Письма в ЖЭТФ, том 57, вып.4, стр.200 - 203 ©1993 г. 25 февраля

ДИЛАТОН ПРИ КОНЕЧНОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ И ДЕКОНФАЙНМЕНТ В ГЛЮОДИНАМИКЕ

Н.О.Агасян

Институт теоретической и экспериментальной физики

117259, Москва, Россия

Поступила в редакцию 17 декабря 1992 г.

Из дилатонного эффективного лагранжиана получена зависимость глюонного конденсата от температуры. Показано, что в системе имеет место фазовый переход первого рода и оценена его температура $T_c \sim (200 \div 250)$ МэВ.

1. В глюодинамике, наилегчайшим, а следовательно стабильным адроном является глюбол с квантовыми числами вакуума $J^{PC} = 0^{++}$. В [1] был построен низкоэнергетический лагранжиан взаимодействия глюбола 0^{++} (дилатона), реализующий масштабные тождества Уорда, аналогично тому, как киральный пионный лагранжиан реализует на древесном уровне киральные тождества Уорда. Эффективный лагранжиан дилатона имеет вид

$$L(\sigma) = \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma)^2 - V(\sigma), \quad V(\sigma) = \frac{\lambda}{4}\sigma^4 (\ln\frac{\sigma}{\sigma_0} - \frac{1}{4}). \tag{1}$$

Поле σ связано со следом тензора энергии-импульса в глюодинамике соотношением

$$\frac{m_0^4}{64 \mid \varepsilon_v \mid}\sigma^4(x) = -\Theta_{\mu\mu}(x) = \frac{b\alpha_s}{4\pi}\mathrm{tr}F_{\mu\nu}^2(x) \ , \tag{2}$$

а константы λ и σ_0 выражаются через физические параметры

$$\lambda = \frac{m_0^4}{16 \mid \varepsilon_v \mid} \ , \quad \sigma_0^2 = \frac{16 \mid \varepsilon_v \mid}{m_0^2} \ , \tag{3}$$

где $\mid \varepsilon_v \mid = -\frac{1}{4} < \Theta_{\mu\mu} >$ – непертурбативная плотность энергии вакуума и m_0 – масса наилегчайшего возбуждения над ним, то есть масса дилатона.

2. Регуляризованный эффективный потенциал для вакуумного конденсата σ_T при $T \neq 0$ записывается в виде

$$V_{eff}^R(\sigma_T) = V(\sigma_T) + \frac{1}{2}T\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\ln(k^2 + (2\pi nT)^2 + V^{(2)}(\sigma_T)) - \tag{4}$$

$$-\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\omega}{2\pi}\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\ln(k^2 + \omega^2 + m_0^2).$$

Заметим, что при $T = 0$ теория неперенормируема из-за бесконечного числа вершин в древесном приближении. Однако при $T \neq 0$ в V_{eff}^R все ультрафиолетовые расходимости сокращаются (при регуляризации вычитается вакуумный вклад при $T = 0$) и в результате остается конечный температурный вклад.

Уравнение для вакуумного конденсата σ_T находится из условия минимума V_{eff}^R [2]

$$\frac{\delta V_{eff}^R}{\delta\sigma}\Big|_{\sigma_T} = V^{(1)}(\sigma_T) + \frac{V^{(3)}(\sigma_T)}{4\pi^2}[F(m_T^2, T) + \Phi(m_T^2, m_0^2)] = 0 \tag{5}$$

$$F = \int_0^\infty \frac{k^2 dk}{\sqrt{k^2 + m_T^2}\{\exp(\sqrt{k^2 + m_T^2}/T) - 1\}}, \quad \Phi = \frac{1}{8} m_T^2 \ln \frac{m_T^2}{m_0^2} + \frac{1}{8}(m_T^2 - m_0^2). \quad (6)$$

Слагаемое $\Phi(m_T^2, m_0^2)$ происходит от радиационных поправок, возникающих из-за различия в массах квазичастиц $m_{T\neq 0}^2$ и m_0^2.

3. В случае низких температур $T \ll m_0$, в уравнении (5) можно считать, что масса глюбола не зависит от T. Тогда $\Phi = 0$ и $m_T^2 = m_0^2 = V^{(2)}(\sigma_0) = \lambda \sigma_0^2$. Уравнение (5) для σ_T принимает вид

$$\sigma_T^2 \ln \frac{\sigma_T^2}{\sigma_0^2} + \frac{3}{2\pi^2} \left(\ln \frac{\sigma_T^2}{\sigma_0^2} + \frac{5}{3} \right) F(T) = 0. \quad (7)$$

