

**К ВОПРОСУ О ГИСТЕРЕЗИСЕ ВОЛЬТ-АМПЕРНОЙ
ХАРАКТЕРИСТИКИ ТУННЕЛЬНОГО КОНТАКТА ВБЛИЗИ
ПОРОГА $eV = \Delta_1 + \Delta_2$**

*Ю.Н.Овчинников, А.Ю.Овчинников**

*Институт теоретической физики им.Л.Д.Ландау РАН
117334 Москва, Россия*

**Институт физики твердого тела РАН
142432 Черноголовка, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 2 сентября 1993 г.

Частицы нормальной фазы на поверхности диэлектрика, разделяющего два сверхпроводника, приводят к появлению падающего участка на вольт-амперной характеристике в надпороговой области $eV > \Delta_1 + \Delta_2$.

В модели БКШ на вольт-амперной характеристике туннельного контакта возникает скачок при напряжении eV , равном сумме щелей в спектре одиночичных возбуждений двух сверхпроводников [1,2]:

$$eV = \Delta_1 + \Delta_2. \quad (1)$$

Величина скачка зависит от температуры, но остается конечной вплоть до температуры перехода.

При температуре, равной нулю, для идеального сверхпроводника величина тока через контакт определяется выражением [2]

$$eR_N j_{(0)} = - \begin{cases} 0; & eV < \Delta_1 + \Delta_2 \\ \frac{\pi\sqrt{\Delta_1\Delta_2}}{2} \left(1 + \frac{3(\Delta_1 + \Delta_2)(eV - \Delta_1 - \Delta_2)}{8\Delta_1\Delta_2} \right); & 0 < eV - \Delta_1 - \Delta_2 \ll \Delta_{1,2} \end{cases}, \quad (2)$$

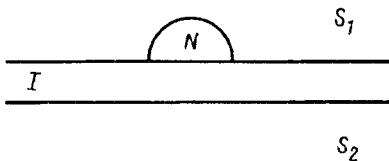
где R_N – величина сопротивления контакта в нормальном состоянии.

Различные механизмы расспаривания, всегда имеющиеся в сверхпроводнике, размывают особенность в плотности состояний. В результате ступенька на вольт-амперной характеристике также размывается. Для сверхпроводников с парамагнитными примесями ширина области перехода порядка $\Delta(\tau_s\Delta)^{-2/3}$, где τ_s – время пробега с переворотом спина. При этом дифференциальное сопротивление всюду неотрицательно.

Мы покажем, что капли нормального металла на поверхности диэлектрика (см. рисунок) также приводят к размытию особенности в плотности состояний. Тем не менее, такие дефекты приводят к вкладу в вольт-амперную характеристику, имеющему отрицательный наклон.

Во втором порядке по прозрачности барьера при нулевой температуре одиночичный ток j через барьер в неоднородных сверхпроводниках может быть записан в виде [3]

$$SeR_N j = - \int_{E_1}^{eV - E_2} d\epsilon \int_S \operatorname{Re}\alpha_1(\epsilon) \operatorname{Re}\alpha_2(eV - \epsilon) dS, \quad (3)$$



Капелька нормального металла (N) на поверхности изолятора (I), разделяющего два сверхпроводника S_1, S_2

где S – площадь контакта, $E_{1,2}$ – щели в спектре одночастичных возбуждений. Запаздывающие функции Грина α, β для сверхпроводников с малой длиной свободного пробега электронов l , много меньшей корреляционной длины, удовлетворяют системе уравнений [4]

$$-D \frac{\partial}{\partial r} \left(\alpha \frac{\partial \beta}{\partial r} - \beta \frac{\partial \alpha}{\partial r} \right) + 2i(\alpha \Delta - \beta \epsilon) = 0, \quad \alpha^2 - \beta^2 = 1, \quad (4)$$

и граничным условиям на поверхности раздела сверхпроводник – нормальный металл [5]

$$\begin{aligned} \beta_+ &= \beta_-, \\ \left(\nu D \frac{\partial \beta}{\partial n} \right)_+ &= \left(\nu D \frac{\partial \beta}{\partial n} \right)_-, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\nu = mp_0/2\pi^2$ – плотность состояний на поверхности Ферми, $D = v l_{tr}/3$ – коэффициент диффузии.

Для вычисления величины тока в формуле (3) нам понадобится функция α в области энергий, близких к Δ . В этой области функции $|\alpha|, |\beta| \gg 1$ и система уравнений (4) может быть сведена к одному более простому уравнению

$$-D \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\beta} \frac{\partial \beta}{\partial r} \right) + 2i\Delta \left(\beta + \frac{1}{2\beta} \right) - 2i\epsilon\beta = 0. \quad (6)$$

Уравнение (6) мы решим в двух случаях: слой нормального металла толщиной d нанесен на поверхность диэлектрика, и капля нормального металла в форме полусферы радиуса R нанесена на диэлектрик.

