Письма в ЖЭТФ, том 56, вып.7, стр.370 - 375 10 октября 1992 г.

# НЕЛОКАЛЬНЫЙ ФЛУКТУАЦИОННЫЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ ОТКЛИК И МАГНИТНОЕ РАССЕЯНИЕ НЕЙТРОНОВ ВБЛИЗИ ТЕМПЕРАТУРЫ ПЕРЕХОДА В СВЕРХПРОВОДЯЩЕЕ СОСТОЯНИЕ.

*Ю.С.Бараш, А.В.Галактионов*

*Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН*

*117924, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 8 июля 1992 г.

После переработки 2 сентября 1992 г.

Найдено общее выражение для зависящего от частоты и волнового вектора вклада сверхпроводящих флуктуаций в поперечную диэлектрическую проницаемость $\epsilon^{f}_{tr}(\Omega, Q)$ нормального массивного изотропного металла вблизи $T_c$ при $\Omega \ll T_c$ и $Q\xi_0 \ll 1$. Рассмотрено дифференциальное сечение магнитного рассеяния нейтронов вблизи $T_c$ в области сравнительно небольших углов.

С приближением к температуре сверхпроводящего перехода проводимость и диамагнетизм нормального металла, как известно, увеличиваются вследствие флуктуационного возникновения куперовских пар [1-6]. Такая флуктуационная часть электромагнитного отклика обычно рассматривается для случая, когда пространственной дисперсией проводимости и диамагнитной восприимчивости можно пренебречь. Имеются, однако, задачи для которых нелокальность флуктуационного электромагнитного отклика играет существенную роль, и ее необходимо учитывать в полной мере. Для флуктуационного диамагнетизма соответствующее рассмотрение было проведено нами в [7] в статическом пределе. Ниже для более общего случая найден флуктуационный отклик как функция частоты и волнового вектора. Показано, что пространственная дисперсия флуктуационного отклика при значениях переданного импульса, реализованных недавно в экспериментах по рассеянию на ВТСП [8], может играть существенную роль и проявиться в поведении дифференциального сечения магнитного рассеяния.

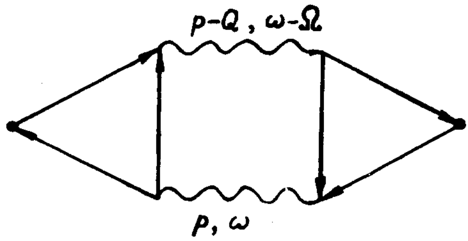


Рис.1.

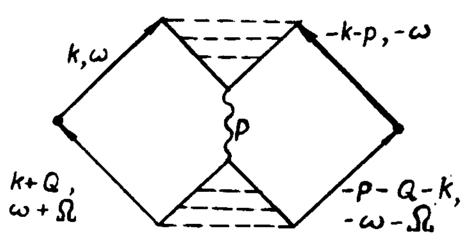


Рис.2

В нормальном металле вблизи $T_c$ основной вклад во флуктуационный линейный электромагнитный отклик вне критической области описывается, как известно, приведенными на рис.1,2 диаграммами (волнистая линия соответствует флуктуационному пропагатору, штриховая – рассеянию на примесях). Диаграмма на рис.1, отвечающая вкладу Асламазова – Ларкина, обычно рассматривается для частоты $\Omega \ll T_c$ и в пределе стремящегося к нулю импульса

$Q$ внешнего электромагнитного поля. Предположим, что внешний импульс $Q$ может быть сравним или даже превышать обратный корреляционный радиус сверхпроводящих флуктуаций $\xi^{-1}(T)$, но при этом $Q \ll \xi_0^{-1}$, где $\xi_0$ – длина когерентности при нулевой температуре. При вычислении диаграммы рис.1 это обстоятельство приводит к существенной зависимости флуктуационных пропагаторов от $Q$, в то время как электронные петли по-прежнему могут быть описаны выражениями, отвечающими пределу $Q \to 0$. Дело в том, что для флуктуационных пропагаторов $K^{R,A}(p,\omega) = 1/(a + p^2/4m \mp i\gamma\omega)$ (здесь $a = \alpha(T - T_c)$) характерным импульсом является $\xi^{-1}(T)$, а для электронных гриновских функций – либо $\xi_0^{-1}$, либо $l^{-1}$, где $l$ – длина свободного пробега.

