Письма в ЖЭТФ, том 58, вып.9, стр.740 - 743 ©1993 г. 10 ноября

КРИСТАЛЛИЗАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ В ^{3}He

А.Ф.Андреев

Институт физических проблем им. П.Л.Капицы РАН
117334 Москва, Россия

Поступила в редакцию 30 сентября 1993 г.

Рост и плавление кристаллов ^{3}He, спин-поляризованных магнитным полем, при температурах ниже антиферромагнитного перехода (и сверхтекучего перехода в жидкости) сопровождается наряду с массовыми, также и сверхтекучими спиновыми токами. В полях, слабых по сравнению с обменными, происходит изменение характера кристаллизационных волн в связи с тем, что спиновые токи начинают играть доминирующую роль. Спектр волн приобретает звуковой характер со скоростью, обратно пропорциональной магнитному полю.

Кристаллизационные волны на границе твердого и сверхтекучего ^{4}He являются [1,2] результатом квантового бездиссипативного характера процессов роста и плавления кристалла. Потенциальной и кинетической энергиями колебаний являются (см. [3]) соответственно поверхностная энергия изогнутой межфазной границы и кинетическая энергия сверхтекучего потока массы, возникающего из-за разности плотностей жидкой и твердой фаз. Естественно ожидать, что подобное явление должно наблюдаться также и в ^{3}He при температурах ниже температур перехода жидкости в сверхтекучее состояние и антиферромагнитного перехода в твердой фазе. Магнетизм жидкой и твердой фаз определяет специфические особенности кристаллизационных волн в ^{3}He, являющиеся предметом настоящей работы.

Наиболее существенной особенностью является изменение характера кристаллизации и плавления в магнитном поле. В этом случае твердая и жидкая фазы характеризуются различными значениями не только массовой плотности, но и еще одной сохраняющейся (приближенно) величины – плотности спина. В высокотемпературной области из-за чрезвычайно большой величины времени свободного пробега фермиевских квазичастиц жидкость, появляющаяся при плавлении спин-поляризованных кристаллов, имеет большую неравновесную спиновую плотность [4-6]. В рассматриваемом случае низких температур обе фазы полностью упорядочены. Поэтому вместо неравновесных спиновых плотностей при росте и плавлении спин-поляризованных кристаллов наряду с массовыми токами в жидкости возникают, причем как в жидкости, так и в кристалле, сверхтекучие спиновые токи.

Кинетической энергией колебаний межфазной границы в кристаллизационной волне является, таким образом, сумма кинетических энергий массового и спинового токов. В отличие от относительной разности массовых плотностей твердой и жидкой фаз, относительная разность спиновых плотностей в магнитном поле отнюдь не мала. Поэтому спиновый ток, как мы увидим ниже, начинает играть определяющую роль в сравнительно слабых полях. В результате кристаллизационные волны приобретают весьма своеобразный характер колебаний, в которых потенциальная энергия связана с орбитальными степенями свободы, а кинетическая – со спиновыми.

Пусть $z = \zeta(x,t) = \zeta_0(t)e^{ikx}$ есть уравнение границы твердой ($z < \zeta$) и жидкой ($z > \zeta$) фаз, слегка выведенной из равновесного положения $z = 0$. Предположим, что температура удовлетворяет условию $T \ll T_N$ (T_N – температура Нееля твердой фазы), а магнитное поле $\mathbf{H}$, направленное по нормали $\hat{z}$ – условию $H \ll H_0$, где $\mu H_0 \sim T_N$, μ – магнитный момент ядра ^{3}He. В этих условиях твердая фаза имеет антиферромагнитную структуру $u2d2$, жидкая фаза – это ^{3}He-B.

Предположим, однако, что магнитное поле велико по сравнению с характерными полями, при которых происходит выстраивание вектора $\mathbf{n}$ анизотропии ^{3}He-B вдоль поля, то есть вдоль оси z, а антиферромагнитного вектора $\mathbf{l}$ твердой фазы – перпендикулярно оси z.

