты поля в основном состоит в формировании многочастотных состояний Флоке и некотором смещении резонансов вследствие эффекта Штарка. В связи с этим для оптимизации условий формирования аттосекундных биений во временной зависимости дипольного ускорения при изменении интенсивности ИК поля необходимо сканировать частоту УФ поля. Кроме того, поскольку интенсивность УФ поля выбрана из условия наиболее эффективной генерации его третьей гармоники, следует ожидать, что и при включении ИК компоненты поля дипольный отклик будет преимущественно сосредоточен в окрестности третьей гармоники частоты Ω_{UV}. Ниже для анализа условий формирования ультракоротких импульсов из спектральных компонент вторичного излучения в окрестности 3-й гармоники УФ поля, помимо энергии, заключенной в окрестности третьей гармоники частоты Ω_{UV} в спектре дипольного ускорения атома $E_3^{(\ddot{d})}$ (14), а также вероятности ионизации атома после воздействия двухкомпонентного поля W (10), будем следить за контрастом биений, возникающих в окрестности максимума временной огибающей сигнала третьей гармоники $|\tilde{F}_3(t)|^2$ (13):

$$C_3^{(\ddot{d})} = \left(\max(|\tilde{F}_3(t)|^2) - \min(|\tilde{F}_3(t)|^2)\right) \Big/ \text{mean}(|\tilde{F}_3(t)|^2), \quad (15)$$

где максимальное, минимальное и среднее значения $|\tilde{F}_3(t)|^2$ вычисляются в пределах временного интервала $t_{\max} - T_{\text{IR}}/4 \le t \le t_{\max} + T_{\text{IR}}/4$ (а $t_{\max}$ – момент достижения максимума во временной зависимости $|\tilde{F}_3(t)|^2$), выбор которого обусловлен квазипериодичностью функции $|\tilde{F}_3(t)|^2$ с периодом $T_{\text{IR}}/2$, см. далее.

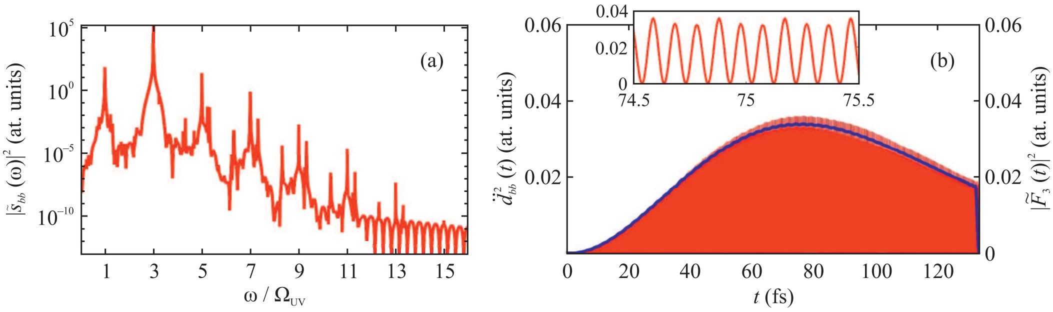

Рис. 2. (Цветной онлайн) (a) – Квадрат модуля спектра дипольного ускорения и (b) – временные зависимости квадрата дипольного ускорения (левая ось, красная линия, осцилляции которой сливаются в сплошную красную область) и квадрата модуля амплитуды компоненты дипольного ускорения на частоте $3\Omega_{\rm UV}$ (правая ось, синяя линия). На вставке к рисунку (b) изображена временная зависимость квадрата дипольного ускорения в увеличенном масштабе в окрестности максимума ее огибающей. Рисунки построены в отсутствие ИК поля (1) и при $I_{\rm UV} = 7 \times 10^{13}$ Вт/см^2, $\Omega_{\rm UV} = 0.2622$ ат. ед. ($\lambda_{\rm UV} \approx 175$ нм)

Максимизация контраста $C_3^{(\ddot{d})}$ соответствует достижению максимальной скважности импульсов во временной зависимости $|\tilde{F}_3(t)|^2$ и является косвенным признаком улучшения их формы. На спектральном языке это означает, что в спектре дипольного ускорения достигается баланс между количеством комбинационных спектральных компонент близкой амплитуды, генерируемых в окрестности третьей гармоники частоты $\Omega_{\rm UV}$ и отстоящих от нее на четное число частот $\Omega_{\rm IR}$, и степенью их фазовой согласованности.

