Письма в ЖЭТФ, том 58, вып.6, стр.450 - 456 

# СТАТИСТИКА ФЛУКТУАЦИЙ ЗАРЯДА ПРИ КВАНТОВОМ ТРАНСПОРТЕ В ПЕРЕМЕННОМ ПОЛЕ

*Д.А.Иванов, Л.С.Левитов**

*Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау РАН*
*117334 Москва, Россия*
**Massachusetts Institute of Technology*
*Department of Physics, 12-112*
*77, Massachusetts Ave., Cambridge, MA-02139*

Поступила в редакцию 18 августа 1993 г.

Рассмотрено распределение вероятностей флуктуаций заряда при протекании тока через область с переменным полем, вызывающим неупругое рассеяние. Распределение формируется как результат нескольких независимых бернуллиевских случайных процессов, частоты попыток в которых найдены как функции разности потенциалов и частоты поля. Независимые исходы при одной попытке соответствуют когерентному прохождению нескольких электронов. Вероятности исходов выражаются через многочастичные амплитуды рассеяния.

*Введение.* Дробовой шум, связанный с дискретностью электрического заряда, ослабляется в квантовых проводниках при низкой температуре до значения ниже классического [1-3]. Это связано с фермиевской статистикой электронов, которая определяет временные корреляции тока. Полное статистическое описание шума дается распределением вероятностей заряда, протекшего за данное время. В случае чисто упругого рассеяния квантовый шум при $T = 0$ описывается бернуллиевской статистикой, приводящей к биномиальному распределению [4].

Эта простая картина усложняется и становится более интересной, когда рассеяние неупругое, поскольку в этом случае становятся существенными фермиевские корреляции между состояниями с разной энергией [5]. Мы рассмотрим флуктуации заряда в ситуации, когда ток течет через область с переменным полем, периодически меняющимся во времени. Экспериментально она может быть реализована в микроконтакте, туннельном или обычном, находящемся в СВЧ поле, или в системе, которая сама генерирует высокочастотное поле, как при нестационарном эффекте Джозефсона.

Мы определим статистику заряда при произвольном соотношении между частотой поля $\Omega$ и внешним напряжением $V$. Чтобы полностью учесть интерференцию состояний с энергиями, отличающимися на кратное $\hbar\Omega$, будут введены вспомогательные каналы, соответствующие окнам ширины $\hbar\Omega$ по шкале энергий, что позволит использовать метод, развитый для многоканального упругого рассеяния [4]. Получающаяся статистика обладает интересными особенностями как функция $V$ и $\Omega$. При целом $eV/\hbar\Omega$ она обобщенно биномиальная и возникает как результат бернуллиевского случайного процесса с частотой испытаний $\Omega$ и вероятностями исходов, которые выражаются через многочастичные амплитуды рассеяния. При произвольном $V$ статистика представляет собой смесь двух "чистых" бернуллиевских, соответствующих целым $N$ и $N+1$, ближайшим к $eV/\hbar\Omega$, $N < eV/\hbar\Omega < N+1$. В качестве иллюстрации мы обсудим интересный пример закона рассеяния, для которого все многочастичные амплитуды и статистика могут быть найдены точно.

В большинстве практически интересных случаев контакт можно считать квазиодномерным, поэтому мы рассмотрим одномерную систему, в которой заряды проходят через осциллирующий барьер — область с переменным полем, электрическим $\Phi(x,t)$ и магнитным $A(x,t)$. Будем считать, что поле полностью сосредоточено в интервале $-d < x < d$ и периодически зависит от времени: $\Phi(x, t + 2\pi/\Omega) = \Phi(x,t)$, аналогично для $A(x,t)$. Решение квантовой задачи

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t) = \left[\frac{1}{2}(-i\frac{\partial}{\partial x} - \frac{e}{c}A(x,t))^2 + e\Phi(x,t)\right]\psi(x,t)$$

