Письма в ЖЭТФ, том 56, вып.7, стр.345 - 348 10 октября 1992 г.

ПОЛЮС АКСИАЛЬНОЙ АНОМАЛИИ И СПОНТАННОЕ НАРУШЕНИЕ КИРАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ

Н.Н.Ачасов

Институт математики Сибирское отделение РАН

630090, Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 3 июля 1992 г.

Показано, что для полюса аксиальной аномалии нет факторизации вершин. Это означает, что голдстоуновский бозон, связанный со спонтанным нарушением киральной симметрии, не может воспроизвести полюс аксиальной аномалии. Обсуждается возможность введение безмассового голдстоуновского псевдоскалярного бозона совместно с безмассовым псевдовекторным бозоном.

Классическая проблема аксиальной аномалии [1,2] до сих пор остается в центре внимания теоретиков.

В недавней работе автора [3] был опубликован аналитический вид свободных от кинематических особенностей инвариантных амплитуд однопетлевых треугольных диаграмм (рис.1), аксиально-векторный ток $\to q\bar{q} \to \gamma(k_1)\gamma(k_2)$ при $k_1^2 = 0$, $k_2^2 \neq 0$. Было показано, что полюс аксиальной аномалии [4] возникает только в пределе безмассовых фермионов и только для реальных фотонов, $k_2^2 = 0$, вопреки довольно распространенному мнению (например, [5]).

В настоящей статье представлен анализ проблемы спонтанного нарушения киральной симметрии, в которой (как мне кажется) возникли новые тонкости в связи с результатами опубликованными в [3].

Как известно [6], амплитуда перехода аксиально-векторный ток $\to q\bar{q} \to$ сохраняющийся векторный ток $\times$ сохраняющийся векторный ток (см. рис.1)

$$T_{\alpha\beta\mu} = \sum_i A_i t^i_{\alpha\beta\mu} = A_1 k_1^\sigma \epsilon_{\sigma\alpha\beta\mu} + A_2 k_2^\sigma \epsilon_{\sigma\alpha\beta\mu} + A_3 k_{1\beta} k_1^\delta k_2^\sigma \epsilon_{\delta\sigma\alpha\mu} +$$

$$+ A_4 k_{2\beta} k_1^\delta k_2^\sigma \epsilon_{\delta\sigma\alpha\mu} + A_5 k_{1\alpha} k_1^\beta k_2^\sigma \epsilon_{\delta\sigma\beta\mu} + A_6 k_{2\alpha} k_1^\delta k_2^\sigma \epsilon_{\delta o \beta\mu}. \quad (1)$$

Калибровочная инвариантность (условие сохранения векторного тока)

$$k_1^\sigma T_{\alpha\beta\mu} = k_2^\beta T_{\alpha\beta\mu} = 0 \quad (2)$$

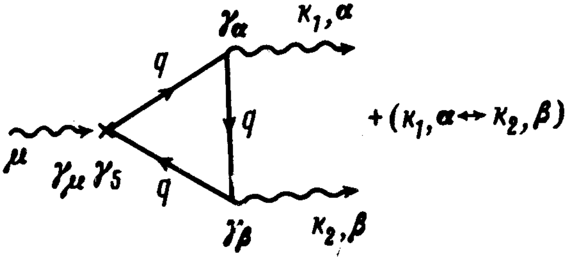

Рис.1

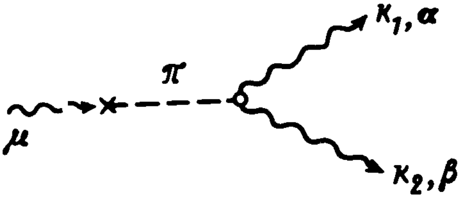

Рис.2

обеспечивается следующими соотношениями:

$$A_1 = k_2^2 A_4 + (k_1 k_2) A_3, \qquad A_2 = k_1^2 A_5 + (k_1 k_2) A_6. \tag{3}$$

Кроме того,

$$A_3 = (k_1, k_2) = -A_6(k_2, k_1), \qquad A_4(k_1, k_2) = -A_5(k_2, k_1). \tag{4}$$

Инвариантные амплитуды A_3, A_4, A_5 и A_6 не имеют кинематических особенностей и хорошо определены [6]. При $k_1^2 = 0$ (или $k_2^2 = 0$) они вычисляются в аналитическом виде [3].

