Письма в ЖЭТФ, том 58, вып.5, стр.349 - 352 ©1993 г. 10 сентября

СЛАБО НЕИДЕАЛЬНЫЙ ДВУМЕРНЫЙ ФЕРМИ-ГАЗ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Ю.А.Бычков, А.В.Колесников

Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау РАН
117334 Москва, Россия

Поступила в редакцию 19 июля 1993 г.

С помощью диаграммной техники исследованы свойства двумерного слабо неидеального ферми-газа в магнитном поле. Вплоть до второго порядка теории возмущений получены выражения для собственно-энергетической части одночастичной функции Грина. Дискретность спектра двумерных частиц в магнитном поле приводит к отсутствию затухания у квазичастиц и расщеплению затравочных уровней Ландау. Собственно-энергетическая часть имеет полюс при нулевой частоте. Каждому подуровню соответствует максимальный фактор заполнения $\nu_{max} = 1/2$.

Исследование термодинамических свойств системы в магнитном поле, в частности осцилляций магнитной восприимчивости [1], основано на определенных представлениях о структуре энергетических электронов в магнитном поле H. Влияние взаимодействия между частицами на эффект де Гааза - ван Альфена в модели изотропной ферми-жидкости было рассмотрено в работах [2,3]. Результаты, полученные в этих работах, показывают, что в достаточно слабом магнитном поле спектр квазичастиц совпадает со спектром свободных электронов с перенормированной за счет взаимодействия массой.

В связи с большим интересом к исследованию свойств системы двумерных электронов в магнитном поле, возникает вопрос о справедливости результатов, полученных в работах [2,3], применительно к данной системе. С этой целью необходимо определить характер спектра двумерных взаимодействующих электронов в слабом магнитном поле.

Известно, что трехмерный слабо неидеальный ферми-газ является системой, свойства которой полностью соответствуют теории ферми-жидкости Ландау [4,5]. В частности, в работе [5] было установлено, какой класс диаграмм описывает свойства ферми-жидкости для слабо неидеального газа. В то же время, в работе [6] в рамках модели слабо неидеального ферми-газа были исследованы свойства трехмерной системы при наличии слабого магнитного поля. Было показано, что результаты полностью соответствуют представлениям о системе как ферми-жидкости.

В настоящей работе в приближении, соответствующем подходу, развитому в работе [5], изучен спектр двумерного газа электронов в магнитном поле в квазиклассическом случае. В связи с этим предполагается, что химический потенциал системы соответствует уровню Ландау с большим номером и выполняется условие слабой неидеальности

$$p_F|f_0|^2/\hbar \ll 1, \tag{1}$$

где p_F – импульс Ферми, а f_0 – амплитуда рассеяния "медленных" частиц друг на друге. В борновском приближении

$$|f_0| = \frac{mU_0}{4\hbar^2}\left(\frac{2\hbar}{\pi p_F}\right)^{1/2}, \qquad U_0 = \int U(r)d^2x, \tag{2}$$

где m – неперенормированная масса частиц $U(r)$ – короткодействующий потенциал взаимодействия. Зеемановским расщеплением пренебрегается. Следует особо обратить внимание на одно очень важное обстоятельство. В связи с вырождением уровней Ландау необходимо использовать температурную диаграммную технику, а переход к нулевой температуре (с целью определения спектра квазичастиц) произвести с помощью аналитического продолжения [7]. В дальнейшем воспользуемся результатами теории слабо неидеального ферми-газа в форме, изложенной в [7].

Поправка первого порядка теории возмущений к собственно-энергетической части Σ есть

$$\Sigma^{(1)} = \frac{1}{2}n^{(0)}(\mu)U_0, \tag{3}$$

где $n^{(0)}(\mu)$ – плотность двумерного газа в магнитном поле как функция химического потенциала μ. Выражение для поправки второго порядка $\Sigma^{(2)}$ при наличии слабого магнитного поля проще всего получить следующим образом. В отсутствие магнитного поля соответствующее выражение есть

$$\Sigma^{(2)}(i\omega_l, p) = U_0^2 \int \frac{d^2p_1 d^2p_2 d^2p_3}{(2\pi\hbar)^4}\delta(p + p_1 - p_2 - p_3)\times$$

$$\times\left\{\frac{n(p_1)[1 - n(p_2) - n(p_3)] + n(p_2)n(p_3)}{i\omega_l + \mu + \epsilon(p_1) - \epsilon(p_2) - \epsilon(p_3)} - \mathrm{P}\frac{n(p_1)}{\epsilon(p) + \epsilon(p_1) - \epsilon(p_2) - \epsilon(p_3)}\right\}. \tag{4}$$