приводит к состояниям рассеяния:

$$\psi_{L,k}(x,t) = \begin{cases} e^{-iEt+ikx} + \sum_n B_{L,n}e^{-iE_nt-ik_nx}, & x < -d \\ \sum_n A_{L,n}e^{-iE_nt+ik_nx}, & x > d \end{cases},$$

$$\psi_{R,k}(x,t) = \begin{cases} \sum_n A_{R,n}e^{-iE_nt-ik_nx}, & x < -d \\ e^{-iEt-ikx} + \sum_n B_{R,n}e^{-iE_nt+ik_nx}, & x > d \end{cases}, \qquad (1)$$

где $A_{L(R),n}$, $B_{L(R),n}$ — некоторые функции начальной энергии $E$, а $k_n$ и $E_n$ даются соотношениями $\frac{\hbar^2k_n^2}{2m} = E_n = E + n\hbar\Omega$, $E = \frac{\hbar^2k^2}{2m}$. Амплитуды прохождения $A_{L(R),n}$ и отражения $B_{L(R),n}$ соответствуют изменению энергии на $n\hbar\Omega$, то есть содержат как упругие ($n = 0$), так и неупругие ($n \neq 0$) каналы.

Пренебрегая процессами релаксации в берегах контакта, считаем заполнение левых и правых состояний равновесным фермиевским, $n_{L(R)}(E) = 1/(e^{(E-\mu_{L(R)})/T} + 1)$, причем, как обычно, $eV = \mu_R - \mu_L$ задает разность потенциалов. Спиновое вырождение g приводит к g невзаимодействующим каналам рассеяния.

*Связь со статистикой многоканального рассеяния.* Нас интересует распределение заряда, прошедшего через барьер за время измерения $t \gg \Omega^{-1}$. Вычислим его, установив связь с решенной задачей о статистике заряда в системе, содержащей произвольное число $M$ каналов, рассеяние между которыми чисто упругое [4]. Характеристическая функция распределения заряда в этом случае дается формулой

$$\chi(\vec{\lambda}) = \exp\ \left[gt\int_{-\infty}^{\infty} \ln\chi_E(\vec{\lambda})\ \frac{dE}{2\pi\hbar}\ \right],$$

$$\chi_E(\vec{\lambda}) = \det(\mathbf{1} - \mathbf{n}_E + \mathbf{n}_E\mathbf{A}^+\tilde{\mathbf{A}})\ , \qquad (2)$$

где $\mathbf{A}_{jk}$ — матрица рассеяния $M \times M$, $\tilde{\mathbf{A}}_{jk} = e^{i(\lambda_j-\lambda_k)}\mathbf{A}_{jk}$, $(\mathbf{n}_E)_{jk} = n_j(E)\delta_{jk}$, а $n_j(E)$ — распределение частиц по энергиям в $j$-м канале. Аргумент $\chi$ — вектор $\vec{\lambda} = (\lambda_1, ..., \lambda_M)$, образованный из вспомогательных переменных. Характеристическая функция $\chi$, как обычно, разлагается в ряд Фурье

$$\chi_E(\vec{\lambda}) = \sum_{i_1,\ldots,i_k,j_1,\ldots,j_k} e^{i(\lambda_{j_1}+\ldots+\lambda_{j_k}-\lambda_{i_1}-\ldots-\lambda_{i_k})}P_{i_1,\ldots,i_k|j_1,\ldots,j_k}\ , \qquad (3)$$

где $P_{i_1,\ldots,i_k|j_1,\ldots,j_k}$ есть вероятность перехода $k$ зарядов из каналов $i_1, ..., i_k$ в каналы $j_1, ..., j_k$. Поскольку частицы неразличимы, порядок каналов $i_1, ..., i_k$ и $j_1, ..., j_k$ несуществен и перестановки в сумме (3) не учитываются.

