Письма в ЖЭТФ, том 56, вып.7, стр.355 - 359 10 октября 1992 г.

ОСОБЕННОСТИ КИНЕТИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ВТСП НА ОСНОВЕ ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ ХАББАРДА

Р.О.Зайцев

Российский научный центр "Курчатовский институт"
123182, Москва, Россия

Поступила в редакцию 11 августа 1992 г.
После переработки 4 сентября 1992 г.

Изучаются уравнения сверхпроводимости с учетом конечного времени релаксации с переворотом спина, которое зависит от температуры. Показано, что с этим связаны особенности кинетических коэффициентов высокотемпературных сверхпроводников, отличающие их от сверхпроводников обычного типа. Численные оценки даны на основе модели Хаббарда с сильным отталкиванием.

Отсутствие температурного максимума в поглощении электромагнитных волн и в скорости релаксации ядерных спинов, аномальная температурная зависимость энергетической щели и поглощения звука – есть основные экспериментальные факты, которые отличают ВТ сверхпроводники от обычных. Все эти особенности удается объяснить, если учесть зависящую от спина электрон-электронную амплитуду рассеяния. Она определяет конечное время релаксации (τ_s) и параметр распаривания (ζ), существенно зависящие от температуры.

В моделях Хаббарда–Эмери–Хирша релаксационные эффекты проявляются уже в двухпетлевом приближении, так что система уравнений для аномальной ($\tilde{\Delta}$) и нормальной ($\tilde{\omega}$) собственно энергетической части напоминает уравнение для сверхпроводников с парамагнитной примесью [1]:

$$\tilde{\Delta}_\omega = \Delta + T\sum_{\omega'} K_2(|\omega'-\omega|)\psi_{\omega'}/\sqrt{1+\psi^2_{\omega'}},$$

$$\tilde{\omega}_\omega = \omega + T\sum_{\omega'} K_1(|\omega'-\omega|)\operatorname{sgn}\omega'/\sqrt{1+\psi^2_{\omega'}}, \qquad (1)$$

где $\Delta = gT\sum\limits_\omega \psi_\omega/\sqrt{1+\psi^2_\omega}$, $\omega_n = (2n+1)\pi T$, $\psi_\omega = \tilde{\Delta}_\omega/|\tilde{\omega}_\omega|$.

Ядра $K_{1,2}(\Omega)$ могут быть получены усреднением нуль-звуковой вершинной части по всевозможным значениям передаваемого импульса.

Логарифмическая особенность на малых ω обрезается величиной $1/\tau_s$, которую находим линеаризацией уравнений (1) по функции ψ_ω

$$[|\omega| + T\operatorname{sgn}\omega\sum_{\omega'}\operatorname{sgn}\omega' K_1(|\omega'-\omega|)]\psi_\omega = T\sum_{\omega'} K_2(|\omega'-\omega|)\psi_{\omega'} + \Delta. \qquad (2)$$

Отсюда для низких температур с помощью формулы суммирования Эйлера–Маклорена получим:

$$\frac{1}{\tau_s} = \frac{\pi T^2}{3}[K_2'(0) - K_1'(0)]. \qquad (3)$$

В высокотемпературном пределе обратное время релаксации пропорционально температуре и определяется значениями ядер $K_{1,2}$ при нулевой передаваемой частоте:

$$\frac{1}{\tau_s} = T[K_1(0) - K_2(0)]. \tag{4}$$

Таким образом, в отличие от сверхпроводников с парамагнитной примесью, обратное время релаксации $1/\tau_s$ существенно зависит от температуры T и при $T \to 0$ обращается в нуль. В конечном счете все физические величины зависят от параметра распаривания $\zeta = 1/2\pi T\tau_s$, который достигает своего максимального значения ζ_m при высокой температуре.

В модели Хаббарда с бесконечным отталкиванием имеем оценку:

$$\zeta_m = [\epsilon_0\rho_0(\epsilon_0)]^2(3+f)/\pi f^2, \qquad f = 1 - \frac{n}{2}, \tag{5}$$

где параметр ϵ_0 через уравнение состояния связан с электронной плотностью $n = 2f \int^{\epsilon_0} \rho_0(\epsilon)d\epsilon$, $\rho_0(\epsilon)$ – затравочная плотность состояний.