Предположим также, что длина кристаллизационной волны $1/k$ велика по сравнению с дипольной длиной $l_D \sim 10^{-3}$ см, на которой сказывается несохранение спина в жидкой фазе из-за диполь-дипольного взаимодействия спинов. Поскольку аналогичная дипольная длина l_s в твердой фазе удовлетворяет условию $l_s \ll l_D$, спиновые токи в обеих фазах отличны от нуля лишь в узких областях с толщинами l_D и l_s вблизи границы раздела фаз. Задача об их вычислении является фактически одномерной. Можно считать, что углы поворота спинов в уравнениях спиновой гидродинамики [7-9] зависят лишь от координаты z, причем в обеих фазах отличен от нуля лишь угол θ спинового поворота вокруг оси z.

Гидродинамические уравнения для жидкости ($z > 0$) и для кристалла ($z < 0$) имеют вид

$$\ddot{\theta} - c_l^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \Omega_l^2 \theta = 0, \qquad \ddot{\theta} - c_s^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \Omega_s^2 \theta = 0, \tag{1}$$

где c_l, c_s – скорости соответствующих спиновых волн в жидкой и твердой фазах, Ω_l – частота продольного ЯМР резонанса в жидком ^{3}He-B, Ω_s – частота однородных колебаний вектора $\mathbf{l}$ в твердой фазе в плоскости, перпендикулярной магнитному полю. Эта частота зависит от угла φ между нормалью $\hat{z}$ и направлением одного из ребер кубической ячейки кристалла ^{3}He, вдоль которого происходит чередование $uudd$ спинов: $\Omega_s^2 = \Omega_{s0}^2 \sin^2\varphi$, где Ω_{s0} – постоянная [8].

Плотности потока z-компоненты спина в направлении $\hat{z}$ в жидкой j_l и твердой j_s фазах равны

$$j_l = -\frac{\chi_l c_l^2}{\gamma^2}\frac{\partial \theta}{\partial z}, \qquad j_s = -\frac{\chi_\perp c_s^2}{\gamma^2}\frac{\partial \theta}{\partial z}, \tag{2}$$

где χ_l – магнитная восприимчивость ^{3}He-B, $\chi_\perp$ – магнитная восприимчивость твердой фазы в направлении, перпендикулярном $\mathbf{l}$, $\gamma = 2\mu/\hbar$ – гиромагнитное отношение.

В наших условиях частота кристаллизационной волны мала по сравнению с Ω_l и Ω_s. Поэтому первыми членами $\ddot{\theta}$ в обоих уравнениях (1) можно пренебречь. Граничными условиями к этим уравнениям являются: условие конечности $\theta(z)$ при $z \to \pm\infty$, условие непрерывности $\theta(z)$ при $z = 0$ и условие сохранения z-компоненты спина при $z = 0$:

$$j_l - j_s = -(S_s - S_l)\dot{\zeta} = -\frac{\chi_\perp}{\gamma} H \dot{\zeta}. \tag{3}$$

Здесь $S_s = (\chi_\perp/\gamma)H$ и $S_l = (\chi_l/\gamma)H$ – равновесные плотности спина в кристалле и жидкости, $\dot{\zeta}$ – скорость межфазной границы. Мы учли, что $\chi_\perp \gg \chi_l$. Плотность E_s энергии спиновых токов в твердой фазе определяется формулой

$$E_s = \frac{\chi_\perp}{2\gamma^2}\left\{c_s^2\left(\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)^2 + \Omega_s^2\theta^2\right\}. \tag{4}$$

Плотность энергии E_l в жидкости получается из (4) заменой $\chi_\perp$ на χ_l, c_s на c_l и Ω_s на Ω_l.

Решая уравнения (1) с сформулированными выше граничными условиями и подставляя затем решение в (4), получим после интегрирования плотности энергий по z следующее выражение для спиновой части кинетической энергии кристаллизационной волны:

$$\mathcal{E}_{kin} = \frac{1}{4}M_{sp}|\dot{\zeta}|^2,$$

где величина

$$M_{sp} = \frac{\chi_\perp^2 H^2}{c_s\Omega_s\chi_\perp + c_l\Omega_l\chi_l} \tag{5}$$

играет роль спиновой части "массы" единицы площади поверхности.