Используем результат (2),(3) следующим образом. Разделим шкалу энергий на одинаковые окна:

$$\mu_L + (m-1)\hbar\Omega < E < \mu_L + m\hbar\Omega \ . \tag{4}$$

Будем говорить о состояниях с энергиями в этих окнах, как об отдельных каналах рассеяния. Перейдем в $m$–м канале к сдвинутой энергии $\tilde{E} = E - \mu_L - (m-1)\hbar\Omega$, $0 < \tilde{E} < \hbar\Omega$. Поскольку в исходной задаче (1) энергия при рассеянии изменяется на кратное $\hbar\Omega$, для сдвинутой энергии $\tilde{E}$ рассеяние будет чисто упругим, что и позволяет воспользоваться (2),(3), с заменой $\int_{-\infty}^{\infty} dE$ на $\int_0^{\hbar\Omega} d\tilde{E}$. Вместо двух каналов $L$ и $R$ исходной задачи имеем теперь бесконечно много каналов рассеяния $|\alpha, m\rangle$, $\alpha = L, R$, $m$ — произвольное целое. Матрица $\mathbf{A}$ выражается через фурье-гармоники (1) амплитуд прохождения и отражения:

$$\langle \alpha_2 m_2 | \mathbf{A} | \alpha_1 m_1 \rangle = \begin{cases} A_{\alpha_1, m_2 - m_1}(E), & \alpha_1 = \alpha_2 \\ B_{\alpha_1, m_2 - m_1}(E), & \alpha_1 \neq \alpha_2 \end{cases} , \tag{5}$$

где $E = \tilde{E} + \mu_L + m_1\hbar\Omega$. (В обозначении канала энергию $\tilde{E}$ опускаем, так как она сохраняется.) Поскольку нас интересует переход из каналов $\alpha = L$ в $\alpha = R$ безотносительно к изменению $m$, выберем $\vec{\lambda}$ так

$$\lambda_{\alpha,m} = \begin{cases} \lambda, & \alpha = L \\ 0, & \alpha = R \end{cases} . \tag{6}$$

Теперь, после того как определены каналы рассеяния (4), выписана матрица рассеяния (5) и выбран вектор $\vec{\lambda}$, задача состоит в определении детерминанта $\chi_{\tilde{E}}(\lambda)$ в (2). Основная трудность связана с тем, что из-за увеличения числа каналов все матрицы стали бесконечными, поэтому вычисление детерминанта, в отличие от [4], уже не является тривиальным.

*Зависимость распределения от $V$, $\Omega$ и $t$ при $T = 0$.* В вычислении $\chi(\lambda)$ можно продвинуться, если пренебречь зависимостью матричных элементов (5) от энергии, что приведет, как будет видно, к существенным упрощениям. Смысл такого приближения в том, что мы считаем $T$, $\hbar\Omega$ и $eV$ малыми по сравнению с $\hbar/\tau_f$, где $\tau_f \simeq \hbar\partial \ln \mathbf{A}_{\alpha,m}/\partial E$ — характерное время пролета через барьер.

Вычислением детерминанта мы займемся несколько позже, а сначала выведем общую формулу для $\chi(\lambda)$, предполагая детерминант известным. Наиболее интересен случай нулевой температуры, когда интегрирование по энергии в (2) приводит к очень простой связи $\chi(\lambda)$ и $\chi_{\tilde{E}}(\lambda)$. Действительно, в силу сделанного предположения зависимость $\chi_{\tilde{E}}(\lambda)$ от $\tilde{E}$ целиком связана с $\mathbf{n}_E$, и поэтому при $T = 0$ становится ступенчатой из-за скачков $\mathbf{n}_E$ при $E = \mu_L$, $\mu_R$.

Введем бесконечные матрицы $\mathbf{S}_N(\lambda) = \mathbf{1} - \theta_N + \theta_N \mathbf{A}^+ \tilde{\mathbf{A}}$. Здесь $N$ — произвольное целое число, а матрица $\theta_N$ определена следующим образом:

$$\langle \alpha_2 m_2 | \theta_N | \alpha_1 m_1 \rangle = \begin{cases} \delta_{\alpha_2\alpha_1}\delta_{m_2 m_1} , & \alpha_1 = L, \ m_1 \le 0 \\ 0 , & \alpha_1 = L, \ m_1 > 0 \\ \delta_{\alpha_2\alpha_1}\delta_{m_2 m_1} , & \alpha_1 = R, \ m_1 \le N \\ 0 , & \alpha_1 = R, \ m_1 > N \end{cases} , \tag{7}$$