Согласно (5) величина ζ_m не слишком сильно отличается от единицы. Так в простейшей модели, где $\rho_0 = 1/2$, имеем $\zeta_m = (3+f)/4\pi f^2$, так что максимальное значение достигается при $n = 1$, когда $\zeta = 7/2\pi = 1,114$. Для квадратной решетки на краю зоны $\zeta_m = 14/\pi^3 = 0,452$, но абсолютный максимум достигается для промежуточных n.

В нашей модели при $T = 0$ время релаксации τ_s бесконечно, поэтому величина энергетической щели Δ_0 определяется обычным соотношением БКШ. Однако температура перехода T_c определяется временем релаксации при $T = T_c$. Соответственно этому имеем соотношение, удобное для сравнения с экспериментом

$$\frac{2\Delta_0}{T_c} = 8\pi \exp\left[\psi\left(\frac{1}{2}+\zeta\right)\right]. \tag{6}$$

Здесь и ниже $\zeta = 1/2\tau_s T_c$, $\psi(x) = \Gamma'(x)/\Gamma(x)$, $\psi^{(K)}(x)$ – полигамма функции.

Существование конечного параметра распаривания объясняет экспериментальные факты, противоречащие теории БКШ. Так относительная скорость релаксации ядерных спинов вблизи точки перехода определяется через величину параметра порядка Δ и параметр ζ (см., например [2,3])

$$\frac{R_s}{R_n} = 1 + \left(\frac{\Delta}{2\pi T}\right)^2 \left[\psi^{(1)}\left(\frac{1}{2}+\zeta\right) + 3\zeta\psi^{(2)}\left(\frac{1}{2}+\zeta\right)\right]/2\zeta, \tag{7}$$

где согласно теории ГЛАГ:

$$\left(\frac{\Delta}{2\pi T}\right)^2 = 4\left(\frac{T_c - T}{T_c}\right) \frac{\left[1 + \frac{\partial\zeta}{\partial(\ln T_c)}\psi^{(1)}\left(\frac{1}{2}+\zeta\right)\right]}{-\psi^{(2)}\left(\frac{1}{2}+\zeta\right) - \frac{\zeta}{3}\psi^{(3)}\left(\frac{1}{2}+\zeta\right)}. \tag{8}$$

Можно заметить, что с увеличением ζ температурный наклон кривой скорости релаксации меняет знак уже при $\zeta = 0,13$. Для бóльших значений кривая (7) имеет положительный наклон, который достигает максимального значения 12 в пределе $\zeta \gg 1$.

Аналогичная ситуация имеет место для магнитной восприимчивости. Согласно [4], относительное значение восприимчивости зависит только от τ_s, но не от длины свободного пробега:

$$\frac{\chi_s}{\chi_n} = 1 - \left(\frac{\Delta}{2\pi T}\right)^2 \frac{3}{2\zeta^2} \left\{ \frac{3}{2} \left[\psi\left(\frac{1}{2}+\zeta\right) - \psi\left(\frac{1}{2}+\frac{\zeta}{3}\right) \right] - \zeta\psi^{(1)}\left(\frac{1}{2}+\zeta\right) \right\}. \qquad (9)$$

В пределе $\zeta \to 0$ имеем известный результат Йосида

$$\frac{\chi_s}{\chi_n} = 1 - 2\frac{T_c - T}{T_c}. \qquad (10)$$

С увеличением параметра ζ угловой коэффициент растет и достигает максимального значения при $\zeta \gg 1$

$$\frac{\chi_s}{\chi_n} = 1 - 9\frac{T_c - T}{T_c} \ln\left(\frac{27}{e^2}\right) \approx 1 - 11,68\left(\frac{T_c - T}{T_c}\right). \qquad (11)$$

В экспериментах по сдвигу Найта [5] и релаксации ядерных спинов [6] в соединении $YBa_2Cu_3O_7$ наклон кривых (9) и (7) составляет при $T \to T_c$ соответственно 3,3 и 5,0, чему соответствует $\zeta = 0,45$.

Такую же экспериментальную проверку допускает вычисленная при T_c относительная величина мнимой части магнитной восприимчивости:

$$\frac{\mathrm{Im}\chi_s}{\mathrm{Im}\chi_n} = 1 - \frac{3\Delta^2}{8(\pi T)^2\zeta} \left\{ \left[\psi^{(1)}\left(\frac{1}{2}+\frac{\zeta}{3}\right) - \psi^{(1)}\left(\frac{1}{2}+\zeta\right) \right] + \frac{2}{3}\zeta\psi^{(2)}\left(\frac{1}{2}+\zeta\right) \right\}, \qquad (12)$$

где $\mathrm{Im}\chi_n = 3\omega_0\tau_s/4$, ω_0 – частота внешнего магнитного поля.

