

## О ФАЗОВОМ ПЕРЕХОДЕ В СВЕРХПРОВОДЯЩЕЕ СОСТОЯНИЕ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*М.В.Фейгельман, В.Б.Гешкенбейн, В.М.Винокур*

Показано, что фазовый переход из состояния абрикосовской вихревой решетки в нормальное состояние может расщепляться на два перехода. Промежуточная фаза вихревой жидкости отличается от нормальной фазы наличием экранировки для тока  $j$  параллельного внешнему магнитному полю.

1. До последнего времени считалось установленным, что фазовый переход ( $\Phi\Gamma$ ) в сверхпроводящее состояние во внешнем магнитном поле связан (для сверхпроводников второго рода) с образованием периодического в пространстве решения (абрикосовской решетки вихрей) уравнений Гинзбурга - Ландау. Этот вывод, однако, был сделан в пренебрежении ролью тепловых флуктуаций вблизи точки  $\Phi\Gamma$ , что вполне оправданно для обычных сверхпроводников, где область сильных критических флуктуаций ненаблюдаема узкая. Иная ситуация в высокотемпературных сверхпроводниках (ВТСП): даже в отсутствии внешнего магнитного поля флуктуационная область в  $\text{YBa}_3\text{CuO}_7$  вполне заметна: ее относительная ширина  $\Delta T/T_c$  дается числом Гизбурга  $G_i \sim 10^{-2}$ <sup>1</sup>; с увеличением внешнего поля  $B$  ширина флуктуационной области  $\Delta T(B)$ , как следует из резистивных<sup>2</sup> и термодинамических<sup>3</sup> измерений, сильно растет. В этой связи представляет интерес теоретическое рассмотрение  $\Phi\Gamma$  в сверхпроводящее состояние при  $B \neq 0$  вне рамок теории среднего поля Гинзбурга - Ландау - Абрикосова (ГЛА). При этом прежде всего следует определить, каким параметром порядка характеризуется данное состояние. Простейший ответ на этот вопрос состоял бы в том, что ниже  $T_c(B)$  возникает состояние типа абрикосовской решетки, но с сильно развитыми флуктуациями вихревых линий. Однако, исследование устойчивости вихревой решетки (ВР) по отношению к плавлению с помощью критерия Линдеманна<sup>4</sup> (подтверждаемого Монте-Карло моделированием<sup>5</sup>) показывает, что плавление ВР происходит при  $B = B_M(T) \ll H_{c2}^{(0)}(T)$  (где  $H_{c2}^{(0)}(T)$  - верхнее критическое поле в теории ГЛА). С другой стороны, исследование устойчивости нормального состояния по отношению к сверхпроводящим флуктуациям в достаточно сильном магнитном поле  $B \geq B_{Jl} = G_i H_{c2}^{(0)}(0)$  показывает<sup>6</sup>, что это состояние теряет устойчивость уже при  $B \approx H_{c2}^{(0)}(T)$  (относительная ширина флуктуационной области  $\Delta T(B)/T_c \simeq (B/B_{Jl})^{2/3}G_i \ll 1$ <sup>7</sup>). Поэтому возникает вопрос о возможности существования промежуточной фазы, отличной как от высокотемпературной (нормальной), так и от абрикосовской

фазы. Такое состояние представляло бы собой жидкость вихревых линий, не обладающую трансляционным порядком, но сохраняющую сверхпроводящие корреляции в направлении фонового поля  $B_0$ . В настоящей статье мы покажем, что высказанное предположение непротиворечиво, а именно: жидкость вихревых линий обладает свойством экранирования тока  $j$  параллельного  $B_0$ , чем и отличается от нормальной (высокотемпературной) фазы.