или, проще говоря, $\theta_N = \mathbf{n}_E$ при $\mu_R - \mu_L = N\hbar\Omega$, $T = 0$. Матрицы $\mathbf{S}_N(\lambda)$ дают возможные значения матрицы $\mathbf{1} - \mathbf{n}_E + \mathbf{n}_E \mathbf{A}^+ \tilde{\mathbf{A}}$ как функции $E$, при

$T=0$. Можно описать строение матрицы $\mathrm{S}_N(\lambda)$ по-другому, используя столбцы матрицы $\mathrm{A}^+\tilde{\mathrm{A}}$: возьмем из $\mathrm{A}^+\tilde{\mathrm{A}}$ только столбцы с номерами $(L,m)$, $m\le 0$, и $(R,m')$, $m'\le N$, а остальные ($m>0$, $m'>N$) заменим на соответствующие столбцы единичной матрицы $\mathbf{1}$.

Теперь выразим $\chi(\lambda)$ через $\chi_N(\lambda)=\det \mathrm{S}_N(\lambda)$. Для этого найдем окно (4), в которое попало $\mu_R$, то есть подберем $N$ так, чтобы $\mu_L+(N-1)\hbar\Omega<\mu_R<\mu_L+N\hbar\Omega$. В соответствии с замечанием о ступенчатой зависимости $\chi_{\tilde{E}}(\lambda)$ получим

$$\mathbf{1}-\mathrm{n}_E+\mathrm{n}_E\mathrm{A}^+\tilde{\mathrm{A}}=\begin{cases}\mathrm{S}_N(\lambda)\ , & 0<\tilde{E}<\hbar\Omega_V\\ \mathrm{S}_{N-1}(\lambda)\ , & \hbar\Omega_V<\tilde{E}<\hbar\Omega\end{cases}\ , \tag{8}$$

где $\Omega_V=(\mu_R-\mu_L)/\hbar-(N-1)\Omega$. Заменяя $\mu_R-\mu_L$ на $eV$ и помня, что инте рировать по $\tilde{E}$ в (2) следует в пределах $0<\tilde{E}<\hbar\Omega$, окончательно имеем

$$\chi(\lambda)=[\chi_N(\lambda)]^{\mathrm{g}\Omega_V t/2\pi}[\chi_{N-1}(\lambda)]^{\mathrm{g}(\Omega-\Omega_V)t/2\pi}\ ,\quad \Omega_V=eV/\hbar-(N-1)\Omega\ . \tag{9}$$

Распадение $\chi(\lambda)$ на два сомножителя и экспоненциальная зависимость от $t$ каждого из них означает, что распределение получается как результат двух независимых случайных процессов бернуллиевского типа, для которых вероятности исходов при одной попытке даются фурье-разложением $\chi_{N-1}(\lambda)$ и $\chi_N(\lambda)$, а частоты испытаний равны соответственно $\mathrm{g}\Omega_V/2\pi$ и $\mathrm{g}(\Omega-\Omega_V)/2\pi$.

Формула (9) выражает распределение вероятностей через "элементарные" распределения $P_N^k$, для каждого $N$ даваемые фурье-разложением

$$\chi_N(\lambda)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}P_N^k\ e^{i\lambda k}\ . \tag{10}$$

Вероятности $P_N^k$ — некоторые константы, которые в принципе можно выразить через фурье-гармоники (1) амплитуд рассеяния. Как видно из (9), среднее любой величины $F$ записывается через средние по элементарным распределениям (10). Особенно простая связь получается для кумулянтов (неприводимых средних):

$$\langle\langle F\rangle\rangle=\frac{\mathrm{g}\Omega_V t}{2\pi}\langle\langle F\rangle\rangle_N+\frac{\mathrm{g}(\Omega-\Omega_V)t}{2\pi}\langle\langle F\rangle\rangle_{N-1}\ . \tag{11}$$

Поскольку $P_N^k$ есть просто константы, выражение (11) дает явную зависимость любого среднего от $V$, $\Omega$ и $t$.

