

Теория вертикального эффекта Холла в размерно-квантованной системе

Л. И. Магарилл, М. В. Энтин¹⁾

Институт физики полупроводников Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 19 марта 2003 г.

Изучается возникновение поперечного перераспределения носителей в двумерной (2D) системе под действием тангенциального электрического поля и магнитного поля, имеющего тангенциальную компоненту. Показано, что в результате перераспределения носителей возникает холловское напряжение между изолированными электродами, размещенными над и под квантовой пленкой. Это напряжение определяется тензором 2D проводимости и поперечной статической электрической поляризуемостью 2D слоя. Найден дополнительный вклад в вертикальное холловское напряжение, обусловленный ориентацией электронных спинов магнитным полем и спин-орбитальным взаимодействием электронов с потенциалом квантовой ямы.

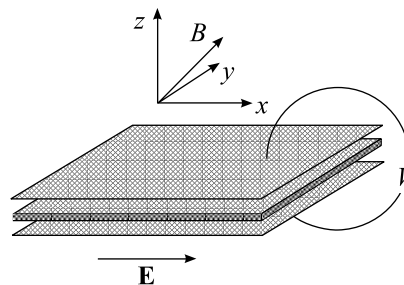
PACS: 71.70.Ej, 73.50.Jt, 73.63.Hs

Введение. Обычно холловское напряжение в 2D системе возникает вдоль поверхности под действием нормальной компоненты магнитного поля. В то же время очевидно, что тангенциальная компонента магнитного поля может вместе с тангенциальным тянущим электрическим полем перераспределить электроны поперек квантового слоя и вызвать появление поперечного напряжения. Этот эффект сравнительно слабый, так как воздействие продольного магнитного поля на электроны уменьшено из-за их квантования. Кроме того, возникающая разность потенциалов не может быть измерена как электродвижущая сила из-за изолированности системы вдоль оси квантования. Тем не менее, вертикальное холловское напряжение измеримо емкостными методами.

Вопрос об ЭДС Холла в направлении неоднородности в классическом электронном газе, заключенном в яму с параболическим потенциалом, изучался довольно давно [1]. Однако нам неизвестны работы, в которых рассматривались бы размерноквантованные системы. В настоящей работе мы найдем вертикальное холловское напряжение в произвольном квантовом слое в наклонном магнитном поле.

Будет также изучен специфический эффект Холла, обусловленный спином электронов и спин-орбитальным взаимодействием. Этот эффект возникает из-за того, что волновые функции электронов с различными направлениями спина и заданным продольным импульсом имеют разную локализацию в вертикальном направлении.

Рассматриваемая геометрия эффекта изображена на рисунке. Мы будем искать линейный отклик разности потенциалов V между верхним и нижним электродом на однородное продольное тянущее электрическое поле \mathbf{E} . В первом приближении по магнитному полю \mathbf{B} в изотропной среде отклик имеет вид



тродом на однородное продольное тянущее электрическое поле \mathbf{E} . В первом приближении по магнитному полю \mathbf{B} в изотропной среде отклик имеет вид

$$V = \lambda[\mathbf{nB}]\mathbf{E}. \quad (1)$$

Здесь $\mathbf{n} = (0, 0, 1)$ – нормаль к плоскости системы, $\mathbf{E} = (E_x, E_y, 0)$, $\mathbf{B} = (B_{||}, B_z)$. Если магнитное поле не мало, симметрия по отношению к отражению координат и вращению плоскости (x, y) дает феноменологическое выражение

$$V = \Lambda\mathbf{E} = \lambda_1([\mathbf{nB}]\mathbf{E}) + \lambda_2(\mathbf{Bn})(\mathbf{BE}), \quad (2)$$

где коэффициенты $\lambda_{1,2}$ являются функциями B_z^2 и $B_{||}^2$. Коэффициент λ_1 меняет знак при отражении времени и, следовательно, связан с диссипацией, а λ_2 не меняется и, вообще говоря, не связан с рассеянием.

Базовые выражения для отклика. Мы будем предполагать, что выполнено условие слабости электрон-электронного взаимодействия и заполнена только

¹⁾e-mail: entin@isp.nsc.ru

нижняя подзона поперечного квантования. Первое условие требует, чтобы $N_s a_B^2 \gg 1$, где N_s – поверхностная концентрация электронов, $a_B = me^2/\kappa$ – эффективный боровский радиус, $-e$ и m – заряд и масса электрона, κ – диэлектрическая проницаемость среды. Второе условие выполняется, если $\pi N_s/m < \varepsilon_1 - \varepsilon_0$, где ε_n – n -й уровень поперечного квантования.