Рассматривая приложенное поперечное поле $\mathrm{div}\mathbf{E} = 0$, из диаграммы рис.1 после соответствующего аналитического продолжения и интегрирования по частоте имеем $\mathbf{j}(\Omega, \mathbf{Q}) = (-i\Omega/4\pi)\varepsilon^f_{tr}(\Omega, Q)\mathbf{E}(\Omega, \mathbf{Q})$, где

$$\varepsilon^f_{tr}(\Omega, Q) = \frac{64\pi e^2 T_c}{\Omega^2}\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}p_y^2\{\frac{1}{2\xi^{-2}(T) + p^2 + (\mathbf{p} - \mathbf{Q})^2 - 4im\gamma\Omega}[\frac{1}{\xi^{-2}(T) + p^2} +$$

$$+\frac{1}{\xi^{-2}(T) + (\mathbf{p} - \mathbf{Q})^2}] - \frac{1}{(\xi^{-2}(T) + p^2)^2}\}. \qquad (1)$$

Здесь $\xi(T) = 1/2(ma)^{1/2}$, а вектор $Q$ полагается направленным вдоль $x$. Далее удобно ввести безразмерные частоту $\omega = 2m\gamma\xi^2(T)\Omega$ и волновой вектор $\mathrm{q} = \mathrm{Q}\xi(T)/2$. Тогда после вычисления интеграла (1) зависящий от частоты и волнового вектора вклад Асламазова – Ларкина в поперечную диэлектрическую проницаемость нормального металла вблизи $T_c$ можно представить в следующем виде:

$$\varepsilon^f_{tr}(\Omega, Q) = \frac{16\gamma^2 m^2 e^2 T_c \xi^3(T)}{\omega^2}\{1 + \frac{i\omega}{2q^2}(1 - (1 + q^2 - i\omega)^{1/2}) -$$

$$-\frac{1}{q}(1 + q^2(1 - \frac{i\omega}{2q^2})^2)[arctg(q - \frac{i\omega}{2q}) + arctg(\frac{i\omega}{2q(1 + q^2 - i\omega)^{1/2}})]\}. \qquad (2)$$

Выражение (2) может быть получено также из зависящего от времени линеаризованного уравнения Гинзбурга – Ландау с ланжевеновским источником.

Для малых значений волнового вектора $q^2 \ll \omega$ из (2) находим

$$\varepsilon^f_{tr}(\Omega, Q) = \varepsilon^f(\Omega) + i\frac{256\gamma^2 m^2 e^2 T_c \xi^3(T)}{15\omega^5}q^2[1 - \frac{5}{2}i\omega - (1 - i\omega)^{5/2} - \frac{15}{8}\omega^2(1 - i\omega)^{1/2}], \quad (3)$$

где выражение для флуктуационной диэлектрической проницаемости с учетом только частотной дисперсии

$$\varepsilon^f(\Omega) = \frac{32\gamma^2 m^2 e^2 T_c \xi^3(T)}{\omega^2}\{1 + \frac{2i}{3\omega}[1 - (1 - i\omega)^{3/2}]\} \qquad (4)$$

согласуется с результатами работ [1,2]

Для сравнительно больших значений волнового вектора $q^2 \gg \omega$ из (2) имеем

$$\varepsilon^f_{tr}(\Omega, Q) = \frac{4\pi c^2 Q^2}{\Omega^2}\chi^f(Q) + \frac{4\pi i}{\Omega}\sigma^f(Q). \qquad (5)$$

Здесь $\chi^f(Q)$ и $\sigma^f(Q)$ – зависящие от волнового вектора статические диамагнитная восприимчивость и поперечная проводимость нормального металла вблизи $T_c$. Величина $\chi^f(Q)$ была найдена в [7]. Пространственная дисперсия статической поперечной флуктуационной проводимости имеет вид

$$\sigma^f(Q) = \frac{2\sigma_{AL}}{q}[\mathrm{arctg}\ q + \frac{1}{q}(1-(1+q^2)^{1/2})], \tag{6}$$

где $\sigma_{AL} = e^2\gamma m T_c \xi(T)/\pi$ – флуктуационная проводимость Асламазова – Ларкина.