Обратимся к рис. 3a, b. На них изображены зависимости $E_3^{(\ddot{d})}$ и W от частоты УФ компоненты и интенсивности ИК компоненты поля. Данные зависимости представляют собой совокупность резонансов с квазиэнергетическими уровнями различных состояний Флоке, которые формируются из стационарных состояний атома гелия под действием ИК поля и возбуждаются УФ полем. Помимо основного резонанса, который переходит в резонанс с трехфотонным переходом $|1s^2\rangle \leftrightarrow |1s2p\rangle$ при выключении ИК поля и находится чуть выше невозмущенной частоты этого перехода (черная штриховая линия), в представленных зависимостях наблюдаются также резонансы, соответствующие возбуждению вышележащих состояний $|1s3p\rangle$ и $|1s4p\rangle$ (а также $|1s4f\rangle$ в случае рис. 3b), и резонансы на комбинационных частотах, отстоящих на $2N\Omega_{\rm IR}/3$, где N – целое число, от частот дипольно-разрешенных трехфотонных переходов и на $(2N+1)\Omega_{\rm IR}/3$ от частот дипольно-запрещенных переходов. С увеличением интенсивности ИК поля положение этих резонансов меняется из-за штарковского сдвига. В силу того, что каждое состояние Флоке характеризуется своим положением центрального резонанса и своей поляризуемостью в ИК поле (которые, кроме прочего, могут быть разных знаков), при достаточно большой интенсивности ИК поля некоторые резонансы разделяются, а другие пересекаются, образуя области локальных максимумов и минимумов энергии третьей гармоники и вероятности ионизации атома. При этом следует отметить, что в масштабе рис. 3 максимумы энергии третьей гармоники частоты $\Omega_{\rm UV}$ в спектре дипольного ускорения $E_3^{(\ddot{d})}$ и вероятности ионизации атома W практически совпадают. Это означает, что ионизация в суммарном УФ и ИК поле рассматриваемой интенсивности не подавляет многофотонное возбуждение атома УФ полем. В противном случае максимальная эффективность генерации третьей гармоники достигалась бы при определенной отстройке от резонанса, присутствующей, в частности, на рис. 1 при $I_{\rm UV} > 10^{14}$ Вт/см^2, и обеспечивающей большее по отношению к точному резонансу значение квантовой когерентности на резонансном трехфотонном переходе за счет большей населенности основного состояния.

Далее рассмотрим рис. 3c. На нем изображена зависимость контраста $C_3^{(\ddot{d})}$ от интенсивности ИК компоненты $I_{\rm IR}$ и частоты УФ компоненты $\Omega_{\rm UV}$ поля (1). Как видно из этого рисунка, данная зависимость содержит множество локальных максимумов, некоторые из которых достигаются в непосредственной близости к резонансам на зависимостях $E_3^{(\ddot{d})}$ и W, изображенных на рис. 3a и b. При этом в окрестности основного резонанса контраст близок к нулю (см., например, белый кружок на рис. 3c), так как в этом случае дипольное ускорение атома является квазимонохроматическим, а его временная зависимость представляет собой слабые биения на фоне импульса доминирующей компоненты на частоте $3\Omega_{\rm UV}$. В то же время, настройка УФ поля в боковой ре-

