

МОДЕЛЬ RVB КАК ЗАДАЧА О ПОВЕРХНОСТИ КВАНТОВОГО КРИСТАЛЛА

Л.С.Левитов

Димерная модель RVB эквивалентна задаче о поверхности квантового кристалла. Фазовая диаграмма содержит участки, соответствующие неупорядоченному состоянию димеров (квантовая жидкость) и упорядоченному (кристалл). В первом случае возбуждения бесщелевые, а во втором – имеется конечная щель.

Димерная модель RVB на квадратной решетке была введена ¹ как простейшее воплощение построений Андерсона ², цель которых – найти ситуацию, когда основным состоянием квантовой системы на решетке является жидкость. Состояниями в этой модели считаются все плотные, без пропусков, заполнения ребер квадратной решетки димерами (каждая вершина покрыта ровно одним димером). Простейший гамильтониан имеет вид ³:

$$H = \sum -j(|\uparrow\rangle\langle\uparrow| + \text{н.с.}) + V(|\uparrow\rangle\langle\uparrow| + |\downarrow\rangle\langle\downarrow|) \quad (1)$$

Основной проблемой является вопрос о структуре основного состояния (кристалл или жидкость?) и возбуждений (есть ли щель в спектре?). Для ответа на эти вопросы мы сведем задачу димеров к другой, лучше изученной задаче.

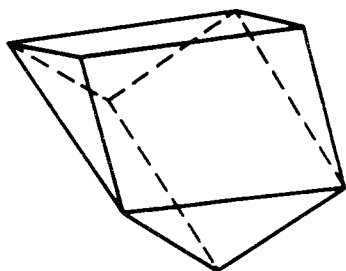


Рис. 1. Многогранник, используемый для построения кристалла

Нам будет полезна следующая геометрическая конструкция. Каждая конфигурация димеров естественно эквивалентна расположению на плоскости прямоугольников 2×1 , т.е. домино (каждый прямоугольник покрывает один димер). В свою очередь, всякое расположение домино эквивалентно поверхности некоторого трехмерного кристалла. Опишем его строение. Возьмем многогранник, показанный на рис. 1: две туристские палатки, поставленные на квадрат с двух сторон с относительным поворотом на 90° . Из таких тел можно составить слои, которыми, накладывая их один на другой, можно без пропусков заполнить все пространство (рис. 2б). В соседних слоях многогранники повернуты на 90° . Период этой конструкции в вертикальном направлении – 4 слоя. Разбиения плоскости на домино находятся во взаимно однозначном соответствии с поверхностями такого кристалла (рис. 2). При этом требуется, чтобы поверхность без складок проектировалась на базисную плоскость. Отметим, что треугольные грани проектируются в отрезки.

Таким образом, любой вопрос о димерах может рассматриваться как задача о поверхности кристалла. Проследим это соответствие для димерной модели RVB . Кинетический J -член соответствует добавлению и отделению от поверхности одного многогранника, т.е. описывает квантовые флуктуации роста-плавления кристалла. Потенциальный V -член представляет собой энергию элементарных ступеней. Получился гамильтониан хорошо известной задачи о поверхности квантового кристалла ⁴. Упорядоченное и жидкое состояние димеров можно отождествить, соответственно, с гладким и шероховатым состоянием поверхности. Низкоэнер-

гетическим возбуждениям в задаче димеров ("резонансам" ³) соответствуют плавные флуктуации поверхности кристалла.

Мы видим, что в задаче димеров есть скрытая макроскопическая переменная — средний наклон соответствующей поверхности. Макроскопичность наклона, т.е. его медленная зависимость от времени, связана с тем, что построенное преобразование переводит любой локальный гамильтониан для димеров в локальный же гамильтониан для поверхности. Отметим, что эта степень свободы уже появлялась и использовалась: "топологические секторы" ³, "плотность дипольного момента" ⁵.