Из (6) следует, что вблизи $T_c$ пространственная дисперсия флуктуационной проводимости металла становится существенной уже для весьма малых значений волнового вектора $Q \sim \xi^{-1}(T) \ll \xi_0^{-1}$, когда во всех других вкладах в проводимость зависимостью от волнового вектора можно пренебречь.

В отличие от диаграммы Асламазова–Ларкина для диаграммы Маки–Томпсона [4,5], изображенной на рис.2 возможна такая параметризация импульсов, при которой внешний импульс проходит только через линии электронных гриновских функций и не проходит через флуктуационный пропагатор (как это показано на рис.2). С этим связано качественное различие в поведении пространственной дисперсии у поправок Асламазова–Ларкина и Маки–Томпсона. При условии $Q \ll \xi_0^{-1}$ можно пренебречь зависимостью от волнового вектора у поправки Маки–Томпсона $\sigma_{MT}$ к проводимости металла. Так, в грязном пределе нелокальность поправки Маки–Томпсона становится заметной лишь для $Q \sim l^{-1} \gg \xi_0^{-1}$. Учет частотной дисперсии поправки Маки–Томпсона приводит в грязном пределе к выражению :

$$\sigma_{MT}(\Omega) = \frac{1}{8}\frac{e^2}{\xi_0(t^{1/2}+(\delta - \frac{\pi i\Omega}{8T_c})^{1/2})}, \tag{7}$$

где $t = (T - T_c)/T_c$, $\delta = \pi/8T_c\tau_\phi$, $\tau_\phi$ – время релаксации фазы. В статическом пределе (7) согласуется с известным результатом Маки–Томпсона.

Специфические зависимости поперечной проницаемости от температуры, волнового вектора и частоты могут проявиться, например, в поведении дифференциального сечения магнитного рассеяния нейтронов в нормальном металле вблизи $T_c$. Недавно поведение такого типа наблюдалось в экспериментах на поликристаллических образцах ВТСП [8]. В отсутствие магнитного упорядочения магнитное рассеяние нейтронов обусловлено их взаимодействием с равновесным флуктуационным магнитным полем. Соответствующее дифференциальное сечение рассеяния деполяризованного пучка в область телесного угла $dO$ и в интервал переданной энергии $d\Omega$ в случае сравнительно малых значений переданной энергии $\Omega \ll T_c$, имеет для массивного изотропного образца следующий вид

$$\frac{d^2S}{d\Omega dO} = \frac{g^2e^2VT_c}{2\pi^2c^2}\frac{p'}{p}\frac{1}{\Omega}Im\frac{1}{1-\frac{\Omega^2}{c^2Q^2}\varepsilon_{tr}(\Omega, Q)}. \tag{8}$$

Здесь Q – переданный импульс, $p = m_N v_N$ и $p' = p + Q$ – начальный и конечный импульсы нейтрона, $g = 1,91$ – величина магнитного момента нейтрона в ядерных магнетонах.

В [8] было измерено интегральное по энергии сечение рассеяния $dS/dO$ в области малых углов. Для его вычисления следует проинтегрировать (8) по энергии $\Omega$ при фиксированном угле рассеяния $\theta$ или, что эквивалентно при фиксированном переданном импульсе $K = 2p\sin(\theta/2)$, отвечающем квазиупругому рассеянию на угол $\theta$. Для рассеяния на малые углы при интегрировании (8) имеем $\Omega/v_N \sim K \ll p$. Поэтому в (8) можно приближенно положить

$Q^2 = K^2 + \Omega^2/v_N^2$. Далее в представляющей интерес области частот и волновых векторов поперечную диэлектрическую проницаемость можно представить в виде $\varepsilon_{tr}(\Omega, Q) = 4\pi i\sigma/\Omega + \varepsilon_{tr}^f(\Omega, Q)$, где $\sigma$ – статическая проводимость нормального металла без учета сверхпроводящих флуктуаций (для ВТСП в $\sigma$ может быть включена и поправка Маки–Томпсона; см. также ниже), а $\varepsilon_{tr}^f(\Omega, Q)$ определено в (2).Спиновый вклад в $\varepsilon_{tr}(\Omega, Q)$ в данной области $\Omega$ и $Q$ обычно не имеет специфической зависимости от температуры вблизи $T_c$ и поэтому не учитывается.

