РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ПИСЬМА
В ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОСНОВАН В 1965 ГОДУ *ТОМ 58, ВЫПУСК 5*
ВЫХОДИТ 24 РАЗА В ГОД *10 СЕНТЯБРЯ, 1993*

Письма в ЖЭТФ, том 58, вып.5, стр.321 - 325

СУПЕРКОНФОРМНЫЕ СТРУННЫЕ АМПЛИТУДЫ ДЛЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ π-МЕЗОНОВ

В.А.Кудрявцев

Петербургский институт ядерной физики им. Б.П.Константинова РАН
188350 Гатчина, Россия

Поступила в редакцию 12 мая 1993 г.
После переработки 26 июля 1993 г.

Построены операторные вершины нового типа для суперконформных древесных амплитуд. Амплитуды с такими вершинами дают описание взаимодействий произвольного числа π-мезонов с реалистичным спектром резонансных состояний. Этому спектру соответствует ведущая реджевская траектория $\alpha_\rho = \frac{1}{2} + \alpha' t$. Операторная структура амплитуд во многих чертах воспроизводит термины дуальных кварковых диаграмм.

Попытки описания адронной физики в терминах струнных моделей в семидесятых годах оказались неудачными из-за того, что спектр последовательных конформных и суперконформных моделей для открытых струн [1] обязательным образом включал безмассовую векторную частицу, а спектр замкнутых струн - безмассовую частицу со спином 2 в очевидном противоречии с адронным спектром, наблюдаемым на опыте. Интерпретация безмассовой тензорной частицы как гравитона, а безмассовой векторной частицы как глюона привела к возможности рассматривать эти классические струнные модели как основу для теории, объединяющей все фундаментальные взаимодействия, включая гравитацию, на планковском масштабе энергий $E \sim (\alpha')^{-1/2} \sim 10^{19}$ ГэВ. В то же время проблема построения струнных амплитуд для взаимодействий адронов на характерном для сильных взаимодействия масштабе $E \sim 1$ ГэВ осталась открытой, несмотря на впечатляющую прямолинейность и универсальность реджевских траекторий как мезонных, так и барионных. Эти и другие аргументы в пользу струнной трактовки адронов не потеряли своей силы и теперь делают актуальными поиски последовательных струнных моделей адронов.

В данной статье найдено решение этой проблемы и построены суперконформные струнные амплитуды по крайней мере для взаимодействия мезонов на древесном уровне. В спектре физических состояний этих частичных амплитуд нет безмассовых частиц со спинами 1 и 2, а ведущая реджевская $\rho - f$ траектория: $\alpha_\rho(t) = \frac{1}{2} + \alpha' t$.

Ключом к операторному подходу для новых струнных амплитуд оказывается сформулированное ниже обобщение классических струнных вершин Лавлеса, Олива и др. [2]. Вершины Лавлеса, Олива описывают взаимодействие N произвольных струнных состояний в моделях Венециано или Неве – Шварца – Рамона. Соответствующие N-струнные амплитуды в этом формализме даются интегралами по комплексным переменным z_i $(i = 1, ..., N)$ с определенным весом от вакуумного среднего для произведения оператора вершины и волновых функций Φ_i $(i = 1, 2, ..., N)$ струнных состояний. Волновая функция $|\Phi_i >$ для i-ой струны дается в своем i-ом базисе операторов рождения бозонных струнных мод $a^{(i)+}_{n\mu} = a^{(i)}_{-n\mu}$, соответствующих коэффициентам Фурье разложения координаты i-ой струны $X^{(i)}_\mu(z_i)$: $a^{(i)}_0 = P^{(i)}$, $[a^{(i)}_{n\mu}, \ a^{(i)}_{n\nu}] = -g_{\mu\nu}\delta_{n,-m}$.