При $m_0/T \gg 1$ уравнение (7) имеет решение вида

$$\sigma_T^2 = \sigma_0^2 (1 - \alpha(T)), \quad (8)$$

$$\alpha(T) = \frac{\lambda}{2\pi^2} \int_1^\infty dx \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{e^{\frac{m_0}{T} x} - 1} \simeq \frac{\lambda}{2\pi^2} \int_1^\infty dx \sqrt{x^2 - 1} e^{-\frac{m_0}{T} x} = \frac{\lambda}{2\pi^2} \frac{T}{m_0} K_1 (\frac{m_0}{T}).$$

Таким образом, окончательно получаем зависимость глюонного конденсата от температуры

$$< \mathrm{tr} F_{\mu\nu}^2 >_T = < \mathrm{tr} F_{\mu\nu}^2 >_0 (1 - \frac{\lambda}{\sqrt{2\pi^3}} (\frac{T}{m_0})^{3/2} e^{-m_0/T}). \quad (9)$$

Заметим, что даже при $T \sim 200$ МэВ, $m_0 \sim 1$ ГэВ изменение конденсата $\sim 0,1\%$. Таким образом, глюонный конденсат слабо зависит от T вплоть до критической температуры T_c.

Вклад в V_{eff}^R от теплового возбуждения глюболов хорошо известен и легко вычисляется.

Рассматривая 2-й и 3-й члены в (4) в пределе $m_0/T \gg 1$ находим

$$U_{ge}(m_0, T) = \frac{T^{5/2} m_0^{3/2}}{(2\pi)^{3/2}} e^{-m_0/T} \quad (10)$$

4. Хорошо известно, что фаза деконфайнмента в глюодинамике должна содержать безмассовые калибровочные бозоны . В фазе конфайнмента должен получаться энергетический спектр массивных глюболов и связанных состояний кварков. Таким образом, массовая щель (разность энергий основного и первого возбужденного состояний) равна нулю в одной фазе и отлична от нуля в другой.

С другой стороны, заметим, что вакуумный конденсат не подходит на роль локального параметра порядка, так как даже при $T > T_c$, $\sigma_T \neq 0$ из-за наличия в вакууме цветных непертурбативных флуктуаций и малых инстантонов, которые хорошо определены при $T \neq 0$. Таким образом, в фазе деконфайнмента $m_T = 0$, но $\sigma_T \neq 0$. В работе [3] глюонный вакуумный конденсат $< \mathrm{tr} F_{\mu\nu}^2 >$ рассматривался как локальный параметр порядка для глюонного деконфайнмента, который занулялся при $T > T_c$ по аналогии с киральным фазовым переходом, где в фазе с восстановленной симметрией $< \bar{q} q >= 0$. Однако приведенные выше рассуждения, результаты работ [4,5], а также решеточные вычисления конденсата методом Монте-Карло [6], показывают что данное рассмотрение является не вполне корректным.

Учитывая сказанное выше, эффективный потенциал необходимо рассматривать как функцию переменных T, σ_T и m_T. Следовательно, чтобы исследовать фазовый переход в этой модели нужно записать самосогласованную систему уравнений для вакуумного конденсата σ_T и массовой щели m_T.

Она имеет вид

$$\frac{\delta V^R_{eff}}{\delta \sigma} |_{\sigma T}= 0 \tag{11}$$

$$\frac{\delta^2 V^R_{eff}}{\delta \sigma^2} |_{\sigma T}= m^2_T. \tag{12}$$

Ниже будет показано, что в системе происходит фазовый переход первого рода, со скачком в величинах m_T и σ_T. Для того, чтобы найти величину скачка конденсата, заметим, что на нестабильной ветви в уравнении (12) достаточно оставить только "пузырьковую" диаграмму, так как другое слагаемое подавлено $\sim m_T/T$, по сравнению с ним.

Введем безразмерные переменные $f = \sigma_T^2/\sigma_0^2$, $g = m_T^2/m_0^2$. Тогда самосогласованные уравнения (11, 12) примут вид

$$f \ln f + \frac{3\lambda}{2\pi^2}(\ln f + \frac{5}{3})\{\frac{T^2}{m_0^2}F(\frac{m_0^2}{T^2}g) + \frac{1}{8}g\ln g - \frac{1}{8}g + \frac{1}{8}\} = 0 \tag{13}$$

$$f + \frac{3}{2}f\ln f + \frac{3\lambda}{2\pi^2}(\frac{3}{2}\ln f + \frac{11}{6})\{\frac{T^2}{m_0^2}F(\frac{m_0^2}{T^2}g) + \frac{1}{8}g\ln g - \frac{1}{8}g + \frac{1}{8}\} = g. \tag{14}$$

Функция F определена выражением (6).

