

О механизме инверсий геомагнитного поля

С. Л. Шалимов¹⁾

Институт физики Земли РАН, 123995 Москва, Россия

Поступила в редакцию 11 марта 2003 г.

В приближении Буссинеска система уравнений магнитной гидродинамики для плоского слоя проводящей вращающейся жидкости сведена к модельной системе уравнений Лоренца. В рамках этой модели рассмотрен эффект обращения полярности геомагнитного поля. Инверсии поля связываются с циклон-антициклоническим переброном вихря скорости проводящей жидкости в земном ядре.

PACS: 47.20.-k, 47.32.-y, 91.25.Cw

Известно, что геомагнитное поле генерируется и поддерживается движениями в проводящем и вращающемся вместе с планетой жидком ядре Земли [1]. На земной поверхности, отделенной от жидкого ядра протяженным слоем мантии, основным свидетельством этих движений служат крупномасштабные вариации магнитного поля. Их изучают, используя палеомагнитную запись – фиксацию внешнего магнитного поля в остаточной намагниченности ферромагнитных минералов в процессе их кристаллизации. Палеомагнитные исследования показывают, что за последние несколько миллионов лет интенсивность геомагнитного поля (в первом приближении – диполя, так как в обычном состоянии на дипольную моду приходится около 80% интенсивности) много раз (в среднем 2–3 раза за 10^6 лет) и нерегулярным образом меняла свою полярность на противоположную (инверсии), и даже при сохранении знака диполя его величина хаотически флуктуирует с характерными временами 10^3 – 10^4 лет (экскурсы) [2, 3]. Механизм, объясняющий эти явления, в настоящее время отсутствует.

Сравнительно недавно с использованием суперкомпьютеров были реализованы первые трехмерные численные модели эволюции геомагнитного поля [4, 5]. Во вращающейся с проводящей жидкостью системе координат в приближении Буссинеска решалась самосогласованная система уравнений Навье–Стокса, индукции магнитного поля и теплопроводности. Первый из проведенных расчетов занял 2000 ч компьютерного времени на CRAY-90. Хотя авторам удалось воспроизвести ряд наблюдаемых характеристик геомагнитного поля (морфологию, величину и даже несколько инверсий), но длительность модельного ряда была лишь порядка $4 \cdot 10^4$ лет, что явно недостаточно для сопоставления с наблюдениями.

Кроме того, в этих моделях из соображений устойчивости численных схем для коэффициентов переноса вводили “гипердиффузию” (то есть зависимость коэффициентов от волнового числа). Такие коэффициенты переноса превышают величины даже турбулентных коэффициентов по меньшей мере на порядок и находятся в явном противоречии с предполагаемыми крайне низкими коэффициентами вязкости в жидком ядре. При этом в расчетах получены структуры магнитного поля, которые не наблюдаются на поверхности Земли. Была предпринята целенаправленная попытка ослабить влияние завышенных коэффициентов переноса прежде всего за счет выбора иных граничных условий [5]: на границе ядра и мантии вместо движения жидкости без проскальзывания выбирали движения, в которых сдвиговые напряжения равны нулю. Существенно, что и в этом случае были получены результаты, аналогичные [4] (включая инверсии), что, в частности, указывает на возможность альтернативы при выборе граничных условий в задаче об инверсиях.

Аналитические модели могли бы устранить ряд недостатков численных моделей. Однако даже для турбулентных (без введения гипердиффузии) коэффициентов переноса аналитическая модель, описывающая эволюцию геомагнитного поля, до сих пор не построена (электромеханическая модель Рикитяки [6] здесь не рассматривается как не удовлетворяющая экспериментальным данным [7]). Соответственно, отсутствует описание наблюдаемых изменений интенсивности геомагнитного поля как с инверсиями диполя, так и без них. В настоящей работе предложена простая нелинейная модель, позволяющая исследовать возможный механизм инверсий и экскурсов магнитного поля Земли.

