КВАНТОВЫЕ ОСЦИЛЛЯЦИИ В ЭНИОННОМ ГАЗЕ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

И.Е.Аронов, Э.Н.Богачек, И.В.Криве*, С.А.Нафтулин***

Институт радиофизики и электроники АН Украины, 310085, Харьков, Украина

**Физико-технический институт низких температур АН Украины, 310164, Харьков, Украина*

***Институт монокристаллов АН Украины, 310141, Харьков, Украина.*

Поступила в редакцию 12 августа 1992 г.

Изучена термодинамика энионного газа в магнитном поле выше температуры сверхпроводящего перехода. Рассчитана зависимость магнитной проницаемости от температуры. Показано, что спецификой магнитных осцилляций в энионных системах являются немонотонная зависимость амплитуды осцилляций от температуры и чувствительность характеристик осцилляций к направлению поля.

Гипотетические частицы с дробной статистикой (энионы), впервые описанные Вильчеком в начале 80-х годов [1], нашли широкое применение в $2+1$-мерных моделях квантовой теории поля и физики твердого тела (например, [2]). Хотя в настоящее время представления об аномальной статистике являются общепринятыми в теории дробного квантового эффекта Холла [3-5], а энионный механизм высокотемпературной сверхпроводимости обсуждается при описании свойств слоистых сверхпроводников [6-9], тем не менее эмионы до сих пор считаются экзотическими частицами и используются только для анализа аномальных состояний вещества. Поэтому представляет интерес рассмотреть те свойства энионного газа в нормальной (несверхпроводящей фазе), которые могут быть сравнительно легко идентифицированы в экспериментах. Поскольку отличительной чертой такой системы является "собственный диамагнетизм", естественно изучить отклик энионной среды на внешнее магнитное поле.

Как известно, энионы со статистикой близкой к нормальной (статистический параметр $\Theta = \pi/N$, N – большое целое число) находятся в сверхпроводящей фазе при температурах $T < T_c = \pi\rho/2N^2m$ (ρ – плотность энионов, m– их масса; здесь и далее $\hbar = c = 1$) [10]. Можно ожидать, что в нормальной фазе ($T > T_c$) свойства энионной материи во многом будут напоминать свойства двумерного металла в квантующем магнитном поле. Для энионов, однако, это "магнитное" поле $b = \rho\Theta/e$ (e – заряд эниона) является фиктивным, моделирующим обменные силы (и потому пропорциональным плотности) в приближении Хартри–Фока. При температурах выше критической температуры T_c фазового перехода (типа Костерлица–Таулесса) свойства нормальной фазы описываются равновесным распределением частиц и дырок на уровнях Ландау с "циклотронной" частотой $\Delta = 2\pi\rho/Nm$. Следовательно, энионный диамагнетизм должен быть чувствительным к изменению температуры. Ниже мы покажем, что магнитная проницаемость $\mu(T)$ в области $T_c < T < \Delta$ является быстро растущей функцией температуры и в этом интервале имеют место аномальные осцилляции термодинамических и кинетических характеристик системы по амплитуде внешнего магнитного поля H и плотности ρ.

Используя $1/N$ – разложение и учитывая внешнее магнитное поле с индукцией $B(x)$ по теории возмущений, можно получить эффективный лагранжиан поля B в энионной среде

$$\mathcal{L}_{eff}(B) = -\frac{e^2\rho}{4\pi m\alpha_2(T)}B(x)\int d^2x' K_0\{[2\pi\rho\alpha(T)/\alpha_2(T)]^{1/2}|x-x'|\}B(x'), \quad (1)$$

Здесь $K_0(z)$ – функция Макдональда, $\alpha = (\alpha_3 + \alpha_4^2/\alpha_1)$ и коэффициенты α_j ($j = 1, ..., 4$) определяют разложение термодинамического потенциала по флуктуациям статистического поля [10,11]

$$\delta\Omega = \frac{e^2}{4\pi m}\alpha_1(T)b^2 + \frac{me^2}{8\pi^2\rho}\alpha_2(T)\vec{\epsilon}^{\,2} + \frac{me^2}{4\pi}\alpha_3(T)\alpha_0^2 + \frac{ie^2}{2\pi}\alpha_4(T)\alpha_0 b + ..., \quad (2)$$