В случае струны Неве – Шварца в Φ_i участвуют антикоммутирующие струнные моды $b^{(i)+}_r = b^{(i)}_{-r}$, то есть коэффициенты разложения поля:

$$H^{(i)}(z_i) = \sum b^{(i)}_r z_i^r, \qquad \{b^{(i)}_{r\mu}, b^{(i)}_{s\nu}\} = -g_{\mu\nu}\delta_{r,-s}.$$

Для построения оператора вершины используются бесконечномерные матрицы $(U^{(i)}_\epsilon)_{nm}$ и $(V^{(i)}_\epsilon)_{nm}$ для мод $a^{(i)}_n$ $(n, m = 0, 1, 2...)$ и $(U^{(i)}_{1/2})_{rs}$, $(V^{(i)}_{1/2})_{rs}$ для операторов $b^{(i)}_r$. Эти матрицы являются бесконечномерными представлениями D^J_{nm} дробнолинейных преобразований $z' = \frac{az+b}{cz+d}$ $(ad - bc = 1)$. Для преобразований, переводящих z_{i-1} в 0, z_i в ∞ и z_{i+1} в 1 имеем $D^J_{nm} = (U^{(i)}_J)_{nm}$, а для преобразований, переводящих ∞ в z_{i-1}, 0 в z_i и 1 в z_{i+1} $D^J_{nm} = (V^{(i)}_J)_{nm}$. Матрицы D^J_{nm} вполне определяются самим дробнолинейным преобразованием и конформным спином J (соответственно $J = \epsilon$, $\epsilon \to 0$, или $J = 1/2$):

$$\left(\frac{az+b}{cz+d}\right)^n |cz+d|^{-2J} c^J_n = \sum_m D^J_{nm} z^m c^J_m, \qquad c^J_n = \sqrt{\frac{\Gamma(n+2J)}{\Gamma(n+1)}}. \tag{1}$$

В случае струны Неве – Шварца соответствующее выражение для N-частичной амплитуды имеет вид

$$V_N = \int \prod_i dz_i F(z_1...z_N) \prod_{i=1}^N < 0_i| \exp\left\{\frac{1}{2}\sum_{i \pm j} a^{(i)}_n (U^{(i)}_\epsilon)_{nm} \times \right.$$
$$\left. \times \ (V^{(j)}_\epsilon)_{mk} a^{(j)}_k + \frac{1}{2}\sum_{i \neq j} b^{(i)}_r (U^{(i)}_{1/2})_{rs} (V^{(j)}_{1/2})_{sp} b^{(j)}_p \right\} \prod_i \Phi_i |0_i>, \tag{2}$$

где $F(z_1...z_N)$ – весовая функция определяет согласованную с кроссинг-симметрией и конформной симметрией меру интегрирования по z_i.

В приведенных выше вершинах Лавлеса–Олива участвовали компоненты полей $X^{(i)}(z_i)$ нулевого конформного спина и компоненты антикоммутирующего поля $H^{(i)}(z_i)$ конформного спина 1/2. Введем теперь в дополнение к этим "глюонным" полям (X, H) новые "кварковые" антикоммутирующие поля $\psi^{(i)}(z_i)$ конформной размерности 1/2, соответствующие чисто фермионной струне [3]. Эти поля $\psi^{(i)}_{\alpha\beta}$ – дираковские биспиноры по значку α $(\alpha = 1, 2, 3, 4)$ и изоспиноры по значку β $(\beta = 1, 2)$, то есть несут спин 1/2 и изоспин 1/2 в обычном пространстве. Отвечающая этим полям суперконформная алгебра генераторов G^f_r сформулирована там же [3] ($G^f_r = G^{(0)}_r$ в обозначениях [3]). Построим теперь новый вершинный оператор (в дополнение к прежнему) с правильными кроссинг-симметричными и факторизационными свойствами:

$$(\tilde{\psi}^{(1)}_r (U^{(1)}_{1/2} V^{(2)}_{1/2})_{rs} \psi^{(2)}_s)(\tilde{\psi}^{(2)} U^{(2)}_{1/2} V^{(3)}_{1/2} \psi^{(3)}) ... (\tilde{\psi}^{(N)} U^{(N)}_{1/2} V^{(1)}_{1/2} \psi^{(1)}) \equiv$$

$$\equiv \prod_{i=1}^{N} \tilde{\psi}^{(i)}_r (U^{(i)}_{1/2} V^{(i+1)}_{1/2})_{rs} \psi^{(i+1)}_s, \qquad (3)$$