Во вращающейся системе отсчета уравнения магнитной гидродинамики для среднего поля (в прибли-

¹⁾e-mail: shalimov@upei-ras.scgis.ru

жении Буссинеска), описывающие эволюцию геомагнитного поля, имеют вид [1, 8]

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + 2(\mathbf{V} \times \Omega) + \frac{1}{4\pi\rho}(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} + \nu\Delta\mathbf{V} + \mathbf{f}, \quad (1)$$

$$\frac{d\mathbf{B}}{dt} = (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{V} + \nabla \times (\alpha\mathbf{B} - \eta\nabla \times \mathbf{B}), \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (3)$$

Здесь \mathbf{V} , \mathbf{B} – скорость и магнитное поле, ρ , ν , η – массовая плотность, вязкость и коэффициент магнитной диффузии, соответственно, Ω – частота вращения, \mathbf{f} – сумма ускорений сил Архимеда и центробежной, коэффициент α учитывает α – эффект генерации магнитного поля, $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{V} \cdot \nabla$. Силу Архимеда и α –эффект вычисляют из решения задачи без аксиальной симметрии, но здесь для простоты выбираем их в заданном виде.

Рассмотрим бесконечный плоский слой проводящей жидкости (жидкое ядро), ограниченный параллельными плоскостями $z = 0$ (мантия) и $z = h$ (мантия сопряженного полушария) и равномерно вращающийся относительно вертикальной оси z с угловой скоростью $\Omega = \text{const}$. Будем считать, что $V_z = 0$ и, полагая структуру течения по z заданной, введем функцию тока $\psi(x, y, z, t)$ такую, что $\mathbf{V} = (\mathbf{e}_z \times \nabla\psi)$, где \mathbf{e}_z – единичный вектор вдоль вертикали. Величина геомагнитного поля, создаваемого механизмом $\alpha\omega$ -динамо, оценивается как $B_0 \sim (8\pi\rho\Omega\eta)^{1/2}$ [1]. Примем, что поле имеет медленно и быстро меняющиеся компоненты, $B_{0z}(x, \epsilon t)$, $B_{0x}(z, \epsilon t)$ и $\delta\mathbf{B} = \delta B(x, y, t)\mathbf{e}_z$, соответственно. Действуем оператором ротора на уравнение (1) и затем проектируем его и уравнение (2) на вертикальное направление. В результате, пренебрегая изменениями медленной компоненты поля, получим

$$\frac{\partial\omega}{\partial t} = -\frac{\partial(\psi, \omega)}{\partial(x, y)} + \nu\Delta\omega + \frac{1}{4\pi\rho}\frac{\partial B_{0x}}{\partial z}\frac{\partial b}{\partial y}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial\delta B}{\partial t} = -\frac{\partial(\psi, \delta B)}{\partial(x, y)} + \eta\Delta\delta B + \frac{\partial B_{0z}}{\partial x}\frac{\partial\psi}{\partial x}, \quad (5)$$

где $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$, $\omega = -(\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2)$ – завихренность поля скоростей.

Система магнитогидродинамических уравнений (4), (5) имеет вид системы гидродинамических уравнений, которая возникает в задаче о конвективных движениях жидкости в ячейке Хеле–Шоу (где вместо магнитного поля речь идет о температуре) и относится к системам гидродинамического типа [9]. Ко-

нечномерная аппроксимация поля скорости и температуры по методу Галеркина позволяет реализовать, в частности, режимы конвекции типа конвективной петли и четырех вихрей.

Для упрощения задачи будем считать течение однородным по оси z (допуская постоянную скорость вдоль этой оси). Тогда система (4), (5) формально совпадет с той, что возникает в задаче о тепловой конвекции в плоском слое идеальной жидкости, подогреваемой снизу (см., например, [10]). Используем эту аналогию и ограничимся наиболее простым для анализа случаем свободных границ в горизонтальном направлении, когда $\psi = \delta B = 0$ и $\partial^2\psi/\partial x^2 = 0$ при $y = \pm d/2$, где d – характерный горизонтальный масштаб. Ищем приближенное решение системы (4), (5) методом Галеркина в виде

$$\psi = \frac{4\eta}{ab}\sqrt{2}X(\tau) \cdot \sin\frac{a\pi x}{d} \cdot \sin\frac{\pi y}{d}, \quad (6)$$

$$\delta B = \frac{\partial B_{0z}}{\partial x} \frac{d}{r\pi} \times \left[\sqrt{2}Y(\tau) \cdot \cos\frac{a\pi x}{d} \cdot \sin\frac{\pi y}{d} - Z(\tau) \cdot \sin\frac{2\pi y}{d} \right], \quad (7)$$