2. Наша задача состоит в выводе эффективного функционала свободной энергии  $\mathcal{F}_v$ , описывающего жидкость взаимодействующих вихревых линий с заданной средней плотностью  $n_0 = B_0/\Phi_0$ . Такая задача обсуждалась в ряде статей [8–10], где было показано, что  $\mathcal{F}_v$  эквивалентно евклидову действию двумерной (2D) квантовой нерелятивистской бозе-жидкости, причем вихревые линии оказываются представленными мировыми линиями частиц этой жидкости; соответствующая "постоянная Планка" совпадает с реальной температурой системы  $T$ , а эффективная "температура" жидкости  $T_* = T/L_z$ , где  $L_z$  - размер системы в направлении поля  $B_0 \parallel z$  (мы имеем в виду периодические граничные условия вдоль  $z$ , физически соответствующие торoidalной геометрии образца; в дальнейшем полагаем  $L_z^{-1} = 0$ , т.е. рассматриваем основное состояние бозе-жидкости). Однако, в работах [8–10] взаимодействие вихрей считалось (для простоты) локальным. В действительности ВТСП характеризуются значениями параметра Гинзбурга-Ландау  $\kappa = \lambda/\xi \sim 10^2$ , т.е. в основной области полей  $H_{c1}^{(0)}(T) \ll B_0 \ll H_{c2}^{(0)}(T)$  лондоновская длина спадания взаимодействия между вихрями велика:  $\lambda \gg n_0^{-1/2}$ . Последовательным методом вывода эффективного действия в этом случае является дуальное преобразование исходного функционала Гинзбурга - Ландау с флюктуирующими электромагнитным полем. При условии, что "размер вихря"  $\xi \ll n_0^{-1/2}$  (т.е.  $B_0 \ll H_{c2}^{(0)}(T)$ ), такое дуальное преобразование аналогично описанному для решеточной модели сверхпроводника в работах [11–12] (где не рассматривался случай конечного фонового поля  $B_0 \neq 0$ ), и приводит к функционалу  $\mathcal{F}_v$  вида (см. также [13])

$$\mathcal{F}_v = m_B \sum_i \int ds_i + \int d^2r dz [ig(J - \frac{1}{\Phi_0} \text{rot} A) \vec{\chi} + \frac{(\text{rot} \vec{\chi})^2}{8\pi} + \frac{(\text{rot} A)^2}{8\pi}] \quad (1)$$

где  $ds_i$  - элемент траектории  $i$ -ой "частицы"-вихря,  $m_B = (\Phi_0/4\pi\lambda)^2$  - масса этих частиц,  $J$  - плотность трехмерного сохраняющегося тока частиц:  $J = (J_x, J_y, n)$ ,  $\nabla J = \partial_\alpha J_\alpha + \partial_z n = 0$ ;  $\vec{\chi} = (a_\alpha, \chi)$  - 3-компонентное векторное поле, обеспечивающее дальнодействующее взаимодействие вихрей;  $g = \Phi_0/4\pi\lambda$ ,  $A$  - электромагнитный вектор-потенциал. Функциональное интегрирование  $\exp[-\mathcal{F}_v/T]$  происходит по траекториям частиц и полям  $\vec{\chi}$  и  $A$  с условием  $\langle \text{rot} A \rangle = (0, 0, B_0)$ .

Для дальнейшего исследования удобно перейти от формально трехмерно-инвариантного ("релятивистского") действия  $\mathcal{F}_v$  для частиц к нерелятивистскому действию  $\mathcal{F}_B$  для бозе-поля  $\phi$  ( $|\phi|^2 = n$ ), взаимодействующего со "скалярным потенциалом"  $\chi$  и векторным потенциалом  $a$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_B = & \int d^2r dz \{ \phi^* [T \frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{2m_B} (T \nabla_\alpha - ig a_\alpha)^2 - ig \chi] \phi + \\ & \frac{i}{4\pi\lambda} [\epsilon_{\alpha\beta} (\partial_z A_\alpha - \partial_\alpha A_z) a_\beta + \epsilon_{\alpha\beta} \partial_\alpha A_\beta \chi] + \\ & + \frac{1}{8\pi} [(\epsilon_{\alpha\beta} \partial_\alpha a_\beta)^2 + (\partial_z a_\alpha)^2 + (\partial_\alpha \chi)^2] + \frac{1}{8\pi} (\text{rot} A)^2 \} \end{aligned} \quad (2)$$

(выражение (2) записано в калибровке  $\partial_\alpha a_\alpha = 0, \nabla A = 0$ ). В функционале  $\mathcal{F}_B$  координата  $z$  играет роль мнимого времени; поле  $\chi$  и поперечная часть поля  $A_\alpha$  обеспечивают "мгновенное" взаимодействие вихрей, в то время как поля  $a_\alpha$ ,  $A_0$ , и продольная часть  $A_\alpha$  ответственны за "запаздывающее" взаимодействие.

В пределе малой плотности  $n_0 \lambda^2 \ll 1$  действие (2) описывает 2D бозе-газ с локальным взаимодействием и сверхтекучим основным состоянием ("entangled flux liquid" <sup>9,11</sup>). Приведенные в <sup>6</sup> аргументы показывают, что в обратном пределе  $n_0 \lambda^2 \gg 1$  в некотором интервале плотностей  $n_0$  возможно существование бозе-жидкости с несверхтекучим основным состоянием. Как мы сейчас убедимся, именно такое состояние соответствует фазе вихревой жидкости с экранировкой продольного тока.