Здесь $n(p)$ – фермиевская функция распределения, знак P означает, что должны отбрасываться члены, в которых знаменатель равен нулю, а $\omega_l = \pi T(2l+1)$ (T – температура). Дальнейшие преобразования сводятся к следующему. Входящую в выражение (4) δ-функцию следует представить в виде стандартного интеграла от экспоненты по переменной r, после чего проинтегрировать по всем углам. В результате приходим к многократному интегралу

$$\int r dr J_0\left(\frac{pr}{\hbar}\right) J_0\left(\frac{p_1 r}{\hbar}\right) J_0\left(\frac{p_2 r}{\hbar}\right) J_0\left(\frac{p_3 r}{\hbar}\right) d\left(\frac{p_1^2}{2}\right) d\left(\frac{p_2^2}{2}\right) d\left(\frac{p_3^2}{2}\right). \tag{5}$$

Следующий этап состоит в замене интегрирования по переменным $p_i^2/2$ суммированием по уровням Ландау с помощью перехода $p_i^2 = 2m\hbar\omega_c(N_i + 1/2)$, где N_i – номер уровня, а ω_c – циклотронная частота.

Окончательно получаем следующее выражение для поправки второго порядка к собственно-энергетической части в слабом магнитном поле:

$$\Sigma^{(2)}(i\omega_l, N) = \frac{m^3 U_0^2(\hbar\omega_c)^3}{(2\pi)^2\hbar^6} \sum_{N_1, N_2, N_3} I(N, N_1, N_2, N_3)\times$$

$$\times\left\{\frac{n(N_1)[1 - n(N_2)][1 - n(N_3)] + [1 - n(N_1)]n(N_2)n(N_3)}{i\omega + \mu + \epsilon(N_1) - \epsilon(N_2) - \epsilon(N_3)} - \mathrm{P}\frac{n(N_1)}{\epsilon(N) + \epsilon(N_1) - \epsilon(N_2) - \epsilon(N_3)}\right\} \tag{6}$$

Входящая в выражение (6) величина $I(N, N_1, N_2, N_3)$ есть интеграл от функций Бесселя:

$$I(N, N_1, N_2, N_3) = \int r dr J_0(\alpha r) J_0(\alpha_1 r) J_0(\alpha_2 r) J_0(\alpha_3 r), \tag{7}$$

где величины $\alpha_i = [\frac{2c\hbar}{eH}(N_i + 1/2)]^{1/2}$. Этот интеграл вычисляется (см. [8]) и равен

$$I = \frac{1}{\pi^2} \begin{cases} \frac{1}{b}\mathrm{K}\left(\frac{a}{b}\right), & b > a, \\ \frac{1}{a}\mathrm{K}\left(\frac{b}{a}\right), & a > b, \end{cases} \tag{8}$$

где

$$a^2 = \alpha\alpha_1\alpha_2\alpha_3, \quad 16b^2 = [(\alpha + \alpha_1)^2 - (\alpha_2 - \alpha_3)^2][(\alpha_2 + \alpha_3)^2 - (\alpha - \alpha_1)^2],$$

а $\mathrm{K}(k)$ – полный эллиптический интеграл первого рода.

Первый член в фигурной скобке в выражении (4) (в отсутствие магнитного поля) в результате перехода к $T = 0$ описывает, в частности, затухание квазичастиц. Ситуация изменяется кардинальным образом для двумерной системы в магнитном поле в силу дискретности спектра. При суммировании по числам N_i в первом члене в фигурной скобке выражения (6) возникают члены, для которых выполняется условие $N_2 + N_3 = N + N_1$ $(\epsilon(N) = \hbar\omega_c(N + 1/2))$, то есть в $\Sigma^{(2)}$ возникает выражение

$$\frac{A_N}{i\omega_l + \mu - \epsilon(N)}. \tag{9}$$

При аналитическом продолжении в случае $T = 0$ мнимые частоты $i\omega_l$ следует заменить на действительную частоту ω. Теперь наличие в $\Sigma^{(2)}$ слагаемого типа (9) с действительной частотой соответствует резонансу в системе с дискретным спектром. Поскольку в случае слабого взаимодействия резонансные члены являются главными, то получаем, что одночастичная функция Грина при $T = 0$ приобретает следующий вид:

$$G(\omega, N) = \frac{\omega + \mu - \epsilon(N)}{(\omega + \mu - \epsilon(N))^2 - A_N}. \tag{10}$$

Отсюда следует, что дискретный спектр квазичастиц в рассматриваемом приближении имеет вид

$$E(N) = \epsilon(N) \pm A_N^{1/2}, \tag{11}$$

то есть за счет резонансных эффектов уровни Ландау расщепляются.