Поправка к плотности заряда $\rho(z)$ в линейном по \mathbf{E} приближении может быть найдена из формулы Кубо [2]. Из уравнения Пуассона следует выражение для наведенной разности потенциалов V между верхней и нижней границами пленки:

$$V = \frac{4\pi}{\kappa} \int_{-\infty}^{\infty} z\rho(z)dz. \quad (3)$$

С помощью (3) и формулы Кубо для вектора \mathbf{A} находим:

$$\mathbf{A} = \frac{4\pi e^2}{\kappa S} \text{Re} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon'}{\delta + i(\varepsilon - \varepsilon')} \frac{f(\varepsilon) - f(\varepsilon')}{\varepsilon' - \varepsilon} \mathbf{D}(\varepsilon, \varepsilon'),$$

$$(\delta \rightarrow +0), \quad (4)$$

$$\mathbf{D} = \langle \text{Sp}(z \delta(\varepsilon - \mathcal{H}) \mathbf{v} \delta(\varepsilon' - \mathcal{H})) \rangle, \quad (5)$$

где \mathbf{v} – оператор скорости электрона, S – площадь системы, $f(\varepsilon) = 1/(\exp(\varepsilon - \zeta)/T + 1)$ – функция Ферми, $\hbar = 1$. Угловые скобки определяют усреднение по примесям. Гамильтониан системы \mathcal{H} включает в себя потенциал квантовой ямы $U(z)$, взаимодействие с рассеивателями $U_{im}(\mathbf{r})$, а также спин-орбитальное взаимодействие со стенками ямы H_{SO} :

$$\mathcal{H} = \frac{(\mathbf{p} + e/c \mathbf{A})^2}{2m} + U(z) + U_{im}(\mathbf{r}) - g\mu_B \mathbf{B}\mathbf{s} + H_{SO} = H + H_{SO}. \quad (6)$$

Здесь \mathbf{p} – оператор импульса, \mathbf{s} – оператор спина, g – фактор Ланде, μ_B – магнетон Бора. Взаимодействие с магнитным полем определяется вектор-потенциалом $\mathbf{A} = \mathbf{A}_{\perp} + \mathbf{A}_{\parallel}$, где $\mathbf{A}_{\perp} = (0, B_z x, 0)$, $\mathbf{A}_{\parallel} = z[\mathbf{B}_{\parallel} \mathbf{n}]$. Спин-орбитальное взаимодействие электронов с потенциалом квантовой ямы $U(z)$ определяется выражением

$$H_{SO} = 2\alpha F[\mathbf{sn}](\mathbf{p} + e/c \mathbf{A}), \quad (7)$$

где $F(z) = \partial U/\partial z$. С учетом спин-орбитального взаимодействия оператор скорости имеет вид

$$\mathbf{v} = (\mathbf{p} + e\mathbf{A}/c)/m + 2\alpha[\mathbf{sn}]F.$$

Мы будем считать, что расстояние между уровнями размерного квантования велико по сравнению с циклотронной частотой и частотой рассеяния. Соответственно, воздействие продольной компоненты магнитного поля на движение электрона в плоскости системы учитывается только в линейном приближении, $H \approx \bar{H} + ze(\mathbf{v} [\mathbf{B}_{\parallel} \mathbf{n}])/c$, где \bar{H} не включает продольной компоненты магнитного поля. Спин-орбитальное взаимодействие также считается малым и учитывается только в виде линейной поправки по α . В то же время действие нормальной компоненты магнитного поля B_z , а также расщепление спиновых состояний будут учитываться точно. Дополнительно мы будем пренебрегать рассеянием с переворотом спина.

Вертикальный эффект Холла в отсутствие спин-орбитального взаимодействия. Вначале найдем поперечное напряжение, пренебрегая спин-орбитальным взаимодействием. Проводя разложение по продольной компоненте магнитного поля, получаем

$$D_i = \frac{e}{4\pi^2 m c} [\mathbf{nB}_{\parallel}]_j < \text{Sp} \left\{ 2m [G^a(\varepsilon') v_j z G^a(\varepsilon') - G^r(\varepsilon') v_j z G^r(\varepsilon')] z (G^a(\varepsilon) - G^r(\varepsilon)) v_i + z (G^a(\varepsilon') - G^r(\varepsilon')) z (G^a(\varepsilon) - G^r(\varepsilon)) \right\} >. \quad (8)$$