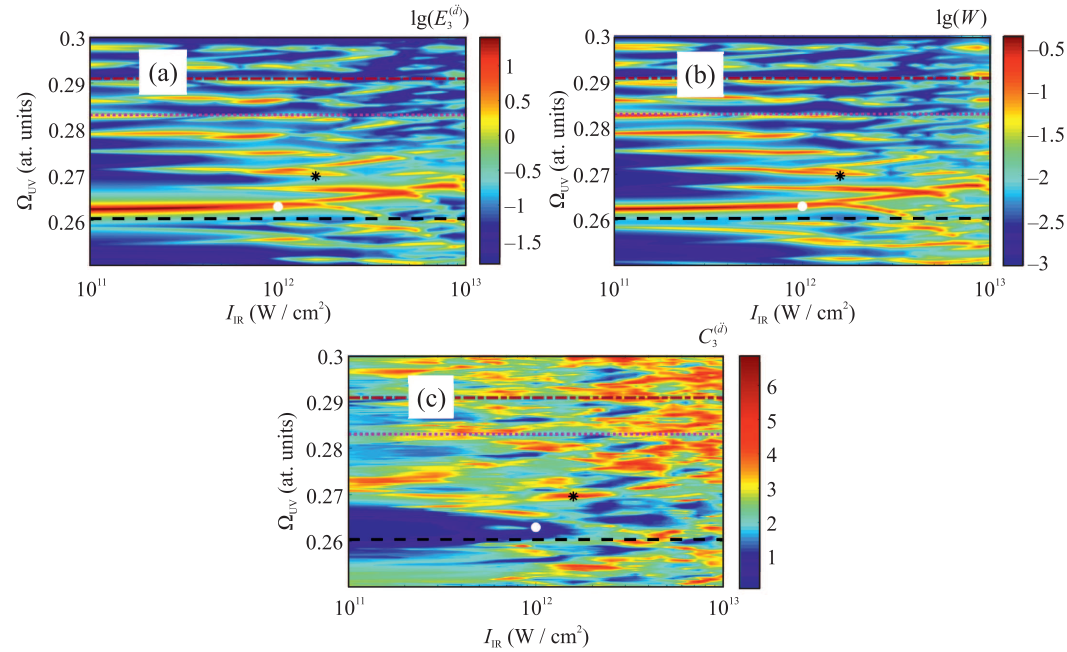

Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимости (в логарифмическом масштабе) (a) – энергии третьей гармоники в спектре дипольного ускорения, (b) – вероятности ионизации атома He после окончания импульса внешнего поля (1) и (c) (в линейном масштабе) контраста биений в окрестности максимума временной огибающей квадрата модуля медленно меняющейся амплитуды третьей гармоники частоты $\Omega_{\rm UV}$ от интенсивности ИК компоненты и частоты УФ компоненты поля (1) в окрестности трехфотонных резонансов. Все рисунки построены при $\Omega_{\rm IR} = 0.0114$ ат. ед. ($\lambda_{\rm IR} = 4$ мкм) и $I_{\rm UV} = 7 \times 10^{13}$ Вт/см^2. На всех рисунках черная штриховая линия обозначает частоту трехфотонного перехода $|1s^2\rangle \leftrightarrow |1s2p\rangle$ в отсутствие внешнего поля, фиолетовая пунктирная линия – невозмущенную частоту трехфотонного перехода $|1s^2\rangle \leftrightarrow |1s3p\rangle$, коричневая штрихпунктирная линия – невозмущенные частоты трехфотонных переходов $|1s^2\rangle \leftrightarrow |1s4p\rangle$ и $|1s^2\rangle \leftrightarrow |1s4f\rangle$ (на масштабе рисунка они совпадают). Белым кружком и черной звездочкой отмечены комбинации $\Omega_{\rm UV}$ и $I_{\rm IR}$, которые обсуждаются в основном тексте