3. Рассмотрим вклад бозе-поля  $\phi$  в эффективное действие калибровочного поля  $a_\alpha$ . Этот (моляризационный) вклад в квадратичном приближении имеет вид  $\frac{1}{8\pi} \Pi(\mathbf{k}) a_\alpha(\mathbf{k}) a_\alpha(-\mathbf{k})$ . Диагонализуя квадратичную форму по  $a_\alpha$  и  $\mathbf{A}$ , возникающую из (2) с учетом поляризационного члена, получаем коррелятор флуктуаций компоненты  $A_z$  векторного потенциала в виде

$$D_{zz}(\mathbf{k}) = \langle A_z(k_z, k_\perp) A_z(-k_z, -k_\perp) \rangle = \left(1 + \frac{\Pi(\mathbf{k})}{k^2}\right) \frac{T}{k^2 + \lambda^{-2} + \Pi(\mathbf{k})} \left(1 - \frac{k_z^2}{k^2}\right) \quad (3)$$

В сверхтекучей фазе бозе-жидкости величина  $\Pi(0)$  отлична от нуля и дается выражением (в нулевом приближении, т.е. без учета квантовых флуктуаций над основным состоянием)  $\Pi(0) = 4\pi g^2 n_0 / m_B = 4\pi n_0$ . В результате выражение (3) в длинноволновом пределе переходит в обычный кулоновский коррелятор (в калибровке  $\nabla \mathbf{A} = 0$ ) для среды с магнитной проницаемостью  $\mu = \Pi(0)/(\Pi(0) + \lambda^{-2}) < 1$ . Иначе говоря, сверхтекучая фаза бозе-жидкости вихрей соответствует высокотемпературной фазе сверхпроводника (нормальному металлу) <sup>9</sup>. Диамагнитная восприимчивость  $\chi_{DM} = -\Phi_0/4\pi\lambda^2 B_0$  по отношению к полю  $\delta \mathbf{H} \perp \mathbf{B}_0$  связана с наличием предпереходных сверхпроводящих флуктуаций. Отметим, что  $\chi_{DM}$  равна по величине и противоположна по знаку дифференциальной восприимчивости абрикосовской решетки по отношению к изменению величины фонового поля  $B_0$ .



В нормальной (несверхтекучей) фазе бозе-жидкости  $\Pi(\mathbf{k}) \approx \eta k^2$  при  $k \rightarrow 0$ . В результате из (3) получаем для  $A_z$  коррелятор массивного поля:

$$D_{zz}(\mathbf{k}) = \frac{T}{k^2 + \lambda_{eff}^{-2}} \left(1 - \frac{k_z^2}{k^2}\right) \quad (4)$$

(где  $\lambda_{eff}^2 = \lambda^2(1 + \eta)$ ), что и означает наличие экранировки  $z$ -компонент вектор-потенциала  $\mathbf{A}$  и электрического тока  $j$ .

Заметим также, что коррелятор  $D_{\alpha\beta}(\mathbf{k})$  поперечных компонент векторного потенциала имеет кулоновский вид в любом случае, поскольку в отсутствие пиннинга экранировка изменения продольного поля  $\delta \mathbf{B} \parallel \mathbf{B}_0$  невозможна.

4. Изложенный выше подход применим только для исследования равновесной термодинамики и не может быть непосредственно использован для вычисления электросопротивления. Ниже мы приведем качественные аргументы в пользу того, что фаза "нормальной" вихревой жидкости обладает нулевым линейным