Заметим, что соотношение (11) может служить объяснением результатов вычисления флуктуаций тока [5]. Было показано, что интенсивность шума $S_\omega=\langle\langle I_\omega I_{-\omega}\rangle\rangle$ при $\omega=0$ является кусочно линейной функцией $V$, имеющей изломы при всех $V_N=N\hbar\Omega/e$. В свете (11) этот результат приобретает совершенно ясный смысл, поскольку каждое $V_N$ представляет собой порог, при переходе через который меняется структура распределения вероятностей. При $V=V_N$ распределение "чистое", то есть просто $P_N^k$, а при $V_N<V<V_{N+1}$ — смесь $P_N^k$ и $P_{N+1}^k$ в пропорции $V_{N+1}-V\ :\ V-V_N$. По разные стороны от $V_N$ распределение есть смесь различных распределений: $P_N^k$, $P_{N-1}^k$ при $V<V_N$, и $P_N^k$, $P_{N+1}^k$ при $V>V_N$. Поэтому производная $\partial S_0/\partial V$ при $V=V_N$ должна иметь скачок, который можно выразить через второй момент распределений $P_N^k$, $P_{N-1}^k$, $P_{N+1}^k$ как

$$\frac{\mathrm{g}e^3}{\pi\hbar}(2\langle\langle k^2\rangle\rangle_N-\langle\langle k^2\rangle\rangle_{N-1}-\langle\langle k^2\rangle\rangle_{N+1})\ , \tag{12}$$

(нетрудно проверить, что $S_0 = \langle\langle q^2(t)\rangle\rangle/\pi t$, где $q(t)$ — заряд, протекший за время $t$).

*Вычисление вероятностей.* В качестве примера рассмотрим случай, когда амплитуды (1) содержат только две гармоники:

$$A_{L,0} = A, \quad A_{L,-1} = a, \quad B_{L,0} = B, \quad B_{L,-1} = b,$$

$$A_{R,m} = \tilde{A}_{L,-m}, \quad B_{R,m} = -\bar{B}_{L,-m} \ . \tag{13}$$

Условие унитарности требует $|A|^2 + |a|^2 + |B|^2 + |b|^2 = 1, \quad A\bar{a} + B\bar{b} = 0$. Особенность выбранных амплитуд рассеяния — запрет на изменение энергии при рассеянии более чем на фиксированную величину, в данном случае равную $\hbar\Omega$. Для всех амплитуд, обладающих таким свойством, вычисление детерминанта бесконечной матрицы $\mathrm{S}_N$ сводится к извлечению квадратного корня из детерминанта конечной матрицы. Действительно, легко проверить, что

$$\det\mathrm{S}_N \ \det\mathrm{S}_N^+ = \det(1 + \theta_N \mathrm{A}^+\tilde{\mathrm{A}}(1-\theta_N) + (1-\theta_N)\tilde{\mathrm{A}}^+\mathrm{A}\theta_N) \ , \tag{14}$$

поскольку ${\theta_N}^2 = \theta_N$ и $(1-\theta_N)^2 = 1 - \theta_N$. Имея в виду, что $\theta_N(1-\theta_N) = 0$, замечаем, что $\theta_N\mathrm{A}^+\tilde{\mathrm{A}}(1-\theta_N)$ и $(1-\theta_N)\tilde{\mathrm{A}}^+\mathrm{A}\theta_N$ имеют лишь конечное число ненулевых матричных элементов, а поэтому матрица под знаком детерминанта в правой части (14) отлична от 1 лишь в конечном числе строк и столбцов. В принципе, вычисление такого детерминанта элементарно.

Вместо того чтобы использовать описанный метод, мы вычислим $\chi(\lambda)$ другим способом, физический смысл которого более прозрачен. Начнем со следующего замечания. Вероятности в формуле (3) определяются только *заполненными* каналами, и, значит, не могут стать другими при изменении амплитуд рассеяния из пустых каналов. Поэтому мы вправе сделать любое преобразование матрицы $\mathrm{A}$, затрагивающее только столбцы с номерами $(L, m)$, $m > 0$, и $(R, m)$, $m > N$, и оставляющее ее унитарной. Выберем новые амплитуды $\mathrm{A}'$ следующим образом. Положим $N' = 1 + \max(0, N)$. В канале $|R, N'\rangle$ оставим только две амплитуды,

$$\langle R, N'|\mathrm{A}'|R, N'\rangle = \ u\bar{A}, \ \ \langle L, N'|\mathrm{A}'|R, N'\rangle = \ -u\bar{B}, \ \ u = 1/\sqrt{|A|^2 + |B|^2} \ , \tag{15}$$