Потенциальная энергия кристаллизационной волны

$$\mathcal{E}_{pot} = \frac{1}{4}\kappa(k)|\zeta|^2,$$

как и в ^{4}He [1,3], определяется поверхностной жесткостью $\tilde{\alpha}$, которая, очевидно, мало меняется при упорядочении фаз при низких температурах. Имеем [3] $\kappa(k) = \tilde{\alpha}k^2$.

Частота кристаллизационной волны определяется формулой

$$\omega^2(k) = \frac{\tilde{\alpha}k^2}{M(k)}, \tag{6}$$

где $M(k) = M_{sp} + M_m$, M_m определяется, как и в ^{4}He [3], кинетической энергией сверхтекучих массовых токов: $M_m = (\Delta\rho)^2/\rho|k|$, где $\Delta\rho = \rho_c - \rho_l$, ρ_c – плотность кристалла, ρ_l – плотность жидкости. Поскольку $\Delta\rho \ll \rho$ буквой ρ без индекса обозначено общее значение плотности $\rho \approx \rho_l \approx \rho_c$.

Общее выражение для массы $M(k)$ можно записать в следующей форме

$$M(k) = \rho l\left\{\left(\frac{H}{H_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^2\frac{1}{|k|l}\right\}, \tag{7}$$

где введена характерная длина

$$l = \chi_l c_l^2/(c_l\Omega_l\chi_l + c_s\Omega_s\chi_\perp)$$

и характерное поле

$$H_0 = (c_l/\chi_\perp)(\rho\chi_l)^{1/2}.$$

Характерная длина l лишь в несколько раз меньше дипольной длины $l_D \sim c_l/\Omega_l$ в жидкости. Характерное поле H_0 совпадает по порядку величины с обменным полем: $\mu H_0 \sim T_N$.

Пусть магнитное поле удовлетворяет условию $H \gg H_0\Delta\rho/\rho$, то есть параметр $\epsilon = H_0\Delta\rho/(\rho H)$ мал по сравнению с единицей. Тогда в широкой области длин волн, удовлетворяющих неравенству $kl \gg \epsilon^2$, основной вклад в массу (7) дают спиновые токи. Спектр $\omega(k)$ кристаллизационных волн является линейным, $\omega = uk$, со скоростью волн, равной

$$u = \left(\frac{\tilde{\alpha}}{\rho l}\right)^{1/2} \frac{H_0}{H}. \tag{8}$$

Лишь при $kl \ll \epsilon^2$ вкладом спиновых токов можно пренебречь и справедлив обычный [1] закон $\omega \propto k^{3/2}$.

Выражаю благодарность Р.Вагнеру, К.Кешишеву, М.Крусиусу, О.Лоунасмаа, А.Паршину, Э.Сонину, И.Фомину и Г.Харадзе за полезные дискуссии.

---

1. А.Ф.Андреев, А.Я.Паршин, ЖЭТФ **75**, 1511 (1978).
2. К.О.Кешишев, А.Я.Паршин, А.В.Бабкин, Письма в ЖЭТФ **30**, 63 (1979); ЖЭТФ **80**, 716 (1981).
3. A.F.Andreev, in: Progress in Low Temperature Physics (ed. by D.F.Brewer), vol. VIII, North-Holland, 1982, p.67.
4. B.Castaing and P.Nozieres, J. de Physique **40**, 257 (1979).
5. M.Chapelier, G.Frossati, and F.B.Rasmussen, Phys. Rev. Lett. **42**, 904 (1979).
6. G.Schumacher, D.Thoulouze, B.Castaing et al., J. de Phys. Lett. **40**, 143 (1979).
7. W.F.Brinkman and M.C.Cross, in: Progress in Low Temperature Physics (ed. by D.F.Brewer), vol. VIIA, North-Holland, 1978, p.106.
8. D.D.Osheroff, M.C.Cross, and D.S.Fisher, Phys. Rev. Lett. **44**, 792 (1980).
9. А.Ф.Андреев, В.И.Марченко, УФН **130**, 39 (1980).