где $\tau = t(4\pi^2\eta/bd^2)$ – безразмерное время, а константы принимаем равными

$$b = \frac{4}{1+a^2}, \quad r = \frac{Ra}{Ra_c},$$

$$Ra = \frac{1}{4\pi\rho} \frac{\partial B_{0x}}{\partial z} \frac{\partial B_{0z}}{\partial x} \frac{d^4}{\nu\eta}, \quad Ra_c = \frac{64\pi^4}{a^2b^3}.$$

Подставляя выражения (6), (7) в уравнения (4), (5) и отбрасывая все гармоники кроме тех, что учтены в (6), (7), получим следующую систему уравнений:

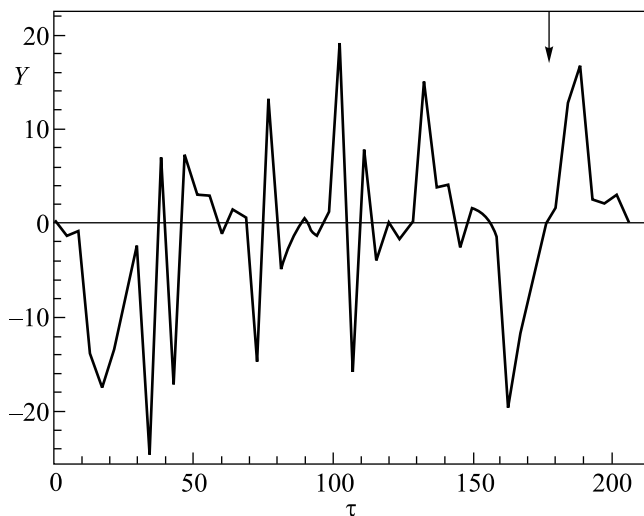
$$dX/d\tau = (Y - X)Pr,$$

$$dY/d\tau = rX - Y - XZ, \quad (8)$$

$$dZ/d\tau = -bZ + XY,$$

где $Pr = \nu/\eta$ – магнитное число Прандтля. Система (8) есть хорошо известная система Лоренца [9,11], которая инвариантна относительно замены $(X, Y, Z) \rightarrow (-X, -Y, Z)$. Эта симметрия связана с двумя неустойчивыми неподвижными точками потока и соответствует двум направлениям конвективного вращения жидкости (по и против часовой стрелки) в состояниях с противоположным знаком моды Y , в данном случае пропорциональной быстро меняющейся компоненте магнитного поля.

Численное решение системы (8) с параметрами $Pr = 20$, $r = 28$, $b = 8/3$, $a^2 = 1/2$ для переменной $Y(\tau)$ (аналогичный вид имеет $X(\tau)$) показано на рисунке. Выбор параметров соответству-



ет следующим оценкам величин [12, 13]: $\eta = 1 \text{ м}^2/\text{с}$, $\partial B_{0x}/\partial z \approx B_{0x}/r_c$, $B_{0x} \approx 0.001 \text{ Тл}$, $B_{0z} = B_{0x}/8$, $r_c \approx 3500 \text{ км}$ – радиус ядра, $\rho \approx 10^4 \text{ кг/м}^3$ – массовая плотность, $d = 1000 \text{ км}$ – масштаб изменения поля. Характерное время – порядка $2 \cdot 10^3$ лет, так что в единицах безразмерного времени τ длительность модельного ряда будет $4 \cdot 10^5$ лет.