а в каналах с бóльшими энергиями положим $\langle\alpha_2 m_2|\mathrm{A}'|\alpha_1 m_1\rangle = \delta_{\alpha_2\alpha_1}\delta_{m_2 m_1}$, $m_1 > N'$, то есть просто подставим столбцы единичной матрицы. Получается

$$\begin{array}{c}
\overbrace{\qquad\quad}^{m=N'-3}\quad\overbrace{\qquad\quad}^{m=N'-2}\quad\overbrace{\qquad\quad}^{m=N'-1}\quad\overbrace{\qquad\quad}^{m=N'}\quad\overbrace{\qquad\quad}^{m=N'+1}
\end{array}$$

$$\mathrm{A}' = \left[\begin{array}{cccccccccccc}
\ddots & & \ddots & & & & & & & & & \\
& A & -\bar{B} & a & 0 & & & & & & & \\
\ddots & B & \bar{A} & b & 0 & & & & & \mathrm{O} & & \\
& 0 & -\bar{b} & A & -\bar{B} & a & 0 & & & & & \\
& 0 & \bar{a} & B & \bar{A} & b & 0 & & & & & \\
& & & 0 & -\bar{b} & A & -\bar{B} & a & 0 & & & \\
& & & 0 & \bar{a} & B & \bar{A} & b & 0 & & & \\
& & & & & 0 & -\bar{b} & A & -u\bar{B} & 0 & 0 & \\
& & & & & 0 & \bar{a} & B & u\bar{A} & 0 & 0 & \\
& & \mathrm{O} & & & & & 0 & 0 & 1 & 0 & \ddots \\
& & & & & & & 0 & 0 & 0 & 1 & \\
& & & & & & & & & \ddots & & \ddots
\end{array}\right] . \tag{16}$$

Нетрудно проверить, что замена $\mathbf{A}$ на $\mathbf{A}'$ оставляет матрицу унитарной. Важным для нас результатом такого преобразования является то, что исчезло рассеяние из каналов $m \le N'$ в пустые каналы $m > N'$. По этой причине можно каналы $m > N'$ вообще из задачи исключить. Таким образом, приходим к новой формулировке, в которой число пустых каналов *конечно*.

Последний шаг заключается в переходе к дыркам. При этом пустые каналы превращаются в заполненные, а заполненные — в пустые. Благодаря переходу от $\mathbf{A}$ к $\mathbf{A}'$ число заполненных (дырками) каналов оказывается конечным и равным $|N|+2$, что позволяет выразить многочастичные вероятности в формуле (3) обычным образом как альтернированные произведения одночастичных дырочных амплитуд (см. [4]).

Скажем, при $N=0$ имеется два дырочных канала. Поэтому вероятности элементарных процессов есть квадраты двухчастичных амплитуд, даваемых минорами $2\times 2$ матрицы $\mathbf{A}'$, причем столбцы миноров следует брать соответствующими двум пустым каналам $m=N'$ в матрице (16). Находим пять отличных от нуля амплитуд: $-au\bar{B}$, $au\bar{A}$, $-bu\bar{B}$, $bu\bar{A}$, $u^{-1}$. Поток заряда есть $-1$ для первой амплитуды, $+1$ для четвертой, и 0 для остальных. Отсюда находим вероятности:

$$P_0^0 = u^2(|a|^2|A|^2+|b|^2|B|^2)+|A|^2+|B|^2, \quad P_0^{-1}=u^2|a|^2|B|^2 \ , \quad P_0^1=u^2|b|^2|A|^2 \ .$$