При однородном покрытии диэлектрика слоем нормального металла толщиной d из уравнения (6) и граничного условия (5) находим

$$\beta = \begin{cases} C_0 - \frac{i\epsilon C_0^2}{D_N} z^2 - \frac{2C_0^4 \epsilon^2}{3D_N^2} z^4 + \dots; & 0 \leq z \leq d \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\Delta}{\epsilon - \Delta}} + A \exp \left[- \left(\frac{-i2\sqrt{2}}{D_S} \sqrt{\Delta(\epsilon - \Delta)} \right)^{1/2} z \right]; & d \leq z \end{cases}, \quad (7)$$

где коэффициенты C_0 , A равны

$$C_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\Delta}{\epsilon - \Delta}} + \frac{i\Delta^2}{\epsilon - \Delta} \frac{\nu_N}{\nu_S \sqrt{D_S}} \frac{d}{(-i \cdot 2\sqrt{2\Delta(\epsilon - \Delta)})^{1/2}},$$

$$A = \frac{i\Delta^2 d \nu_N}{\nu_S \sqrt{D_S} (\epsilon - \Delta) (-i \cdot 2\sqrt{2\Delta(\epsilon - \Delta)})^{1/2}}. \quad (8)$$

Формулы (7), (8) справедливы в области

$$|\epsilon - \Delta| \gg \frac{\Delta^3 d^4}{D_N^2}, \quad |\epsilon - \Delta| \gg \Delta \left(\frac{\nu_N}{\nu_S} \right)^{4/3} \left(\frac{d^2 \Delta}{D_S} \right)^{2/3}. \quad (9)$$

Аналогичным образом может быть рассмотрен случай капли нормального металла на диэлектрике. Решение уравнения (6) в этом случае есть

$$\beta = \begin{cases} -C_0 \frac{i\epsilon C_0^2}{3D_N} r^3 - \frac{4\epsilon^2 C_0^3}{45D_N^2} r^4 + \dots; & r \leq R \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\Delta}{\epsilon - \Delta}} + \frac{A}{\sqrt{r}} K_{1/2} \left[-i \left(\frac{i \cdot 2\sqrt{2}}{D_S} \sqrt{\Delta(\epsilon - \Delta)} \right)^{1/2} r \right]; & r \geq R \end{cases}, \quad (10)$$

где $K_{1/2}(x)$ – функция Бесселя, а коэффициенты C_0 , A равны

$$A = i \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\Delta^2}{\epsilon - \Delta} \frac{\nu_N}{3\nu_S D_S} \left[-i \left(\frac{i \cdot 2\sqrt{2}}{D_S} \sqrt{\Delta(\epsilon - \Delta)} \right)^{1/2} \right]^{1/2} R^3,$$

$$C_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\Delta}{\epsilon - \Delta}} + \frac{i\Delta^2 R^2}{3D_N(\epsilon - \Delta)} \left(\frac{1}{2} + \frac{\nu_N D_N}{\nu_S D_S} \right). \quad (11)$$

Формулы (10), (11) применимы в области энергий

$$|\epsilon - \Delta| \gg \frac{\Delta^3 R^4}{18D_N^2}, \quad |\epsilon - \Delta| \gg \frac{R^4 \Delta^3}{10D_S^2} \left(\frac{\nu_N}{\nu_S} \right). \quad (12)$$

Положим

$$\delta E = \max \left\{ \frac{\Delta^3 d^4}{D_N^2}, \Delta \left(\frac{\nu_N}{\nu_S} \right)^{4/3} \left(\frac{d^2 \Delta}{D_S} \right)^{2/3} \right\} \quad (13)$$

при однородном покрытии нормальным металлом толщиной d диэлектрика. Тогда в области напряжений

$$\delta E \ll eV - E_1 - E_2 \ll E_{1,2} \quad (14)$$

выражение (3) для плотности тока может быть представлено в виде

$$j = j_{(0)} + j_{(1)} + j_{(2)}, \quad (15)$$

где величина $j_{(0)}$ определяется формулой (2), а токи $j_{(1),(2)}$ связаны с наличием прослойки нормального металла в первом, соответственно втором, сверхпроводниках и равны

$$eR_N j_{(1)} = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \int \limits_{\gamma} d\epsilon \frac{\sqrt{\Delta_2}}{\sqrt{2\sqrt{eV - E_1 - E_2 - \epsilon}}} \frac{i\Delta_1^2}{\epsilon} \frac{\nu_N^{(1)}}{\nu_S^{(1)} \sqrt{D_S^{(1)}}} \times$$

$$\times \frac{d_1}{(-i \cdot 2\sqrt{2\Delta_1}\epsilon)^{1/2}} = \frac{\sqrt{\Delta_2}}{(eV - \Delta_1 - \Delta_2)^{3/4}} \frac{\nu_N^{(1)} \Delta_1^{7/4}}{\nu_S^{(1)} \sqrt{D_S^{(1)}}} \frac{d_1 B(-1/4, 1/2)}{2^{7/4}}, \quad (16)$$

где $B(-1/4, 1/2) = -[4\sqrt{\pi}\Gamma(3/4)]/\Gamma(1/4)$ – B -функция Эйлера. Интеграл в формуле (16) берется по контуру, выходящему из точки $eV - E_1 - E_2 - i0$, огибающему точку 0 и оканчивающемуся в точке $eV - E_1 - E_2 + i0$.