зонанс и возбуждение соответствующего состояния Флоке позволяют сгенерировать в окрестности частоты $3\Omega_{\rm UV}$ несколько сопоставимых по амплитуде спектральных компонент, образующих во временной области последовательность коротких импульсов с высоким контрастом $C_3^{(\ddot{d})}$. В частности, при настройке в окрестность бокового резонанса, отмеченную на рис. 3 черной звездочкой, при $\Omega_{\rm UV} = 0.2696$ ат. ед. и $I_{\rm IR} \approx 1.6 \times 10^{12}$ Вт/см^2 в окрестности третьей гармоники частоты $\Omega_{\rm UV}$ спектр дипольного ускорения содержит пять сопоставимых по амплитуде спектральных компонент, которые образуют во временной области последовательность импульсов с длительностью 1.2 фс и периодом следования 6.67 фс (см. рис. 4a, b). При этом контраст импульсов составляет $C_3^{(\ddot{d})} \approx 4.86$. Более того, из сравнения красной и синей кривых на рис. 4b видно, что вклад этих импульсов в дипольный отклик атома является доминирующим, в результате чего во временной зависимости квадрата дипольного ускорения формируются всплески с теми же длительностью и периодом следования.

Следует отметить, что представленный на рис. 4a, b режим формирования импульсов достаточно устойчив относительно изменения частоты УФ поля $\Omega_{\rm UV}$, см. рис. 4c. При том, что максимум контраста достигается при небольшой отстройке от рассматриваемого бокового резонанса, а именно при $\Omega_{\rm UV} = 0.2696$ ат. ед., практически во всей спектральной области этого резонанса контраст импульса остается достаточно большим (близким к 3, за исключением небольшой области в окрестности $\Omega_{\rm UV} = 0.2716$ ат. ед.).

Наконец, отметим, что зависимость контраста импульсов третьей гармоники УФ поля от его частоты и интенсивности ИК поля, помимо локального максимума, отмеченного на рис. 3c черной звездочкой, содержит множество других максимумов сопоставимой величины. Это упрощает потенциальный эксперимент по реализации предложенного в данной статье подхода, а также позволяет обеспечить желаемый баланс между контрастом генерируемых импульсов, эффективностью их генерации и сопутствующей степенью ионизации среды. В то же вре-

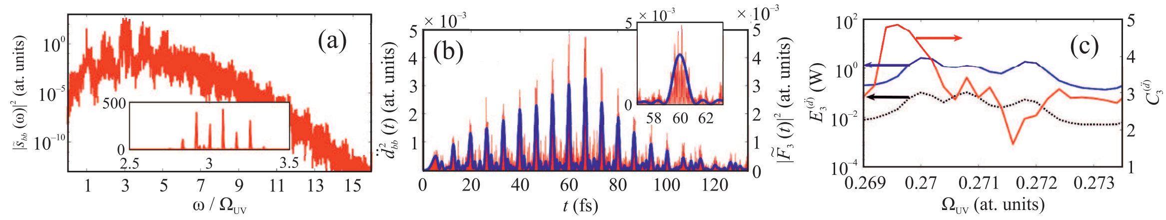

Рис. 4. (Цветной онлайн) (a) – Квадрат модуля спектра дипольного ускорения и (b) – временные зависимости квадрата дипольного ускорения (левая ось, тонкая красная линия) и квадрата модуля медленно меняющейся амплитуды компоненты дипольного ускорения на частоте третьей гармоники УФ поля (правая ось, жирная синяя линия). На вставке к рисунку (a) изображен спектр в окрестности частоты $3\Omega_{\rm UV}$, а на вставке к рисунку (b) – временная зависимость квадрата дипольного ускорения (красная кривая, левая ось) и медленно меняющаяся амплитуда компоненты дипольного ускорения на частоте $3\Omega_{\rm UV}$ (синяя кривая, правая ось) во временном окне длительностью в половину периода ИК поля в окрестности максимума огибающей квадрата дипольного ускорения. Рисунки (a) и (b) построены при $I_{\rm UV} = 7 \times 10^{13}$ Вт/см^2, $\Omega_{\rm UV} = 0.2696$ ат. ед. ($\lambda_{\rm UV} \approx 170$ нм), $I_{\rm IR} = 1.585 \times 10^{12}$ Вт/см^2 и $\Omega_{\rm IR} = 0.0114$ ат. ед. ($\lambda_{\rm IR} = 4$ мкм). (c) – Зависимости энергии третьей гармоники частоты $\Omega_{\rm UV}$ в спектре индуцированного дипольного ускорения (левая ось, синяя сплошная линия), вероятности ионизации атома после воздействия импульса внешнего поля (левая ось, черная пунктирная линия) и контраста биений в окрестности максимума временной огибающей квадрата модуля амплитуды компоненты дипольного ускорения на частоте $3\Omega_{\rm UV}$ от частоты УФ поля при $I_{\rm UV} = 7\times10^{13}$ Вт/см^2, $I_{\rm IR} = 1.585 \times 10^{12}$ Вт/см^2 и $\Omega_{\rm IR} = 0.0114$ ат. ед. ($\lambda_{\rm IR} = 4$ мкм)