Отметим, что A_5 и A_4 не дают вклада в физические величины непосредственно (не через соотношения (3)), так как $k_{1\alpha}$ и $k_{2\beta}$ в (1) сворачиваются либо с векторами поляризации $(k_{1\alpha} e^\alpha(k_1)) = 0$ и $(k_{2\beta} e^\beta(k_2)) = 0$, либо с сохраняющимися векторными токами $(k_{1\alpha} j^\alpha(k_1)) = 0$ и $(k_{2\beta} j^\beta(k_2)) = 0$. В нашем случае ($k_1^2 = 0$, $k_2^2 \neq 0$) можно вообще не рассматривать A_5, как это видно из (3).

При $m_q \to 0$ (в киральном пределе) выражения для амплитуд A_i имеют вид [3]:

$$A_1 = \frac{1}{4\pi^2} \left\{ \frac{Q^2}{Q^2 - W^2} \ln \frac{Q^2}{W^2} + 1 \right\},$$

$$A_2 = \frac{1}{4\pi^2} \left\{ \frac{Q^2}{Q^2 - W^2} \ln \frac{Q^2}{W^2} - 1 \right\},$$

$$A_3 = -A_6 = -\frac{1}{2\pi^2} \frac{1}{Q^2 - W^2} \left\{ \frac{Q^2}{Q^2 - W^2} \ln \frac{Q^2}{W^2} - 1 \right\},$$

$$A_4 = -\frac{1}{2\pi^2} \frac{1}{Q^2 - W^2} \ln \frac{Q^2}{W^2}, \tag{5}$$

где $0 < Q^2 = -E^2 = -k_2^2$ и $0 < W^2 = -M^2 = -(k_1 + k_2)^2$.

В другие области M^2 и E^2 аналитическое продолжение осуществляется следующим образом:

$$1)\ 0 < -Q^2 = E^2 : \qquad \ln Q^2 \to -i\pi + \ln E^2.$$

$$2)\ 0 < -W^2 = M^2: \qquad \ln\frac{1}{W^2} \to i\pi + \ln\frac{1}{M^2}. \tag{6}$$

Итак, в безмассовом пределе на физических листах амплитуд A_i, определяемых выражениями (5) и (6), существуют разрезы при $0 \le E^2 < \infty$ и $0 \le M^2 < \infty$ для $k_2^2 \neq 0$. И только когда $Q^2 \to 0$, в A_3 и A_6 возникает полюс при $M^2 = 0$:

$$A_3 = -A_6 = \frac{2}{M^2}A_1 = -\frac{2}{M^2}A_2 = \frac{1}{2\pi^2}\frac{1}{M^2}. \tag{7}$$

Вывод об отсутствии факторизации вершин для полюса аксиальной аномалии напрашивается сам собой. Тем не менее, покажем это. Учтем в аксиально-векторном канале вклад безмассового голдстоуновского бозона (рис.2)

$$T^G_{\alpha\beta\mu} = \frac{f_\pi g_{\pi\gamma\gamma}}{M^2}(k_1 + k_2)_\mu k_1^\delta k_2^\sigma \epsilon_{\delta\sigma\beta\alpha}. \tag{8}$$

Факторизация вершин в (8) очевидна. Чтобы перейти к форме (1), воспользуемся соотношениями:

$$k_{1\mu}k_1^\delta k_2^\sigma \epsilon_{\delta\sigma\beta\alpha} = k_1^2 k_2^\sigma \epsilon_{\sigma\alpha\beta\mu} - (k_1k_2)k_1^\sigma \epsilon_{\sigma\alpha\beta\mu} - k_{1\beta}k_1^\delta k_2^\sigma \epsilon_{\delta\sigma\alpha\mu} - k_{1\alpha}k_2^\delta k_1^\sigma \epsilon_{\delta\sigma\beta\mu},$$

$$k_{2\mu}k_1^\delta k_2^\sigma \epsilon_{\delta\sigma\beta\alpha} = (k_1k_2)k_2^\sigma \epsilon_{\sigma\alpha\beta\mu} - k_2^2 k_2^\sigma \epsilon_{\sigma\alpha\beta\mu} - k_{2\beta}k_1^\delta k_2^\sigma \epsilon_{\delta\sigma\alpha\mu} - k_{2\alpha}k_2^\delta k_1^\sigma \epsilon_{\delta\sigma\beta\mu}. \tag{9}$$

В результате получаем

$$A_1^G = -\frac{f_\pi g_{\pi\gamma\gamma}}{M^2}[(k_1k_2) + k_2^2], \qquad A_2^G = \frac{f_\pi g_{\pi\gamma\gamma}}{M^2}[(k_1k_2) + k_1^2],$$

$$A_3^G = A_4^G = -A_5^G = -A_6^G = -\frac{f_\pi g_{\pi\gamma\gamma}}{M^2}. \tag{10}$$

Видно из (10), что голдстоуновский полюс в амплитудах A_i существует не только при $k_1^2 = k_2^2 = 0$.