Здесь $G^{r,a} = (\varepsilon - \bar{H} \pm i\delta)^{-1}$, $\mathbf{v} = (\mathbf{p} + e\mathbf{A}_{\perp}/c)/m$ – оператор скорости в отсутствие спин-орбитального взаимодействия и продольного магнитного поля. Без ограничения общности можно отсчитывать координату z от среднего значения по основному состоянию в квантовой яме, чтобы $z_{00} = 0$. В предположении слабости рассеяния по сравнению с расстоянием между поперечными уровнями (параметр малости – отношение недиагональных по подзонам матричных элементов $(U_{im}(\mathbf{r}))_{nm}$ к расстояниям между уровнями) функции Грина можно считать диагональными по поперечным состояниям, $G_{nm}(\varepsilon) \approx \delta_{nm} G_n(\varepsilon)$. Типичное слагаемое в следе из выражения (8) имеет вид

$$G_n(\varepsilon') v_j z_{nm} G_m(\varepsilon') z_{mn} G_n(\varepsilon) v_i.$$

Характерные энергии, входящие в окончательный результат, лежат в нижней подзоне поперечного квантования под химическим потенциалом. Основными являются слагаемые с $n = 0$, в которых функции Грина "сидят" вблизи полюсов. Наличие поперечной координаты в шпуре в выражении (8) приводит к тому, что $G_m(\varepsilon')$ будет вдали от полюса. Поскольку разность поперечных энергий превышает взаимодействие с магнитным полем, функцию Грина $G_m(\varepsilon')$

можно заменить на $1/(\varepsilon_0 - \varepsilon_m)$. В результате после упрощения получаем

$$\Lambda_i = \frac{8\pi e}{\kappa c} [\mathbf{nB}_{||}]_k \sigma_{ki} \sum_{n \neq 0} \frac{z_{0n}^2}{\varepsilon_n - \varepsilon_0}, \quad (9)$$

где σ_{ki} дается выражением

$$\sigma_{ki} = \frac{e^2}{S} \text{Re} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon'}{\delta + i(\varepsilon - \varepsilon')} \frac{f(\varepsilon) - f(\varepsilon')}{\varepsilon' - \varepsilon} \times \\ \times < \text{Sp} \{ \delta(\varepsilon' - \bar{H}) v_k \delta(\varepsilon - \bar{H}) v_i \} >. \quad (10)$$

Нетрудно видеть, что σ_{ik} совпадает с тензором проводимости 2D системы в магнитном поле. Сумму в выражении (10) можно связать с поперечной поляризуемостью квантового слоя в расчете на один электрон [3]:

$$\chi = 2e^2 \sum_{n \neq 0} \frac{|z_{n0}|^2}{\varepsilon_n - \varepsilon_0}.$$

В случае параболической квантовой ямы с потенциалом $U(z) = m\Omega^2 z^2/2$ величина $\chi = e^2/m\Omega^2$; для прямоугольной ямы ширины d с бесконечными стенками $\chi = e^2 m d^4 (15 - \pi^2)/12\pi^4$.

Выражая через плотность тока $j_i = \sigma_{ij} E_j$, находим для напряжения

$$V = \frac{4\pi\chi}{\kappa} \frac{1}{ec} [\mathbf{nB}]_j. \quad (11)$$

Согласно (11), поперечное холловское напряжение полностью определяется параметрами квантовой ямы, продольным током и перпендикулярной ему планарной компонентой магнитного поля.

В частном случае параболического потенциала для строго продольного магнитного поля формула (11) приводит к результату, совпадающему с полученным в [1] (формула (20)) для классического электронного газа.

Формула (11) применима без ограничения величины B_z . В частности, ее можно использовать как при $B_z = 0$, так и в режиме квантового эффекта Холла (КЭХ). Продольная компонента должна удовлетворять условию $eB_{||} d^2/c \ll 1$.

Для квантовой ямы на основе GaAs/AlGaAs с толщиной $d = 5 \cdot 10^{-7}$ см оценка напряжения в продольном магнитном поле дает $V[\text{В}] \approx 3 \cdot 10^{-6} B[\text{Тл}] \cdot j[\text{А/см}]$. Поперечное напряжение имеет смысл измерять, если соответствующее электрическое поле превышает тянущее поле; иначе малый “перекоп” структуры приведет к возникновению электрического поперечного поля в отсутствие магнитного. Буквенная оценка отношения этих компонент электрического поля дает

при $B_z = 0$ величину $V/dE \sim N_S d^2 \omega_H \tau d/a_B$, где $\omega_H = eB/mc$, τ – время релаксации электронов. В достаточно сильном магнитном поле этот параметр может превышать единицу.

В режиме КЭХ на плато из (11) получаем $V = \mathbf{B}_{||} EN(e^2/h)(4\pi\chi/\kappa ec)$, где N – фактор заполнения уровней Ландау.

Спиновый эффект Холла. Хотя спин-орбитальное взаимодействие слабое, связанная с ним поправка может стать существенной, так как орбитальный вклад уменьшается с толщиной слоя за счет поперечного квантования.