Из уравнений (13) и (14) получаем соотношение

$$g = f(1 + \ln f)/(1 + \frac{3}{5}\ln f). \tag{15}$$

Таким образом, массовая щель зануляется ($g = 0$) при $f = e^{-1}$. Это происходит при температуре T_1, которую можно найти, если в уравнении (13) положить $f = e^{-1}$, $g = 0$, $F(0) = \pi^2/6$.

$$(\frac{T_1}{m_0})^2 = \frac{6}{\lambda e} - \frac{3}{4\pi 2}. \tag{16}$$

Из компьютерных расчетов следует, что температура T, соответствует появлению второй (нестабильной) ветви , что характерно для фазового перехода первого рода. Температура T_2 – есть критическая температура для адронной (глюбольной) фазы. При $T > T_2$ адронная фаза не может существовать даже в метастабильном состоянии. Из численных расчетов можно заключить, что в КХД $T_1(\sim 170\,\text{МэВ}) < T_c < T_2(\sim 270\,\text{МэВ})$.

Соотношение (16) можно использовать для оценки сверху массы глюбола 0^{++}. Учитывая (3) получим $m_0 < 4,642\,|\,\varepsilon_v\,|^{1/4}$. В КХД $|\,\varepsilon_v\,|_{\text{КХД}} \simeq 4 \cdot 10^{-3}$ ГэВ [7] имеем $m_0 < 1170$ МэВ. В глюодинамике $|\,\varepsilon_v\,|_{\text{ГД}} \simeq (2 \div 4)\,|\,\varepsilon_v\,|_{\text{КХД}}$ и $m_0 <$ < 1650 МэВ.

5. Для того, чтобы найти критическую температуру T_c фазового перехода первого рода, необходимо сравнить свободные энергии двух фаз. В фазе

конфайнмента свободная энергия определяется плотностью энергии вакуума плюс тепловые возбуждения глюболов. В фазе деконфайнмента – плотностью энергии вакуума (после скачка) плюс "горячий газ" глюонов.

Таким образом, уравнение для T_c можно записать в виде [5]

$$\eta \mid \varepsilon_v \mid + \frac{T_c^{5/2} m_0^{3/2}}{(2\pi)^{3/2}} e^{-m_0/T_c} = (N_c^2 - 1)\frac{\pi^2}{45} T_c^4 \quad , \tag{17}$$

где

$$\eta = \frac{1}{\mid \varepsilon_v \mid}[V(\sigma_{T_c+0}) - V(\sigma_{T_c-0})] = 1 - 3e^{-2} \simeq 0,59.$$

Следовательно для критической температуры имеем

$$T_c = (\frac{45}{\pi^2}\eta \frac{\mid \varepsilon_v \mid}{N_c^2 - 1})^{1/4}(1 + \frac{\text{const}}{N_c^2}) \quad , \qquad \text{const} \ll 1.$$

В случае хромодинамики получим $T_c \simeq 192$ МэВ. В случае глюодинамики $T_c \simeq (228 \div 270)$ МэВ.

Сделаем следующее замечание относительно полученных результатов. Если в лагранжиане (1) переопределить поле $\sigma \to N_c\tilde{\sigma}$, то $L(\tilde{\sigma}) = N_c^2(\frac{1}{2}(\partial_\mu\tilde{\sigma})^2 - V(\tilde{\sigma}))$, причем в потенциале $V(\tilde{\sigma})$ константы $\tilde{\lambda}, \tilde{\sigma} \sim N_c^0$.

Тогда, в петлевом разложении, пропагатор $\sim 1/N_c^2 K^2$, а вершина $\sim N_c^2 V(4)(\tilde{\sigma}_T)$. Таким образом, классический вклад в V_{eff} на среднеполевом уровне $\sim N_c^2$, однопетлевой $\sim N_c^0$, двухпетлевой $\sim N_c^{-2}$ и так далее.

Следовательно, при $N_c \to \infty$ температура фазового перехода N_c полностью определяется скачком глюонного конденсата в этой точке и не зависит от N_c.

В заключение, выражаю благодарность Ю.А.Симонову и С.Б.Хохлачеву за плодотворные дискуссии и обсуждение результатов.

1. A.A.Migdal and M.A.Shifman, Phys. Lett. **B 114**, 445 (1982); J.Ellis and J.Lanik, Phys. Lett. **B 150**, 289 (1985).
2. D.A.Kirzhnits and A.D.Linde, Ann. of Phys. **101**, 195 (1976).
3. B.A.Campbell, J.Ellis, and K.A.Olive, CERN preprint TH-5620/89 (1989).
4. Yu.A.Simonov, ITEP preprint 69-91 (1991).
5. Yu.A.Simonov, Pis'ma JETF **55**, 605 (1992).
6. M.Campostrini, A.Di.Giacomo, et al., Phys. Lett. **B 197**, 403 (1987).
7. M.A.Shifman, A.I.Vainshtein, and V.I.Zakharov, Nucl. Phys. **B 147**, 385, 448 (1979).