При $N=-1$ будет три дырочных канала, поэтому амплитуды надо брать трехчастичные, составляя миноры $3\times 3$ из трех последних столбцов $\mathbf{A}'$ с $m\le N'$. Получается всего две амплитуды, $-u\bar{B}$ и $u\bar{A}$, квадраты которых дают вероятности

$$P_{-1}^0=u^2|B|^2 \ , \ P_{-1}^1=u^2|A|^2 \ .$$

Для произвольного $N$ находим вероятности $P_N^k$ из рекуррентных соотношений, которые можно вывести, разлагая соответствующие миноры $|N|+2\times|N|+2$ по первому и второму столбцу. При $N<0$ имеем

$$P_N^k = (|a|^2+|A|^2)P_{N+1}^{k-1}+(|b|^2+|B|^2)P_{N+1}^k-|a|^2|A|^2(P_{N+2}^{k-2}-2P_{N+2}^{k-1}+P_{N+2}^k) \ .$$

Отсюда нетрудно получить производящую функцию

$$P^-(x,z)=zu^2\frac{|A|^2x+|B|^2-|A|^2|a|^2z(x-1)^2}{1-z[(|A|^2+|a|^2)x+|B|^2+|b|^2]+|A|^2|a|^2z^2(x-1)^2} \ , \tag{17}$$

разложение которой в ряд по степеням $z$ и $x$ дает вероятности

$$P^-(x,z)=\sum_{N<0}\sum_{k=0}^{|N|} P_N^k x^k z^{|N|} \ . \tag{18}$$

Производящие функции $\chi_N(\lambda)$ связаны с $P^-$ так:

$$P^-(e^{i\lambda},z)=\sum_{N<0} z^{|N|}\chi_N(\lambda) \ . \tag{19}$$

Аналогично можно рассмотреть $N>0$. В этом случае удобно ввести

$$P^+(y,z)=\sum_{N\ge -1}\sum_{k=-1}^{|N|} P_N^{-k}y^k z^N \ . \tag{20}$$

Составляя рекуррентные соотношения, находим

$$P^+(y,z)=\frac{u^2}{yz}\frac{|A|^2+|B|^2y-|A|^2|B|^2z(y-1)^2}{1-z[(|A|^2+|a|^2)y+|B|^2+|b|^2]+|A|^2|a|^2z^2(y-1)^2}\ . \tag{21}$$

Как и в случае $P^-$, функции $\chi_N(\lambda)$ даются разложением по $z$, которое для $P^+$ начинается с $z^{-1}$.

Отметим, что использованный нами переход к задаче для дырок, хотя и делает вычисление весьма простым, сам по себе не вполне тривиален. При получении матрицы $\mathbf{A}'$ обрубанием $\mathbf{A}$ с последующей ортогонализацией возникают дырочные амплитуды типа $-u\bar{B}$, отсутствующие среди матричных элементов $\mathbf{A}$ или $\mathbf{A}^+$.

Существенная особенность задачи, которую иллюстрируют явные выражения для вероятностей (17) и (21), — "элементарность" распределений $P_N^k$. Распределения с бо́льшими $N$ не редуцируются к распределениям с меньшими $N$, в отличие, скажем, от $P_N^k=p^k(1-p)^{N-k}C_N^k$, для которых характеристические функции факторизуются: $\chi_N(\lambda)=[\chi_1(\lambda)]^N$, $\chi_1(\lambda)=1-p+p\ e^{i\lambda}$. Неразложимость наших $\chi_N(\lambda)$ связана с тем, что различными исходами являются когерентные многочастичные процессы рассеяния. Их вероятности, даваемые квадратами многочастичных амплитуд, вообще говоря, не сводятся к одночастичным вероятностям.

Мы благодарны Г.Б.Лесовику за полезные обсуждения. Один из нас (Л.Л.) благодарен фонду Альфреда П. Слоана за поддержку.

---

1. Г.Б.Лесовик, Письма в ЖЭТФ **49**, 513 (1989).
2. B.Yurke and G.P.Kochanski, Phys. Rev. **41**, 8184 (1989).
3. M. Büttiker, Phys. Rev. Lett. **65**, 2901 (1990); M. Büttiker, in: Granular Nanoelectronics, D.K.Ferry (ed.), Plenum Press, New York (1991).
4. Л.С.Левитов, Г.Б.Лесовик, Письма в ЖЭТФ, в печати.
5. G.B.Lesovik, L.S.Levitov, Noise in an AC biased junction. Non-stationary Aharonov-Bohm effect, preprint.