Следовательно, безмассовый псевдоскалярный голдстоуновский бозон не может воспроизвести полюс аксиальной аномалии.

Как известно, 'т Хоофт выдвинул элегантный принцип [7], согласно которому *составная частица должна воспроизводить аксиальную аномалию своих фермионных составляющих.*

Следует ли из полученного выше результата, что полюс аксиальной аномалии несовместим со спонтанным нарушением киральной симметрии? Вообще говоря, нет! Но за введение голдстоуновского бозона придется заплатить. Чтобы понять, как велика эта плата, отождествим голдстоуновский полюс с полюсом аксиальной аномалии при $k_1^2 = k_2^2 = 0$.

Из сравнения (10) с (7) получаем

$$f_\pi g_{\pi\gamma\gamma} = -\frac{1}{2\pi^2}. \tag{11}$$

Теперь рассмотрим разности амплитуд (5) и (10) с учетом (11):

$$\bar{A}_1 = A_1 - A_1^G = \bar{A}_2 = A_2 - A_2^G = \frac{1}{4\pi^2}Q^2\left\{\frac{1}{Q^2+M^2}\ln\frac{Q^2}{-M^2} + \frac{1}{M^2}\right\},$$

$$\bar{A}_6 = A_6 - A_6^G = -\bar{A}_3 = -A_3 + A_3^G = \frac{1}{2\pi^2}\frac{Q^2}{Q^2+M^2}\left\{\frac{1}{Q^2+M^2}\ln\frac{Q^2}{-M^2} + \frac{1}{M^2}\right\}. \quad (12)$$

Здесь мы ограничились только физически существенными амплитудами, $M^2 < 0$.

Из (12) видно, что в инвариантных амплитудах $\bar{A}_i$ есть полюс при $M^2 = 0$, когда $k_2^2 \neq 0$. Этот полюс выглядит как вклад безмассового бозона.

Нетрудно убедиться, что амплитуда

$$\bar{T}_{\alpha\beta\mu} = \sum_i \bar{A}_i t^i_{\alpha\beta\mu} \quad (13)$$

поперечна в аксиально-векторном канале

$$\partial^\mu \bar{T}_{\alpha\beta\mu} = 0, \quad (14)$$

то есть в аксиально-векторном канале амплитуды $\bar{T}_{\alpha\beta\mu}$ возможны только псевдовекторные промежуточные состояния (1^+). Следовательно, в киральном пределе при $k_2^2 \neq 0$ в амплитуде $\bar{T}_{\alpha\beta\mu}$ есть полюс, который выглядит как вклад безмассового псевдовекторного бозона.

Итак, в киральном пределе в случае спонтанного нарушения киральной симметрии (или, если угодно, ее нелинейной реализации) псевдоскалярной безмассовый голдстоуновский бозон может воспроизвести полюс аксиальной аномалии только в результате своеобразного "сговора" с псевдовекторным безмассовым бозоном, который при $k_2^2 \neq 0$ приводит к исчезновению их суммарного вклада в инвариантные амплитуды A_i, свободные от кинематических особенностей.

Можно ли ограничиться такой платой? Насколько можно судить, псевдовекторному безмассовому (1^+) бозону потребуется векторный безмассовый киральный партнер (1^-).

---

1. S.L.Adler, Phys. Rev. **177**, 2426 (1969).
2. J.S.Bell and R.Jackiv, Nuovo Cim. A **60**, 47 (1969).
3. Н.Н.Ачасов, ЖЭТФ **101**, 1713 (1992).
4. А.Д.Долгов, В.И.Захаров, ЯФ **13**, 608 (1971).
5. К.Хуанг, Кварки, лептоны и калибровочные поля. М.: Мир, 1985, с.301, 310. (K. Huang, Quarks, Leptons and Gauge Fields. Singapore: World Scientific, 1982, p.225, 231).
6. L.Rosenberg, Phys. Rev. **129**, 2786 (1963).
7. G.'t Hooft, Recent Development in Gauge Theories Eds. G.'t Hooft et al. New York: Plenum Press, 1980 p. 241.