Оценки, основанные на условиях измерений в [8], показывают, что с хорошей точностью выполняется неравенство $c^2Q^2 \gg \Omega^2\varepsilon_{tr}(\Omega, Q)$. С учетом этого получаем явные аналитические выражения для вклада сверхпроводящих флуктуаций в сечение рассеяния $dS^f/dO$ в интервалах углов, для которых $K \ll m\gamma v_N/\hbar^2$ и $K \gg m\gamma v_N/\hbar^2$:

$$\frac{dS^f}{dO} = \frac{16g^2e^4VT_c^2}{\pi c^4\hbar^8}(m\gamma v_N)^2\xi^3(T)\{\frac{2}{3\tilde{k}^3}[(1+\tilde{k})^{3/2} - 1] - \frac{1}{\tilde{k}^2}\}, \quad K \ll m\gamma v_N/\hbar^2, \quad (9)$$

$$\frac{dS^f}{dO} = \frac{g^2e^4VT_c^2\gamma v_N}{2\pi c^4\hbar^4 a}[\frac{1}{k^2}(1 + \frac{k}{2} - (1+k^2)^{1/2}) + \frac{2\chi^f(K)}{3\pi\chi^f(0)}], \quad K \gg m\gamma v_N/\hbar^2. \quad (10)$$

Здесь введены безразмерные величины $k = K\xi(T)/2$, $\tilde{k} = 2m\gamma v_N\xi^2(T)K/\hbar^2$ и постоянная Планка уже не полагается равной единице. Условия $K \ll m\gamma v_N/\hbar^2$ и $K \gg m\gamma v_N/\hbar^2$ отвечают предельным случаям $q^2 \ll \omega$ и $q^2 \gg \omega$ (если при этом $\Omega \sim Kv_N$). Таким образом зависимость сечения рассеяния $dS^f/dO$ от импульса $\hbar K$ в интервале углов $K \ll m\gamma v_N/\hbar^2$ (см.(9)) связана с зависимостью диэлектрической проницаемости (4) от частоты $\Omega$. При этом влияние пространственной дисперсии пренебрежимо мало. Вместе с тем зависимость величины $dS^f/dO$ от импульса $\hbar K$ в интервале углов $K \gg m\gamma v_N/\hbar^2$ (см.(10)) непосредственно связана с зависимостью флуктуационной проводимости (6) от волнового вектора. Отсюда следует, что учет пространственной дисперсии здесь существен при условии $K \gtrsim m\gamma v_N/\hbar^2, \xi^{-1}(T)$. Оценки показывают, что переданные импульсы такого порядка величины фигурируют в измерениях в [8].

При условии $K \ll m\gamma v_N/\hbar^2$ может иметь место, вообще говоря, любое из соотношений $\tilde{k} \ll 1$ и $\tilde{k} \gg 1$. Аналогично, неравенство $K \gg m\gamma v_N/\hbar^2$ не исключает реализации обоих пределов $k \ll 1$, $k \gg 1$. В предельных случаях $\tilde{k} \ll 1$ и $k \ll 1$ соотношения (9), (10) принимают, как и должно быть один и тот же вид

$$\frac{dS^f}{dO} = \frac{g^2e^4VT_c^2\gamma v_N m^{1/2}}{\pi c^4\hbar^5[\alpha(T-T_c)]^{1/2}K} = \frac{2g^2e^2VT_c\sigma_{AL}v_N}{c^4\hbar^2K}. \quad (11)$$

В данных условиях сечение рассеяния растет с приближением к $T_c$ как $(T - T_c)^{-1/2}$ и пропорционально $1/K$.