где

$$\tilde{\psi} = \psi \gamma_6 \tau_2, \qquad \{(\tilde{\psi}_r)_\alpha, \ (\psi_s)_\beta\} = \delta_{\alpha\beta} \delta_{r,-s}.$$

Оператор (3), как видно, обладает структурой кварковой дуальной диаграммы Хартри – Featured Рознера [4]. Включение его в N-струнную вершину дает искомое обобщение N-струнной амплитуды Лавлеса – Олива:

$$V_N = \int \prod_i dz_i F(z_1 ... z_N) < 0| \prod_{i=1}^{N} (\tilde{\psi}^{(i)} U^{(i)}_{1/2} V^{(i+1)}_{1/2} \psi^{(i+r)}) \times$$

$$\times \exp \left\{ \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} a^{(i)} U^{(i)}_\epsilon V^{(j)}_\epsilon a^{(j)} + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} b^{(i)} U^{(i)}_{1/2} V^{(j)}_{1/2} b^{(j)} \right\} \prod_{i=1}^{N} \Phi^{(i)} |0> . \qquad (4)$$

Новая амплитуда (4) имеет все необходимые факторизационные и дуальные свойства как и (1).

Теперь нетрудно перейти от подхода N-струнных вершин к операторному представлению для амплитуды взаимодействия N основных состояний:

$$A \sim < 0| V_1 V_2 ... V_N |0 > . \qquad (5)$$

Как и в модели Неве – Шварца для открытой струны, операторы вершин выбираем в форме коммутатора с супергенератором Вирасоро:

$$V_i(z_i) = z_i^{-L_0} [G_{1/2}, W_i] z_i^{L_0}. \qquad (6)$$

Если взять в соответствии с (4) оператор W_i как $(\tilde{\psi}^{(i)}(1) \gamma_5 \tau^{(i)} \psi^{(i+1)}(1)) \times$ $\times \exp ik_i X(1)$ и принять $k_i^2 = 0$, то требование единичной конформной размерности для $V_i(z)$ сведется к требованию конформной размерности 1/4 для $\psi^{(i)}$ полей вместо 1/2. Это требование мы удовлетворим, введя вместо свободного "кваркового" поля $\psi(z)$ составное поле $\hat{\psi}(z)$:

$$\hat{\psi}^{(i)}(z_i) = \psi^{(i)}(z_i) : \exp \frac{1}{\sqrt{2}} C^{(i)}(z_i) : . \qquad (7)$$

Здесь $C^{(i)}(z_i)$ – новое скалярное поле, аналогичное полю нулевой конформной размерности $X^{(i)}(z_i)$. Поле $C^{(i)}(z_i)$ вместе с новым антикоммутирующим полем $f^{(i)}(z_i)$ размерности 1/2 входит в новую пару полей типа Неве – Шварца. Эта пара полей $C^{(i)}$, $f^{(i)}$ аналогична старой паре $(X(z), \ H(z))$. Суперконформный генератор Вирасоро G_r в новой модели будет суммой обычного оператора Неве –Шварца G_r^{NS} для всех свободных полей типа Неве – Шварца и оператора G_r^f – для свободных полей чисто фермионного сектора [3]: $G_r = G_r^{NS} + G_r^f$.