Соотношения (9) и (12) получены методом суммирования лестничных диаграмм, которые возникают при усреднении спин-спинового электронного коррелятора, который, согласно (12), и в нормальной, и в сверхпроводящей фазе имеет релаксационный характер.

Совершенно иная физическая ситуация возникает при изучении поглощения звука. Уже в нормальной фазе необходимо учитывать диффузионные явления, которые проявляются при вычислении коррелятора плотность–плотность [7]. При наличии эффекта переворота спина в сверхпроводящей фазе появляется новый тип релаксации с временем $\propto \zeta T_c \Delta^{-2}$. Обезразмеренный на одночастичную плотность состояний поляризационный оператор имеет существенную пространственную и временную дисперсию

$$\Pi_\omega(q) = Dq^2/(Dq^2 - i\omega) +$$
$$+ \left(\frac{\Delta}{2\pi T}\right)^2 \beta_\omega^{-1} \left[\frac{\psi^{(1)}\left(\frac{1}{2}+\zeta_+\right)}{\zeta_+} - \frac{\psi^{(1)}\left(\frac{1}{2}+\zeta_+\sqrt{1+\beta_\omega}\right)}{\zeta_+\sqrt{1+\beta_\omega}} \right] + \beta_\omega\zeta_+ \frac{\psi^{(1)}\left(\frac{1}{2}+\zeta_+\sqrt{1+\beta_\omega}\right)}{\sqrt{1+\beta_\omega}}. \qquad (13)$$

Здесь

$$\zeta_+ = \zeta - \frac{i\omega}{2\pi T}, \qquad \beta_\omega = \frac{2i\Delta^2\left(\frac{1}{\tau_s} - \frac{i\omega}{4}\right)}{(\omega + iDq^2)\left(\frac{1}{\tau_s} - \frac{i\omega}{2}\right)^2}.$$

Поэтому, несмотря на условие малости ω по сравнению с T_c, величина β_ω может изменяться в широких пределах. Первое слагаемое отвечает диффузионному механизму поглощения в нормальной фазе.

В области низких частот $\omega \ll \nu_s^2/\tau\nu_0^2$ и не слишком близко к точке перехода, когда $1 \gg \left(\frac{\Delta}{2\pi T}\right)^2 \gg \frac{\zeta\omega}{2\pi T}$, величина (13) стремится к своему квазистатическому значению

$$\Pi_\omega = 1 + \frac{i\omega D}{\nu_s^2} + \frac{i\omega\zeta\pi T^2}{\Delta^2}, \qquad (14)$$

так что при малых частотах получаем поглощение звука, усиленное за счет релаксации в сверхпроводящей фазе:

$$\gamma_\omega = \lambda\frac{\omega^2}{2}\left(\frac{D}{\nu_s^2} + \frac{1}{2\Delta^2\tau_s}\right). \qquad (15)$$

Здесь λ – константа БКШ, ν_s – скорость продольного звука. При заданной частоте ω затухание звука возрастает с приближением к точке перехода, проходит через температурный максимум, а в непосредственной близости к точке перехода $\nu_s/\tau\nu_0 \gg \zeta\omega \gg \Delta^2/2\pi T$ поправка за счет аномального поглощения снова становится малой

$$\Pi_\omega = \frac{Dq^2}{Dq^2 - i\omega} + \left(\frac{\Delta}{2\pi T}\right)^2 \left\{\frac{4i\pi T}{\omega}\psi^{(1)}\left(\frac{1}{2}+\zeta\right) + \frac{1}{2\zeta}\left[\psi^{(1)}\left(\frac{1}{2}+\zeta\right) - \zeta\psi^{(2)}\left(\frac{1}{2}+\zeta\right)\right]\right\}. \qquad (16)$$

Таким образом, в непосредственной окрестности от точки перехода аномальная поправка к затуханию возрастает по мере удаления от точки перехода, а ее величина не зависит от частоты звуковой волны

$$\gamma_\omega = \lambda\left\{\frac{\omega^2 D\nu_s^2}{2(\nu_s^4 + D^2\omega^2)} + \frac{\Delta^2}{2\pi T}\psi^{(1)}\left(\frac{1}{2}+\zeta\right)\right\}. \qquad (17)$$

Это явление было обнаружено в соединении $YBa_2Cu_3O_7$ на частоте 15 МГц [8]. Сдвиг положения температурного максимума относительно T_c составлял 4%.