Ток $j_{(2)}$ определяется формулой (16) с заменой индексов ($1 \rightleftharpoons 2$).

При малой толщине прослойки из нормального металла $d_{1,2} \ll \xi$ токи $j_{(1),(2)}$ малы по сравнению с $j_{(0)}$, но дифференциальное сопротивление отрицательно в широкой области, определяемой условиями

$$\begin{aligned} \Delta \left(\frac{\nu_N}{\nu_S} \right)^{4/3} \left(\frac{d^2 \Delta}{D_S} \right)^{2/3} \ll eV - \Delta_1 - \Delta_2 < \left[-\frac{2^{1/4} \Delta_1 \Delta_2 B(-1/4, 1/2)}{\pi(\Delta_1 + \Delta_2)} \times \right. \\ \times \left. \left(\frac{d_1 \nu_N^{(1)} \Delta_1^{5/4}}{\nu_S^{(2)} \sqrt{D_S^{(1)}}} + \frac{d_2 \nu_N^{(2)} \Delta_2^{5/4}}{\nu_S^{(2)} \sqrt{D_S^{(2)}}} \right) \right]^{4/7}. \end{aligned} \quad (17)$$

Область отрицательного дифференциального сопротивления оказывается достаточно широкой и по параметру $(\xi/d)^{16/21}$ больше области размытия скачка (до точки срыва) на вольт-амперной характеристике.

Аналогичная картина возникает и во втором случае, когда на поверхности диэлектрика имеются капли нормального металла. В области напряжений, ограниченной условиями (14), выражение для тока определяется формулой (15), где

$$\begin{aligned} SeR_N j_{(1)} = \operatorname{Re} \sum_i \sqrt{\pi} \sqrt{\Delta_2} R_i^3 \frac{\nu_N^{(1)} \Delta_1^2}{3\nu_S^{(1)} \sqrt{D_S^{(1)}}} \int d\epsilon \frac{1}{\epsilon \sqrt{eV - \Delta_1 - \Delta_2 - \epsilon}} \times \\ \times \frac{1}{(i \cdot 2\sqrt{2\Delta_1}\epsilon)^{1/2}} \int_0^\infty dr \sqrt{r} K_{1/2}(r) = \sum_i \frac{\pi \sqrt{\Delta_2}}{(eV - \Delta_1 - \Delta_2)^{3/4}} \times \\ \times \frac{\nu_N^{(1)}}{3\nu_S^{(1)} \sqrt{D_S^{(1)}}} \frac{\Delta_1^{7/4}}{2^{3/4}} R_i^3 B(-1/4, 1/2). \end{aligned} \quad (18)$$

Контур интегрирования в формуле (18) тот же самый, что и в формуле (16). Сумма по i в формуле (18) означает суммирование по всем каплям на поверхности диэлектрика. Ток $j_{(2)}$ определяется формулой (18) с заменой индексов ($1 \rightleftharpoons 2$).

Введем эффективную толщину прослойки по формуле

$$d_{\text{эфф}} = \sum_i V_i / S, \quad (19)$$

где $V_i = 2\pi R_i^3 / 3$ – объем капли в форме полусфера. Тогда формулы (16), (18), выраженные через $d_{\text{эфф}}$, полностью совпадут.

Таким образом, в модели БКШ любая прослойка нормального металла или сверхпроводника с меньшим значением температуры перехода на слое диэлектрика, приводит к появлению в надпороговой области участка с отрицательным значением дифференциального сопротивления.

В реальных сверхпроводниках картина существенно более сложная. Как было отмечено выше, существуют различные механизмы расспиривания, приводящие к размытию скачка на вольт-амперной характеристике.

Например, парамагнитные примеси приводят к монотонной зависимости $I(V)$ при всех значениях напряжения. В результате область отрицательного дифференциального сопротивления может и не появиться. Экспериментально наблюдаются оба типа вольт-амперной характеристики [1].

-
1. A.Barone and G.Paterno, Physics and Applications of the Josephson Effect, Wiley, New York, 1982.
 2. А.И.Ларкин, Ю.Н.Овчинников, ЖЭТФ **51**, 1535 (1966).
 3. A.I.Larkin and Yu.N.Ovchinnikov, Dissipative Quantum Mechanics of Josephson Junctions. Elsevier Science Publishers B.V. 1992. Quantum Tunnelling in condensed Media. Edited by Yu.Kagan and A.J.Leggett.
 4. А.И.Ларкин, Ю.Н.Овчинников, ЖЭТФ **72**, 299 (1977).
 5. Z.G.Ivanov, M.Yu.Kupriyanov, K.K.Liharev, and O.V.Snigirev, J. de Phys. **39**, C6-556 (1978).