мя нужно оговориться, что, как показано в работе [19], используемый базис, состоящий из первых десяти связанных состояний атома He, недостаточен для точного описания многофотонного возбуждения состояний с $n \geq 3$ – с этой целью в разложении волновой функции необходимо учитывать больше вышележащих связанных состояний. Соответственно, данные, представленные в правой верхней области рис. 3c, где достигаются наибольшие значения контраста биений в третьей гармонике дипольного ускорения, не являются достоверными.

5. Выводы. В настоящей работе проанализирована возможность генерации ультракоротких импульсов при резонансном многофотонном возбуждении атомов гелия комбинацией полей ИК и УФ диапазона. Рассмотрен случай, когда УФ излучение производит эффективное трехфотонное возбуждение состояний атома He в ИК поле. Показано, что при этом в дипольном отклике атома доминируют третья гармоника УФ поля и комбинационные частоты, отстоящие от нее на четное число частот ИК поля, а временная зависимость дипольного отклика может представлять собой последовательность ультракоротких импульсов. Показано, что для эффективной генерации и достижения высокого контраста таких импульсов интенсивность УФ поля должна быть выбрана так, чтобы максимизировать отклик атома на частоте его третьей гармоники, а частота УФ поля должна находиться в окрестности индуцированного ИК полем бокового трехфотонного резонанса. При этом существуют различные комбинации частоты УФ поля и интенсивности ИК поля, обеспечивающие высокий контраст генерируемых импульсов. В свою очередь, интенсивность ИК поля должна быть достаточно высокой для преобразования возбужденных состояний атома в многочастотные состояния Флоке, но не слишком большой, чтобы не вызывать заметной ионизации атома. В качестве примера рассмотрен атом He в двухкомпонентном поле, у которого ИК компонента имеет центральную длину волны $\lambda_{\rm IR} = 4$ мкм и пиковую интенсивность $I_{\rm IR} \approx \approx 1.6\times10^{12}$ Вт/см^2, а УФ компонента — $\lambda_{\rm UV} \approx 170$ нм и $I_{\rm UV} = 7\times10^{13}$ Вт/см^2 соответственно, с длительностью общей огибающей 133.4 фс. Показано, что при таком выборе параметров внешнего поля в отклике атома He доминируют спектральные компоненты вблизи третьей гармоники частоты УФ поля (в области энергий фотонов вблизи 21.8 эВ), образующие во временной области последовательность импульсов с длительностью 1.2 фс и периодом следования 6.67 фс.

Предложенный механизм открывает возможность генерации ультракоротких импульсов ВУФ излучения с энергией фотонов вблизи характерных энергий возбуждения и потенциалов ионизации и диссоциации нейтральных сред и потенциально обладает высокой эффективностью, обусловленной резонансным характером взаимодействия излучения с веществом и выбором параметров УФ поля, максимизирующим дипольный отклик атома на частоте его третьей гармоники. В совокупности эти факторы делают данный метод перспективным инструментом сверхбыстрого когерентного управления квантовым состоянием вещества и реализации нелинейно-оптических эффектов на фемто- и субфемтосекундном временном масштабе. Компактные фемтосекундные источники подобного излучения в последние годы привлекают большое внимание как альтернатива крупномасштабным источникам типа лазеров на свободных электронах для исследования сверхбыстрых процессов, в частности, в таких мишенях, как чистые или допированные гелиевые нанокапли, широко используемые в качестве модельных объектов для изучения различных физических и химических явлений в наноразмерных системах (см. [25] и цитируемую литературу).