Вся температурная и частотная зависимость поглощения продольного звука определяется следующим соотношением:

$$\gamma_\omega = \gamma_\omega^{(n)} + \lambda\left(\frac{\Delta}{2\pi T}\right)^2 \left\{\left(\frac{1}{\zeta\lambda_\omega} + \frac{4\pi T}{\omega}\right)\mathrm{Re}\frac{\psi^{(1)}\left(\frac{1}{2}+\zeta\sqrt{1+i\lambda_\omega}\right)}{\sqrt{1+i\lambda_\omega}} - \frac{\psi^{(1)}\left(\frac{1}{2}+\zeta\right)}{\zeta\lambda_\omega}\right\}, \qquad (18)$$

где $\lambda_\omega = \Delta^2/\zeta\omega\pi T$, $\gamma_\omega^{(n)}$ – коэффициент поглощения в нормальной фазе.

Отметим, что ток-токовый коррелятор не имеет аномальной частотной зависимости, так как не связан с диффузионной особенностью. В низкочастотном пределе он имеет поправку, определяющуюся двумя временами релаксации τ_s и τ. Однако в пределе "сильной грязи" время релаксации τ "уходит" в определение удельной проводимости σ, так что получаем то же, что и (7)

$$\frac{\mathrm{Im}Q}{\omega\sigma} = \frac{R_s}{R_n}. \qquad (19)$$

Совпадение кривых (7) и (19) без какого-либо температурного максимума было продемонстрировано в экспериментах [9] на $YBa_2Cu_3O_7$.

Факт отсутствия максимума Хебеля–Шлихтера, а также существование аномального поглощения продольного звука невозможно объяснить введением предельно сильного электрон-фононного взаимодействия [10]. При этом уравнения Элиашберга, записанные в форме (1), имеют $K_1 = K_2$, что приводит к существенной компенсации квазиупругих процессов, а упругие процессы полностью сокращаются. Это и есть причина слабого размытия пика плотности состояний в обычных сверхпроводниках с сильным электрон-фононным взаимодействием. Электрон-фононное взаимодействие не приводит к релаксации электронных спинов и не дает аномального поглощения ультразвука. Корреляторы, связанные с тепловыми потоками, имеют поправки, зависящие от параметра распаривания ζ, однако их величина и знак совпадают с тем, что дает теория сильного электрон-фононного взаимодействия.

Установление температурных зависимостей в широкой области ниже точки перехода требует знания конкретного вида корреляторов $K_{1,2}(\Omega)$ и последующего решения интегральных уравнений (1). Было показано, что вблизи точки перехода все термодинамические, кинетические и магнитные свойства сверхпроводников определяются уравнениями ГЛАГ [2] и соотношениями (7)–(19), зависящими от параметра ζ, вычисленного при $T = T_c$.

Его можно найти через экспериментально измеряемую величину с помощью уравнения (6). При этом оказывается, что качественное согласование экспериментальных данных, необъяснимых с точки зрения теории БКШ, достигается при $0,13 < \zeta \lesssim 1/2$, чему соответствуют достаточно большие значения $2\Delta_0/T_c$ – от 7 до 14. Измеренные для ВТСП величины $2\Delta_0/T_c$ лежат в интервале от 4 до 11, сдвинутом в сторону меньших значений.

1. А.А.Абрикосов, Л.П.Горьков, ЖЭТФ **39**, 1781 (1960).
2. Р.О.Зайцев, ФТТ **31**, 52 (1989).
3. K.Maki, In: Superconductivity, ed. R.D. Parks, New York **2**, 1035 (1969).
4. Л.П.Горьков, А.И.Русинов, ЖЭТФ **46**, 1363 (1964).
5. S.E.Barrett et al., Phys. Rev. **B 41**, 6283 (1990).
6. P.C.Hammel et al., Phys. Rev. Lett. **63**, 1992 (1989).
7. Л.П.Горьков, Г.М.Элиашберг, ЖЭТФ **54**, 612 (1968).
8. H.P.Baum et al., Phys. Rev. **B 37**, 3675 (1988).
9. R.T.Collins et al., Phys. Rev. **B 43**, 8701 (1991).
10. F.Marsiglio, Phys. Rev. **B 44**, 5373 (1991).