Если же $\tilde{k} \gg 1$ в (9) или $k \gg 1$ в (10), то сечение рассеяния уже не растет с приближением к $T_c$, и из (9), (10) находим

$$\frac{dS^f}{dO} = \frac{8g^2e^4VT_c^2[2m\gamma v_N]^{1/2}}{3\pi c^4\hbar^5K^{3/2}}, \qquad \frac{\hbar^2}{2m\gamma v_N\xi^2(T)} \ll K \ll m\gamma v_N/\hbar^2, \quad (12)$$

$$\frac{dS^f}{dO} = \frac{16}{\pi^2}(\frac{\pi}{2} - 1)\frac{g^2e^4VT_c^2m\gamma v_N}{c^4\hbar^6K^2}, \qquad K \gg m\gamma v_N/\hbar^2, \frac{1}{\xi(T)}. \quad (13)$$

К выражению вида (11) приводит фактически, учет любого вклада $\Delta\sigma$ в проводимость металла, в той области углов рассеяния, где можно пренебречь как пространственной, так и частотной дисперсией $\Delta\sigma$ (при условии $c^2K^2 \gg \Omega^2\varepsilon_{tr}(\Omega, K)$ вклады в рассеяние от различных слагаемых в $\varepsilon_{tr}(\Omega, K)$ в первом приближении являются аддитивными). Сказанное относится и к поправке Маки – Томпсона. Можно показать, что вследствие малого значения времени релаксации фазы $\tau_\phi \sim \hbar/T_c$ в ВТСП [10], при условии $\hbar\Omega \ll T_c$ частотную дисперсию у поправки Маки – Томпсона можно не учитывать. Таким образом во всей рассматриваемой здесь области углов рассеяния вклад в магнитное рассеяние от поправки Маки – Томпсона описывается формулой (11) с заменой $\sigma_{AL} \to \sigma_{MT}$. Данный вклад в рассеяние меньше, например, выражения (13) в меру малого параметра $K\xi_0$ и поэтому им можно пренебречь.

Поскольку сверхпроводящие флуктуации, по предположению, имеют гауссовский характер, для корректности описания высоты плато на основе соотношений (12),(13) требуется, чтобы условия их применимости выполнялись при $T > T_{Gi}$, где $T_{Gi}$ – граница областей гауссовых и сильных флуктуаций. В частности, для справедливости (13) необходимо $[K\xi(T_{Gi})]^2 \gg 1$. Для условий эксперимента [8] величина $K\xi(T_{Gi})$, по-видимому, составляет несколько единиц, что позволяет использовать (13) по крайней мере для качественных оценок.

Рассмотрим сечение рассеяния $dS^f/dO$ как функцию температуры, при заданной величине переданного импульса и условии $K\xi_0 \ll 1$ (а также $\hbar K \ll p$). С понижением температуры и приближением к $T_c$, когда начинают проявляться гауссовы сверхпроводящие флуктуации, величина $dS^f/dO$ увеличивается согласно (11). Затем вследствие роста величины $\xi(T)$ выполняется одно из условий (12) или (13), и на графике функции $dS^f/dO$ появляется плато. В [8] наблюдалось как раз такое поведение величины $dS^f/dO$.

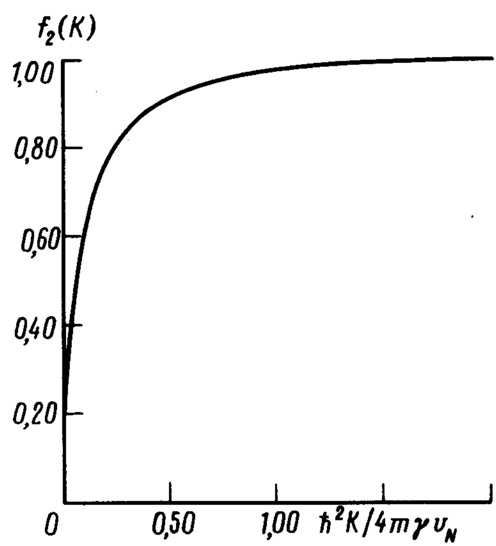


Рис.3.