сопротивлением  $\rho_{lin}$  для тока  $j \parallel B_0$ . Действительно, диссипация энергии при прохождении тока связана с рождением и расширением вихревых колец, лежащих в плоскости  $(x, y) \perp B_0$ . В присутствии фонового поля  $B_0$  такое вихревое кольцо представляет собой определенную деформацию исходного распределения вихревых линий. Конфигурация вихревых линий, соответствующая участку такого кольца, показана на рис.а. Проекция такой конфигурации на плоскость  $(x, y)$  и представляет собой вихревое кольцо, показанное на рис.б. В системе с периодическими вдоль  $z$  граничными условиями (тороидальная геометрия) образование и движение таких колец связано с разрывом и перецеплением вихревых линий (в отличие от дислокационных петель, бесконечный рост которых (приводящий к плавлению вихревой решетки <sup>14)</sup> не связан с перецеплением вихревых линий). Заметим, что на языке 2D бозе-жидкости показанная на рисунке конфигурация соответствует многочастичному кольцевому обмену бозе-частиц. Сверхтекущее состояние характеризуется наличием сколь угодно далеких кольцевых обменов <sup>15</sup>, т.е. присутствием вихревых колец произвольного размера в системе вихрей и при  $j = 0$ , что и обеспечивает конечную величину  $\rho_{lin}$ . С другой стороны, в нормальной фазе бозе-жидкости вклад процессов далекого кольцевого обмена мал, поскольку связанное с ними действие линейно растет с числом частиц, участвующих в обмене; иначе говоря, энергия поперечного вихревого кольца в промежуточной фазе вихревой жидкости пропорционально его длине. Таким образом, полная свободная энергия вихревого кольца радиуса  $r$  в присутствии тока  $j_z$  ведет себя как  $f(r) = \text{const} * r - \frac{\Phi_0}{c} j_z \pi r^2$ . Скорость диссипации определяется вероятностью  $\sim \exp(-f(r_c)/T)$  появления кольца критического размера  $r_c \sim j_z^{-1}$ , отвечающих максимуму  $f(r)$ . В результате получаем электрическое поле  $E(j_z) \sim \exp(-\text{const}/j_z)$ . Это означает, что в нормальной фазе вихревой жидкости  $\rho_{lin} = 0$ , что, разумеется, согласуется со сделанным выше выводом об экранировке тока  $j \parallel B_0$ . Для наблюдения явления экранировки продольного тока необходимо использовать образцы тороидальной геометрии (только в этом случае можно добиться выполнения условия  $j \parallel B_0$  во всем образце); к измерениям  $\rho_{lin}$  это ограничение не относится.

5. Мы показали, что ФП из нормального (Н) состояния в сверхпроводящее в сильном магнитном поле может расщепляться на два ФП, с промежуточной фазой вихревой жидкости (ВЖ). Эта фаза характеризуется отсутствием линейного сопротивления и экранировкой тока (для  $j \parallel B_0$ ). Невыясненным остается целый ряд вопросов, например, о критическом поведении вблизи переходов Н → ВЖ → ВР, о роли дефектов в фазе ВЖ; наконец, само существование фазы ВЖ хотя и весьма вероятно, но все же строго не доказано.

Мы благодарны Л.Б.Иоффе, А.И.Ларкину, Л.С.Левитову и А.В.Чубкову за многочисленные полезные обсуждения, а также Д.Нельсону за присылку препринта <sup>10</sup> до публикации статьи.

## Литература

1. Hikami S., Larkin A.I. Mod.Phys.Lett.B, 1988, 2, 693.
2. Iye Y., Tamegai T., Takeya H., Takei H. Jpn.J.Appl.Phys. 1987, 26, 1057.
3. Bonjour E., Calemczuk R., Khoder A.F. et al. Physica C, 1990, 166, 451; Bonjour E., Calemczuk R., Henry J.Y., Khoder A.F. Preprint, 1990.
4. Houghton A., Pelcovits R.A., Sudbo A. Phys.Rev.B, 1989, 40, 6763.
5. Xing L., Tešanović Z. Phys.Rev.Lett., 1990, 65, 794.
6. Feigel'man M.V. Physica A, 1990, 168, 319.
7. Ikeda I., Ohmi T., Tsuneto T. J.Phys.Soc.Jpn. 1989, 58, 1377.
8. Nelson D.R. Phys.Rev.Lett., 1988, 59, 1973.
9. Fisher M.P.A., Lee D.H. Phys.Rev.B, 39, 2756.
10. Nelson D.R., Le Doussal P. Harvard preprint, 1990.

11. Thomas P.R., Stone M. Nuclear Phys.B, 1978, 144, 513.
12. Dasgupta C., Halperin B.I. Phys.Rev.Lett., 1981, 47, 1556.
13. Попов В.И. Континуальные интегралы в квантовой теории поля и статистической физике. М.: Атомиздат, 1976, с.164.
14. Marchetti M.C., Nelson D.R. Phys.Rev.B, 1990, 41, 1910; Phys.Rev.B, 1990, in press.
15. Фейнман Р. Статистическая механика. М.: Мир, 1975, гл.11; Nelson D.R., Seung S. Phys.Rev.B, 1989, 39, 9153.

Институт теоретической физики им.Л.Д.Ландау  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
16 октября 1990 г.

---