Отметим также, что совместное уменьшение длины волны ИК поля, например, в два раза (до 2 мкм) и увеличение его интенсивности в несколько раз потенциально позволяет сократить длительность формируемых импульсов до субфемтосекундных значений (ориентировочно до 600 ас) при одновременном уменьшении в два раза периода их следования (до 3.33 фс). При этом данный подход может быть обобщен на резонансы большей фотонной кратности, скажем, на случай пятифотонного возбуждения атомов He, что позволит использовать УФ поле с длиной волны, превышающей 200 нм (включая излучение 3-й или 4-й гармоник мощных твердотельных лазеров), и существенно упростит его экспериментальную реализацию.

Финансирование работы. Исследование выполнено в рамках научной программы Национального центра физики и математики, направление # 4 "Физика высоких плотностей энергии. Этап 2026–2027".

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. T. Popmintchev, M. C. Chen, D. Popmintchev et al. (Collaboration), "Bright coherent ultrahigh harmonics in the keV X-ray regime from mid-infrared femtosecond lasers", Science **336**, 1287 (2012).
2. А. С. Емелина, М. Ю. Емелин, М. Ю. Рябикин, "О возможности генерации высоких гармоник с энергиями квантов более 10 кэВ при взаимодействии интенсивного излучения среднего ИК диапазона с нейтральными газами", Квантовая электроника **44**, 470 (2014) [A. S. Emelina, M. Y. Emelin, and M. Y. Ryabikin, "On the possibility of the generation of high harmonics with photon energies greater than 10 keV upon interaction of intense mid-IR radiation with neutral gases", Quantum Electronics **44**, 470 (2014)].
3. K. Zhao, Q. Zhang, M. Chini, Y. Wu, X. Wang, and Z. Chang, "Tailoring a 67 attosecond pulse through advantageous phase-mismatch", Opt. Lett. **37**, 3891 (2012).
4. J. Li, X. Ren, Y. Yin, K. Zhao, A. Chew, Y. Cheng, E. Cunningham, Y. Wang, S. Hu, Y. Wu, M. Chini, and Z. Chang, "53-attosecond X-ray pulses reach the carbon K-edge", Nat. Commun. **8**, 186 (2017).
5. T. Gaumnitz, A. Jain, Y. Pertotet, M. Huppert, I. Jordan, F. Ardana-Lamas, and H. J. Wörner, "Streaking of 43-attosecond soft-X-ray pulses generated by a passively CEP-stable mid-infrared driver", Opt. Express **25**, 27506 (2017).
6. F. Krausz and M. Ivanov, "Attosecond physics", Rev. Mod. Phys. **81**, 163 (2009).
7. М. Ю. Рябикин, М. Ю. Емелин, В. В. Стрелков, "Аттосекундные электромагнитные импульсы: генерация, измерение и применение. Аттосекундная метрология и спектроскопия", УФН **193**, 382 (2023) [M. Yu. Ryabikin, M. Yu. Emelin, and V. V. Strelkov, "Attosecond electromagnetic pulses: generation, measurement, and application. Attosecond metrology and spectroscopy", Phys.-Uspekhi **66**, 360 (2023)].
8. A. S. Johnson, D. R. Austin, D. A. Wood, C. Brahms, A. Gregory, K. B. Holzner, S. Jarosch, E. W. Larsen, S. Parker, C. S. Strüber, P. Ye, J. W. G. Tisch, and J. P. Marangos, "High-flux soft x-ray harmonic generation from ionization-shaped few-cycle laser pulses", Sci. Adv. **4**, eaar3761 (2018).
9. Y. Fu, K. Nishimura, R. Shao, A. Suda, K. Midorikawa, P. Lan, and E. J. Takahashi, "High efficiency ultrafast water-window harmonic generation for single-shot soft X-ray spectroscopy", Commun. Phys. **3**, 92 (2020).
10. R. Weissenbilder, S. Carlstrom, L. Rego, C. Guo, C. M. Heyl, P. Smorenburg, E. Constant, C. L. Arnold, and A. L'Huillier, "How to optimize high-order harmonic generation in gases", Nat. Rev. Phys. **4**, 713 (2022).
11. V. A. Antonov, Y. V. Radeonychev, and O. Kocharovskaya, "Formation of ultrashort pulses via quantum interference between Stark-split atomic transitions in a hydrogenlike medium", Phys. Rev. A **88**, 053849 (2013).
12. V. A. Antonov, T. R. Akhmedzhanov, Y. V. Radeonychev, and O. Kocharovskaya, "Attosecond pulse formation via switching of resonant interaction by tunnel ionization", Phys. Rev. A **91**, 023830 (2015).
13. V. A. Antonov, Y. V. Radeonychev, and O. Kocharovskaya, "Formation of a single attosecond pulse via interaction of resonant radiation with a strongly perturbed atomic transition", Phys. Rev. Lett. **110**, 213903 (2013).
14. M. Chini, B. Zhao, H. Wang, Y. Cheng, S. X. Hu, and Z. Chang, "Subcycle ac Stark shift of helium excited states probed with isolated attosecond pulses", Phys. Rev. Lett. **109**, 073601 (2012).
15. M. Chini, X. Wang, Y. Cheng, Y. Wu, D. Zhao, D. A. Telnov, S.-I. Chu, and Z. Chang, "Sub-cycle oscillations in virtual states brought to light", Sci. Rep. **3**, 1105 (2013).