При $r = Ra/Ra_c = 28$ в системе Лоренца существует странный аттрактор (см., например, [14]). В данном случае число Рейлея Ra содержит произведение градиентов медленно меняющихся компонент геомагнитного поля $|\partial B_{0x}/\partial z \cdot \partial B_{0z}/\partial x|$, определяющих уровень превышения порога Ra_c для развития неустойчивости. Ограничение неустойчивости происходит за счет нелинейной передачи энергии растущих мод X , Y в затухающую моду Z .

Время диффузии поля в ядре оценивается как $r_c^2/\pi^2\eta \sim 4 \cdot 10^4$ лет. Следовательно, процесс полного обращения полярности геомагнитного поля (инверсии) связывается с достаточно продолжительными (не менее 20τ) колебаниями быстрой компоненты около противоположной неустойчивой стационарной точки. Этого времени достаточно для затухания медленной компоненты и регенерации поля противоположной полярности за счет механизма динамо. Модельный ряд на рисунке содержит одну инверсию (показана стрелкой) в конце интервала расчета, поэтому можно ожидать 3–4 инверсии за 10^6 лет.

В отличие от инверсий экскурсы поля в данной модели связываются со сравнительно кратковременными (с временем жизни менее 20τ) перебросами быстро меняющейся компоненты магнитного поля, что и вызывает флуктуации интенсивности геомагнитного поля на временах порядка 10^4 лет.

Ограничиваясь здесь предварительным сравнением с экспериментом, отметим, что рассмотренному

вихревому течению в жидком ядре Земли можно сопоставить так называемый полярный вихрь – регистрируемое на поверхности Земли антициклоническое (для современной эпохи) перемещение структур магнитного поля [15]. Области неоднородного распределения медленно меняющейся компоненты поля, определяющие неустойчивость течения, ассоциируются с областями (по две в каждом полушарии, отстоящие друг от друга приблизительно на 120° по долготе) максимальной концентрации магнитного потока, зарегистрированными по измерениям со спутников [16].

Таким образом, в предлагаемой модели механизм инверсий геомагнитного диполя обусловлен неоднородным распределением компонент $\partial B_{0x}/\partial z$, $\partial B_{0z}/\partial x$, произведение которых определяет уровень превышения порога для развития неустойчивости течения жидкости и быстро меняющейся компоненты магнитного поля в ядре. Результатом нелинейного взаимодействия последних будет переброс потока жидкости в состояние с противоположным направлением скорости, отвечающее магнитному полю обратной полярности.

1. С. И. Брагинский, ЖЭТФ **47**, 1084 (1964).
2. J. P. Valet and L. Meynadier, Nature **366**, 234 (1993).
3. Г. Н. Петрова, Т. Б. Нечаева, Г. А. Поспелова, *Характерные изменения геомагнитного поля в прошлом*, М.: Наука. 1992.
4. G. A. Glatzmaier and P. H. Roberts, Nature **377**, 203 (1995).
5. W. Kuang and J. Bloxham, Nature **389**, 371 (1997).
6. T. Rikitake, Proc. Cambridge Philos. Soc. **54**, 89 (1958).
7. W. Marzocchi, G. Gonzato, and F. Mulargia, Phys. Earth Planet. Inter. **88**, 88 (1995).
8. Ф. Краузе, К. Х. Рэдлер, *Магнитная гидродинамика средних полей и теория динамо*, М.: Мир. 1984 [F. Krause and K. H. Radler, *Mean-field magnetohydrodynamics and dynamo theory*, Akademie-Verlag, Berlin, 1980].
9. Е. Б. Гледзер, Ф. В. Должанский, А. М. Обухов, *Системы гидродинамического типа*, М.: Наука. 1981.
10. Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкий, *Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости*, М.: Наука, 1972.
11. E. N. Lorenz, J. Atm. Sci. **20**, 130 (1963).
12. P. H. Roberts and G. A. Glatzmaier, Rev. Mod. Phys. **72**, 1081 (2000).
13. D. R. Fearn, Rep. Prog. Phys. **61**, 175 (1998).
14. М. И. Рабинович, УФН **125**, 123 (1978).
15. P. Olson and J. Aurnou, Nature **402**, 170 (1999).
16. D. Gubbins and J. Bloxham, Nature **325**, 509 (1987).