где $\vec{\epsilon}$, b – электрическая и магнитная часть тензора напряженностей,

$$\alpha_2 = 1 - \frac{\Delta}{2NT}\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)f_n(1-f_n), \quad (3)$$

$$\alpha_3 = \frac{\Delta}{N^2T}\sum_{n=0}^{\infty}f_n(1-f_n), \quad (4)$$

$$\alpha_2 = 1 - N^2\alpha_3, \qquad \alpha_4 = N\alpha_3, \quad (5)$$

f_n – одночастичная функция распределения

$$f_n = \left\{1 + \exp\left[\frac{\Delta}{T}\left(n+\frac{1}{2}\right) - \frac{\zeta}{T}\right]\right\}^{-1}, \quad (6)$$

ζ – химический потенциал, который в отсутствие внешнего поля определяется из условия нормировки $\sum_{n=0}^{\infty} f_n = N$, сводящегося при $T = 0$ к известному правилу (например, [9]): для энионов со статистической фазой $\Theta = \pi/N$ в приближении среднего поля заполнены точно N-уровней Ландау.

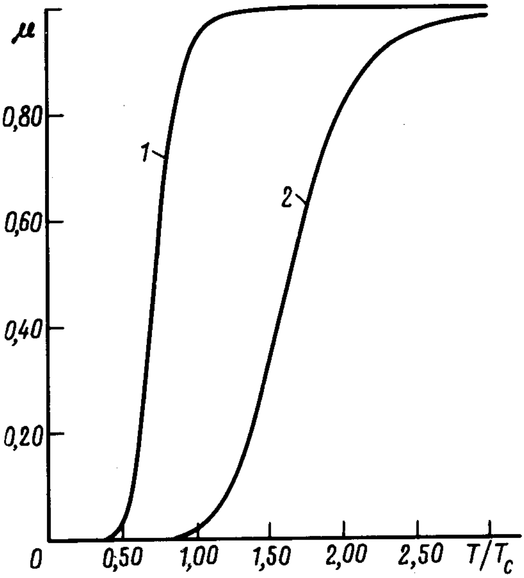
При выводе формул (1)–(5) не учитывалось кулоновское взаимодействие между частицами и дырками на уровнях Ландау, что оправдано только при $T > T_c$. В сверхпроводящей фазе в выражениях (3)–(6) следует положить $T = 0$. В этом случае лагранжиан (1) переходит в выражение

$$\mathcal{L}_{eff}^{(0)} = -\frac{e^2\rho}{2mc^2}A^2, \qquad B = \mathrm{rot}A, \quad (7)$$

демонстрирующее эффект Мейснера. В нормальной фазе однородное поле $B = \mathrm{const}$ проникает в среду, что позволяет стандартным образом вычислить магнитную проницаемость

$$\mu = \kappa\alpha(T)\{[(1 + 2/\kappa\alpha(T)]^{1/2} - 1\} \qquad \kappa = mc^2/4e^2, \quad (8)$$

(d – толщина двумерного слоя). Зависимость $\mu(T)$ для значения $\kappa \sim 10^5$ и различных значений N приведена на рисунке. В достаточно широком интервале температур магнитная проницаемость $\mu(T)$ монотонно возрастает от $\mu = 0$ при $T < T_c$ до характерной для нормальных металлов величины $\mu \cong 1$ (при $T \sim \Delta$). Отметим, что наши результаты слабо чувствительны к изменению κ. Зависимость μ от плотности ρ легко может быть восстановлена, если учесть, что в формулы (3)–(6) температура и плотность входят как



Зависимость магнитной восприимчивости μ от температуры T для безразмерного параметра $\kappa \sim 10^5$. Кривая *1* соответствует значению $N = 5$, кривая *2* — $N = 10$

отношение ρ/T. В частности, с ростом ρ роль кулоновского взаимодействия возрастает, так что при заданной температуре T существует критическая плотность $\rho_c = 2N^2mT/\pi$ перехода в сверхпроводящую фазу.

До сих пор мы ограничивались приближением линейного отклика, но наши результаты легко обобщаются на случай однородного магнитного поля конечной амплитуды. В самом деле, внешнее поле $B = \mu H$, как и фиктивное b, должно входить в формулы только через циклотронную частоту. Поэтому, заменяя Δ на $\tilde{\Delta}$

$$\tilde{\Delta} = |\Delta \pm e\mu(\tilde{\Delta})H/m|, \tag{9}$$

и изменяя нормировку функции распределения, получаем уравнения самосогласования для нелинейной проницаемости, которые, в принципе, могут быть решены численно. Заметим, что знак "$\pm$" в выражении (9) отвечает двум возможным направлениям внешнего магнитного поля по отношению к микроскопически фиксированному направлению фиктивного поля b (киральность основного состояния).