16. G. L. Yudin and M. Yu. Ivanov, "Nonadiabatic tunnel ionization: Looking inside a laser cycle", Phys. Rev. A **64**, 013409 (2001).
17. T. R. Akhmedzhanov, V. A. Antonov, and O. Kocharovskaya, "Formation of ultrashort pulses from quasimonochromatic XUV radiation via infrared-field-controlled forward scattering", Phys. Rev. A **94**, 023821 (2016).
18. S.-I. Chu and D. A. Telnov, "Beyond the Floquet theorem: generalized Floquet formalisms and quasienergy methods for atomic and molecular multiphoton processes in intense laser fields", Phys. Rep. **390**, 1 (2004).
19. I. R. Khairulin, M. Yu. Emelin, M. M. Popova, E. V. Gryzlova, M. Yu. Ryabikin, and V. A. Antonov, "Maximizing the response of a helium atom at the third harmonic of an intense femtosecond ultraviolet pulse", Photonics **10**, 1387 (2023).
20. И. Р. Хайрулин, В. А. Антонов, М. Ю. Емелин, М. М. Попова, Е. В. Грызлова, М. Ю. Рябикин, "Многоуровневая модель многофотонных процессов в атоме гелия в сильном лазерном поле: учет ионизации", Оптика и спектроскопия **131**, 136 (2023) [I. R. Khairulin, V. A. Antonov, M. Yu. Emelin, M. M. Popova, E. V. Gryzlova, and M. Yu. Ryabikin, "Multilevel model of multiphoton processes in a helium atom in a strong laser field: ionization description", Opt. Spectrosc. **131**, 128 (2023)].
21. J. A. Fleck, Jr., J. R. Morris, and M. D. Feit, "Time-dependent propagation of high energy laser beams through the atmosphere", Appl. Phys. **10**, 129 (1976).
22. C. Froese-Fischer, T. Brage, and P. Johnsson, *Computational Atomic Structure: An MCHF Approach* (IOP Publishing, Bristol, 1997).
23. J. Parker and C. R. Stroud, Jr., "Population trapping in short-pulse laser ionization", Phys. Rev. A **41**, 1602 (1990).
24. V. S. Letokhov, *Laser Photoionization Spectroscopy* (Academic Press, Orlando 1987).
25. L. Jurkovicova, L. Ben Ltaief, A. Hult Roos et al. (Collaboration), "Bright continuously tunable vacuum ultraviolet source for ultrafast spectroscopy", Commun. Phys. **7**, 26 (2024).