Необходимо отметить, что в рассматриваемом приближении слабонеидеальной системы каждому подуровню соответствует максимальный фактор заполнения $\nu_{max} = 1/2$, то есть полное число состояний на данном уровне Ландау делится поровну между обоими подуровнями, разделенными энергетической щелью.

Достаточно простые вычисления величины I (с использованием выражения (8)) приводят к следующим результатам. При $N = N_0$ $(N_0 = \mu/\hbar\omega_c)$

$$A_{N_0} = \frac{\alpha}{\pi^4}\nu(1 - \nu)\left(\frac{mU_0}{\hbar^2}\right)^2 \frac{(\hbar\omega_c)^3}{\mu} \ln N_0, \tag{12}$$

где ν – фактор заполнения уровня Ландау, соответствующего химическому потенциалу, а α – численный коэффициент порядка единицы. В области $1 \ll |N - N_0| \ll N_0$

$$A_N = \frac{1}{8\pi^4}[\epsilon(N) - \epsilon(N_0)]^2 \left(\frac{mU_0}{\hbar^2}\right)^2 \frac{\hbar\omega_c}{\mu} \ln\left(\frac{4N_0}{|N - N_0|}\right). \tag{13}$$

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы относительно свойств слабо неидеальной двумерной системы электронов в слабом магнитном поле. Во-первых, в силу дискретности спектра возникают резонансы между различными состояниями системы, причем для частицы с энергией, превосходящей химический потенциал, резонансное состояние соответствует двум частицам и одной дырке. В результате затравочные уровни Ландау расщепляются, но спектр по-прежнему остается дискретным, Это обстоятельство подтверждает, по-видимому, эвристические соображения относительно характера спектра рассматриваемой системы, высказанные в работе [9].

Во-вторых, кардинальное изменение систематики уровней квазичастиц, обусловленное расщеплением уровней Ландау, ставит под сомнение равенство числа частиц и квазичастиц, утверждение, являющееся принципиально важным при построении теории ферми-жидкости.

В-третьих, наличие полюса у собственно-энергетической части $\Sigma^{(2)}$ при частоте $\omega = 0$ для уровня, соответствующего химическому потенциалу, говорит о сходстве свойств рассматриваемой системы и "маргинальной" ферми-жидкости [10].

Особо стоит отметить одно весьма важное обстоятельство. Состояние, резонирующее с частицей над энергией Ферми, состоит из двух частиц и дырки. Возникает вопрос, в какой мере такое состояние можно рассматривать как взаимодействующие друг с другом частицу и магнитный экситон, который, по-видимому, играет в данной системе роль нулевого звука в теории классической ферми-жидкости. Однако эта очень важная проблема выходит за рамки настоящей работы.

Последнее замечание состоит в том, что изменение систематики спектра квазичастиц в слабо неидеальной двумерной системе в магнитном поле за счет расщепления уровней Ландау противоречит предположению, сделанному в работе [11] при рассмотрении эффекта де Гааза – ван Альфена.

---

1. И.М.Лифшиц, А.М.Косевич, ЖЭТФ **29**, 780 (1955).
2. J.M.Luttinger, Phys. Rev. **121**, 1251 (1961).
3. Ю.А.Бычков, Л.П.Горьков, ЖЭТФ **41**, 1592 (1961).
4. А.А.Абрикосов, И.М.Халатников, ЖЭТФ **33**, 1154 (1957).
5. В.М.Галицкий, ЖЭТФ **34**, 151 (1958).
6. И.А.Ахиезер, С.В.Пелетминский, ЖЭТФ **39**, 1308 (1960).
7. Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский. Статистическая физика, ч2, М.: Наука, 1978.
8. А.П.Прудников, Ю.А.Бычков, О.И.Маричев. Интегралы и ряды, специальные функции, М,: Наука, 1983.
9. W.Kohn, Phys. Rev. **123**, 1242 (1961).
10. C.M.Varma, P.B.Littlewood et al., Phys. Rev. Lett. **63**, 1966 (1989).
11. K.Miyake and C.M.Varma, Solid St. Comm. **85**, 335 (1993).