Разберем физическую причину спинового эффекта Холла. В пренебрежение влиянием магнитного поля на орбитальное движение состояния в квантовой яме могут классифицироваться по проекции спина $s = \pm 1/2$ на направление магнитного поля \mathbf{B} . Усреднение гамильтониана спин-орбитального взаимодействия по состоянию с заданным s определяет эффективную потенциальную энергию $U(z) + 2\alpha s dU/dz(\mathbf{p}[\mathbf{Bn}])/B \approx U(z + 2\alpha s \mathbf{p}[\mathbf{Bn}]/B)$; это означает, что потенциальные ямы для электронов с проекциями спина $s = \pm 1/2$ смещены по вертикали, причем смещение зависит от продольного импульса электрона. Магнитное поле ориентирует спин, а тянущее электрическое поле – импульс, в результате чего возникает вертикальное перераспределение носителей.

В низшем порядке по малым параметрам слагаемые, содержащие спин-орбитальную константу и не содержащие влияния магнитного продольного поля на движение в плоскости, складываются с найденным выше орбитальным вкладом. Мы будем учитывать далее спин-орбитальное взаимодействие электронов в первом порядке по константе α . Поправки возникают как из-за разложения δ -функций в (4) по H_{SO} , так и из-за спин-орбитальной поправки в операторе скорости. После разложения находим вклад в величину \mathbf{D} , обусловленный спин-орбитальным взаимодействием:

$$D_i^{SO} = \\ = \frac{\alpha}{2\pi^2 B^2} [\mathbf{nB}_{||}]_j < \text{Sp} \{ \mathbf{sB} [2m(G^a(\varepsilon') v_j F G^a(\varepsilon') - \\ - G^r(\varepsilon') v_j F G^r(\varepsilon')) z(G^a(\varepsilon) - G^r(\varepsilon)) v_i + \\ + F(G^a(\varepsilon') - G^r(\varepsilon')) z(G^a(\varepsilon) - G^r(\varepsilon))] \} >. \quad (12)$$

Проводя упрощения аналогично (9) и используя тождество $\sum_{n \neq 0} z_{0n} F_{0n} (\varepsilon_n - \varepsilon_0)^{-1} = 1/2$, получаем

$$V^{SO} = \frac{2m\pi\alpha}{\kappa B} [\mathbf{nB}_{||}]_i (\sigma_{ik}^0(\zeta + \omega/2) - \sigma_{ik}^0(\zeta - \omega/2)) E_k. \quad (13)$$

Здесь $\omega = g\mu_B B$, $\sigma_{ik}^0(\zeta)$ – тензор проводимости в отсутствие спинового расщепления, рассматриваемый как функция химического потенциала; этот тензор связан с проводимостью в присутствии расщепления конечно-разностным соотношением $2\sigma_{ik}(\zeta) = \sigma_{ik}^0(\zeta + \omega/2) + \sigma_{ik}^0(\zeta - \omega/2)$. Если спиновое расщепление мало, то для напряжения находим

$$V^{SO} = \frac{2\pi\alpha t g\mu_B}{\kappa} [\mathbf{nB}_{||}]_i \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial \zeta} E_k. \quad (14)$$

Подчеркнем, что полученные в работе результаты не используют ни пренебрежение рассеянием электронов, ни классичность магнитного поля. Как произведение циклотронной частоты на время релаксации $\omega_H \tau$, так и параметры $\zeta \tau$, ω_H / ζ считаются произвольными. Примесное рассеяние считается малым только по сравнению с расстоянием между уровнями поперечного квантования; этот параметр полагают малым в любом случае, когда систему считают двумерной. За исключением этого ограничения, полученные формулы являются точными. Они приме-

нимы как в линейном режиме по магнитному полю, так и в режиме КЭХ по поперечному магнитному полю.

В то же время наш результат учитывает конечность толщины квантового слоя. След от поперечных волновых функций остается только в параметре – поперечной поляризуемости 2D слоя во внешнем однородном электрическом поле. Остальные величины не зависят от структуры поперечной волновой функции.

Авторы благодарны А. В. Чаплику за полезные обсуждения. Работа была поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований # 02-02-16377 и INTAS # 2212.

-
1. Л. И. Магарилл, А. В. Чаплик, *ЖЭТФ* **74**, 2196 (1978).
 2. R. Kubo, *J. Phys. Soc. Japan* **12**, 570 (1957) [перевод в сб. *Вопросы квантовой теории необратимых процессов*, М.: ИИЛ, 1961, стр. 39].
 3. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика (нерелятивистская теория)*, М.: Наука, 1989, стр. 340.