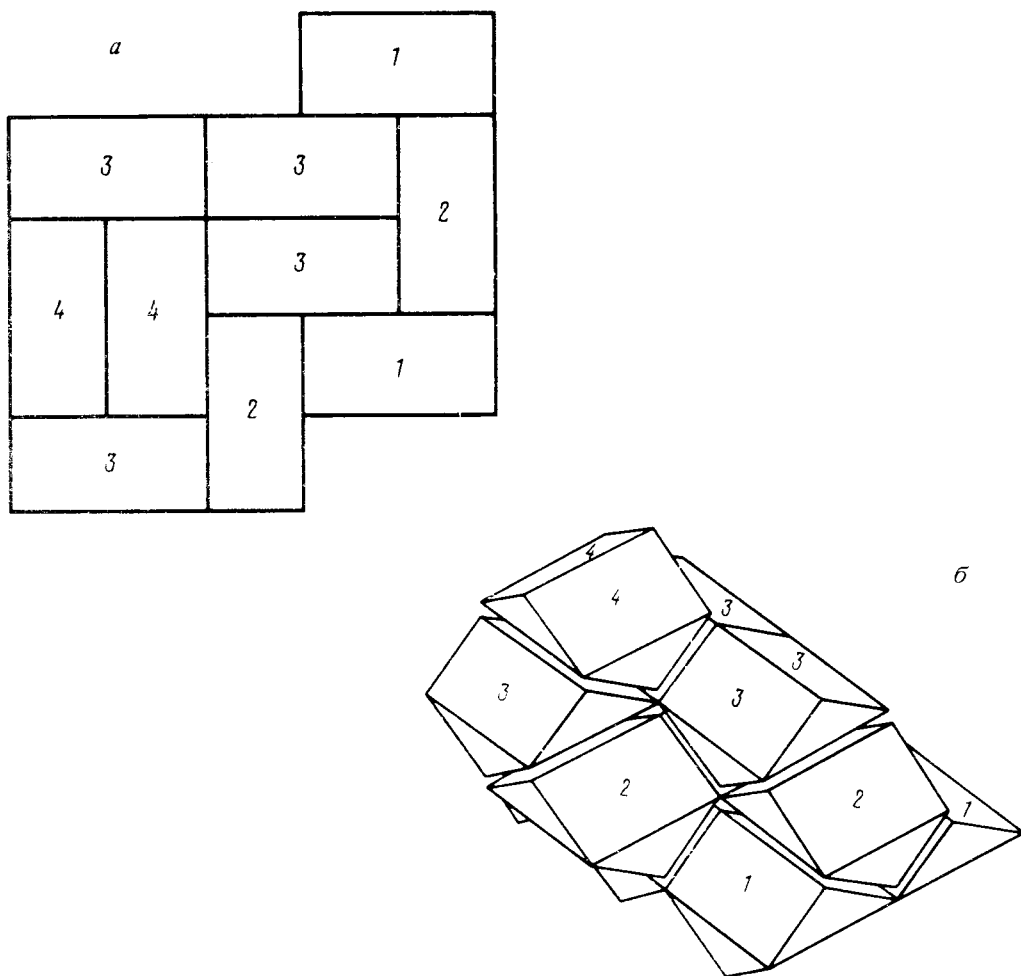


Рис. 2. Соответствие между конфигурацией домино (а) и поверхностью кристалла (б). Цифры показывают номера слоев в кристалле

Перейдем к обсуждению характера основного состояния. Как известно, поверхность квантового кристалла, имеющая рациональный наклон, является гладкой при сколь угодно сильных квантовых флуктуациях ⁴. Наоборот, иррациональным наклонам соответствует шероховатое состояние. Для того, чтобы полностью описать фазовую диаграмму, добавим к гамильтониану (1) два члена, управляющих средним наклоном:

$$\Sigma \mu_x (|\leftarrow\rangle\langle\leftarrow| - |\rightarrow\rangle\langle\rightarrow|) + \mu_y (|\downarrow\rangle\langle\downarrow| - |\uparrow\rangle\langle\uparrow|). \quad (2)$$

Здесь суммирование происходит по всем домино, а стрелки указывают направление уклона соответствующей грани многогранника.

На плоскости (μ_x, μ_y) каждому рациональному наклону соответствует область ненулевой площади, в которой он реализуется. Размер этой области по порядку величины определяется энергией ступени, отличной от нуля в гладком состоянии. В случае развитых квантовых флуктуаций $J \gg V$, энергия ступени экспоненциально мала по J/V и по индексам Миллера грани ⁴, так что общая площадь этих участков фазовой диаграммы тоже экспоненциально мала. Энергия ступени определяет величину щели в спектре флуктуаций поверхности. Таким образом, рациональным наклонам поверхности соответствуют упорядоченные кристаллические состояния димеров, причем в спектре возбуждений есть щель.

Значительно больший интерес представляет оставшаяся часть плоскости (μ_x, μ_y) , соответствующая иррациональным наклонам. В ней реализуется шероховатое состояние с нулевой энергией ступени. Это значит, что димеры образуют квантовую жидкость с бесщелевыми возбуждениями. Когда квантовые флуктуации сильны, шероховатое состояние поверхности (т.е. жидкое состояние димеров) занимает почти всю площадь фазовой диаграммы.

Отметим, что димеры, соответствующие четырём ориентациям стрелок в (2), располагаются на четырех непересекающихся подрешетках основной решетки. Поэтому попасть в жидкую фазу можно, правильно выбрав химические потенциалы на этих подрешетках.

Отметим также, что в случае сильных квантовых флуктуаций корреляционный радиус r_c , на котором начинает проявляться отличие рациональных наклонов от иррациональных, экспоненциально велик по J/V ⁴. В этом случае система димеров ведет себя как жидкость на масштабах меньше r_c при всех μ_x, μ_y .

Я благодарен Л.Б.Иоффе и С.Е.Коршунову за полезные советы, обсуждения и интерес к работе.

Литература

1. Kivelson S.A. et al. Phys. Rev. B, 1987, 35, 8865; Kivelson S.A. Phys. Rev. B, 1987, 36, 7237.
2. Anderson P.W. Mater. Res. Bull., 1973, 8, 153; Fazecas P., Anderson P.W. Philos. Mag., 1974, 30, 452; Anderson P.W. Science, 1987, 235, 1196.
3. Rokhsar D.S., Kivelson S.A. Phys. Rev. Lett., 1988, 61, 2376.
4. Fisher D.S., Weeks J.D. Phys. Rev. Lett., 1983, 50, 1077; Иорданский С.В., Коршунов С.Е. ЖЭТФ, 1984, 87, 927; Fradkin E. Phys. Rev. B, 1983, 28, 5338.
5. Ioffe L.B., Larkin A.I. Phys. Rev. B, 1989, in press.