Согласно нашим результатам (12),(13), высота плато уменьшается с ростом переданного импульса и $\propto K^{-3/2}$, если эффекты нелокальности флуктуационного отклика несущественны ($K \ll m\gamma v_N/\hbar^2$), либо $\propto K^{-2}$, если учет пространственной дисперсии необходим ($K \gg m\gamma v_N/\hbar^2$). На основе численного расчета можно описать зависимость величины плато от $K$ также и в промежуточной области переданных импульсов. Запишем с этой целью сечение рассеяния в виде $dS^f/dO = f_1(K)f_2(K)$, где $f_1(K)$ представляет выражение (13). График функции $f_2(K)$ приведен на рис.3. Из экспериментальных результатов в [8] видно, что уменьшение высоты плато с ростом $K$ для них лучше описывается зависимостью $K^{-2}$, чем $K^{-3/2}$. Это обстоятельство вместе с другими упомянутыми выше оценками позволяет сделать вывод о необходимости учета эффектов нелокальности при интерпретации данных измерений.

Для интервала углов (12) высота плато пропорциональна величине $T_c^{3/2}/\xi_0$, а для интервала углов (13) – величине $T_c/\xi_0^2$ (здесь полагаем $\xi_0 \sim \hbar/(m\alpha T_c)^{1/2}$ и $\gamma \sim \hbar\alpha$). Отсюда следует, что для ВТСП высота плато, то есть характерная величина вклада сверхпроводящих флуктуаций в магнитное рассеяние нейтронов оказывается в $10^3 \div 10^5$ раз больше, чем в случае обычных низкотемпературных сверхпроводников (с большой длиной когерентности). Полученные выше результаты, однако, можно использовать лишь для качественного обсуждения экспериментальных данных [8]. Для количественного анализа измерений [8], требуется обобщение найденных здесь результатов на случай анизотропных сверхпроводников и поликристаллической структуры использованных в [8] образцов ВТСП. Если для оценки абсолютной величины изменения сечения рассеяния вблизи $T_c$ все же использовать (13) совместно с данными [8] ($K = 0,035\,\mathring{A}^{-1}$, $v_N = 6 \cdot 10^5$см/с ), полагая также $\xi_0 \approx 2\,\mathring{A}$, то для сечения $dS^f/dO$, нормированного на один атом (объем элементарной ячейки $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ есть $173\,\mathring{A}^3$) получим значение, меньшее измеренного в [8] в несколько десятков раз. Как анизотропия (в особенности, если флуктуации близки по характеру к двумерным), так и поликристаллическая структура образца должны привести к заметному увеличению рассеяния. При этом может быть существенно влияние неоднородностей образца, даже если они имеют сравнительно большой характерный масштаб. Действительно, волновому вектору $K = 0,035\,\mathring{A}^{-1}$ отвечает длина волны $180\,\mathring{A}$. В таких условиях использование результатов, полученных для однородной системы, оправдано лишь при отсутствии неоднородностей с масштабом меньшим $10^3\,\mathring{A}$.

Авторы благодарны В.Л.Гинзбургу за полезное обсуждение работы.

---

1. Л.Г.Асламазов, А.И.Ларкин, ФТТ **10**, 1104 (1968).
2. H.Schmidt, Z.Phys. **216**, 336 (1968).
3. A.Schmid, Phys. Rev. **180**, 527 (1969).
4. K.Maki, Prog.Theor. Phys. **39**, 897 (1968).
5. R.S.Thompson, Phys. Rev. B **1**, 327 (1970).
6. W.J.Skockpol, M.Tinkham, Rep. Progr. Phys. **38**, 1049 (1975).
7. Ю.С.Бараш, А.В.Галактионов, Письма в ЖЭТФ **55**, 248 (1992).
8. N.R.Bernhoeft, P.J.Allen, D.McK.Paul, et al., Nature, **350**, 690 (1991).
9. М.Тинкхам. Введение в сверхпроводимость, М.: Атомиздат, 1980.
10. J.B.Bieri, K.Maki, R.S.Thompson, Phys. Rev. B **44**, 4709 (1991).