В нелинейном режиме появляются осцилляции намагниченности по амплитуде внешнего магнитного поля и плотности энионов. Физическая причина осцилляций та же, что и в нормальном металле: пересечение энергии Ферми уровнями Ландау. Однако в нашем случае эти уровни созданы самосогласованным полем $b \pm \mu H$. При этом, справедливость применимости приближения среднего поля $N \gg 1$ приводит к ограничению $\tilde{\Delta} < N\Delta$ (впрочем для реально достижимых внешних полей $\tilde{\Delta} \sim \Delta$). При $T \to T_c$ проницаемость уменьшается, и $\tilde{\Delta} \to \Delta$. При этом химический потенциал совпадает с последним заполненным уровнем Ландау $\zeta \cong N\Delta$, и осцилляции исчезают: условие связи $eb = \Theta\rho$ запрещает движение уровней Ландау через границу Ферми. При увеличении температуры амплитуда осцилляций вначале возрастает, но после насыщения восприимчивости ($\mu \cong 1$) в области $T \sim \tilde{\Delta}$ снова убывает из-за размытия края распределения Ферми

$$\mu \cong 1 - \frac{1}{2\kappa(12 + 1/N^2)} - \frac{4\pi^2 N^2 \Delta^2 T}{\kappa \tilde{\Delta}^3} \exp(-2\pi^2 T/\tilde{\Delta}) \cos(2\pi N\Delta/\tilde{\Delta}), \quad T \sim \tilde{\Delta}. \tag{10}$$

Заметим, что монотонная часть восприимчивости энионного газа (второе слагаемое в (10)) при $N \Rightarrow \infty$ переходит в стандартное выражение для диамагнитной восприимчивости двумерного электронного газа ($\chi = -e^2/24\pi mc^2 d$).

Характерный "период" осцилляций по амплитуде внешнего поля H

$$\delta H \cong [c/2\pi\hbar\rho e\mu(T)][2\pi\hbar\rho/N \pm e\mu(T)H/c] \qquad (11)$$

зависит как от температуры, так и от величины поля и его направления. Квазипериодичность осцилляций и немонотонная зависимость их амплитуды от температуры, а также зависимость от направления приложенного поля – все это специфика проявления эффекта де Гааза – ван Альфена в энионной среде. Заметим также, что в энионном газе имеют место осцилляции по плотности с характерным периодом

$$\delta\rho \cong [c/2\pi\hbar e\mu(T)H][2\pi\hbar\rho/H \pm e\mu(T)H/c]^2. \qquad (12)$$

В заключение отметим, что аналогичные особенности присутствуют и в квантовых осцилляциях транспортных характеристик нормальных энионных систем.

Авторы выражают благодарность Т.Н.Анцыгиной за существенную помощь при проведении численных расчетов.

---

1. F.Wilczek, Phys. Rev. Lett. **48**, 1144 (1982); **49**, 957 (1982).
2. F.Wilczek, "Fractional Statistics and Anyon Superconductivity", Singapore: World Scientific, (1990).
3. B.I.Halperin, Phys. Rev. Lett. **53**, 1583 (1984).
4. D.Arovas, J.R.Schrieffer, and F.Wilczek, Phys. Rev. Lett. **53**, 722 (1984).
5. D.H.Lee, Int. J. Mod. Phys. B **5**, 403 (1991).
6. R.B.Laughlin, Phys. Rev. Lett. **60**, 2677 (1988).
7. A.L.Fetter, C.B.Hanna, and R.B.Laughlin, Phys. Rev. B **39**, 9679 (1989).
8. Y.H.Chen, F.Wilczek, E.Witten, and B.I.Halperin, Int. J. Mod. Phys. B **3**, 1001 (1989).
9. J.D.Lykken, J.Sonnenschein, and N.Weiss, Int. J. Mod. Phys. A **6**, 1335 (1991).
10. Y.Kitazawa and H.Murayama, Phys. Rev. B **41**, 11101 (1990).
11. Y.Kitazawa, Phys. Rev. Lett. **65**, 1275 (1990).