Искомая суперконформная вершина для испускания π-мезона может быть теперь представлена в форме (6) с оператором W_i следующего вида:

$$W_i = g : \exp\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}C^{(i)}(1)\right) : (\tilde{\psi}^{(i)}(1)\gamma_5\tau^{(i)}\psi^{(i+1)}(1)) : \exp\left(\frac{1}{\sqrt{2}}C^{(i+1)}(1)\right) : \exp[ik_i X(1)],$$

$$C^{(i)}(z) = \sum_n C_n^{(i)} z^n \frac{1}{\sqrt{n}}, \qquad [C_n^{(i)},\ C_m^{(i)}] = \delta_{n,-m}. \tag{8}$$

Противоположные знаки для $C^{(i)}(1)$ и $C^{(i+1)}(1)$ в (8) необходимы для сокращения нулевых мод для каждого $C^{(i)}$. (Это аналогично сохранению импульса $\sum k_i = 0$ для $X(z)$).

Амплитуда взаимодействия N π-мезонов дается с помощью (6) и (8) в обычной форме интеграла от вакуумного среднего:

$$A_N = \int \prod_i \frac{dz_i}{z_i} < 0|V_1(z_1)V_2(z_2)...V_N(z_N)|0 > \frac{|z_1 - z_N||z_1 - z_{N-1}||z_{N-1} - z_N|}{dz_1 dz_{N-1} dz_N}. \tag{9}$$

Подчеркнем, что при факторизации для данного i-канала с импульсом $P^{(i)} = \sum_{n=1}^{i} k_n$ в набор операторов, определяющих волновую функцию состояния, входят только компоненты четырех полей $\psi^{(1)}$, $C^{(1)}$, $\psi^{(i+1)}$ и $C^{(i+1)}$, и поэтому амплитуда (9) имеет правильные факторизационные свойства, как и амплитуда (2). В спектре физических состояний этой амплитуды с вершинами (6), (8) нет тахионов и безмассовых частиц со спинами 1 и 2. Единственной безмассовой частицей здесь оказывается псевдоскалярный изовекторный π-мезон. В спектре нет и состояний с изоспином выше единицы, поскольку в каждом канале появляются только два поля ψ, несущие изоспин 1/2. (Повторяется структура кварковой дуальной диаграммы [4].) Ведущая траектория в этой модели: $\alpha_\rho(t) = 1/2 + \alpha' t$. Вычисление, проведенное для четырехточечной амплитуды, дает хорошо известную формулу Лавлеса – Шапиро [5]:

$$A_4 = -g^2 \frac{\Gamma(1-\alpha_s)\Gamma(1-\alpha_t)}{\Gamma(1-\alpha_s-\alpha_t)} \mathrm{Tr}(\tau^{(1)}\tau^{(2)}\tau^{(3)}\tau^{(4)}). \tag{10}$$

Таким образом, амплитуда (9) с вершинами, определяемыми выражениями (6) и (8), представляет суперконформное многочастичное обобщение амплитуды Лавлеса – Шапиро (10) с ведущей траекторией $\alpha_t = 1/2 + \alpha' t$. Введение дополнительной ненулевой пятой компоненты импульса, чтобы обеспечить ненулевую массу π-мезона, приводит к вполне удовлетворительным с точки зрения эксперимента длинам рассеяния π-мезонов (см. [5]).

Анализ петлевых поправок, физического спектра и других свойств этой модели мы обсудим в дальнейших публикациях.

В заключение автору хотелось бы выразить благодарность участникам теоретического семинара и XXVII школы ПИЯФ за интересные обсуждения результатов работы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований 93-02-3864

1. Л.Бринк, М.Энно, Принципы теории струн. М.: Мир, 1991; М.Грин, Дж.Шварц, Э.Виттен, Теория суперструн. М.: Мир, 1990.
2. C.Lovelace, Phys. Lett. **B32**, 490 (1970); D.Olive, Nuovo Cim. **A3**, 399 (1971); E.Corrigan and C.Montonen, Nucl. Phys. **B36**, 58 (1972); М.А.Браун, З.Каттона, М.И.Эйдес, ТМФ **18**, 212 (1974).
3. В.А.Кудрявцев, Письма в ЖЭТФ **54**, 417 (1991).
4. H.Harari, Phys. Rev. Lett. **22**, 562 (1969).
5. C.Lovelace, Phys. Lett. **B28**, 264 (1968); I.A.Shapiro, Phys. Rev. **179**, 1345 (1969).