

Два комментария к использованию приближения структурных функций при описании глубоконеупругого рассеяния

Э. Кураев, М. Галынский⁺, А. Ильичев*

Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

⁺Институт физики им. Б. И. Степанова НАНБ, 220072 Минск, Беларусь

*Национальный центр физики частиц и высоких энергий БГУ, 220040 Минск, Беларусь

Поступила в редакцию 17 сентября 2002 г.

После переработки 6 февраля 2003 г.

Механизм радиационного возврата в резонанс может быть эффективно использован для описания радиационных поправок в терминах картины Дрелла–Яна. Предложена процедура итераций. Показано, что кинематическая область $y \rightarrow 1$ может быть описана в терминах модифицированных структурных функций и формфактора Судакова, что существенно меняет результат, полученный как в низшем порядке, так и при учете всех лидирующих порядков теории возмущений.

PACS: 13.40.-f, 13.88.+e, 14.60.Cd, 25.20.Lj

Комментарий 1. В настоящее время принято считать, что процесс глубоконеупругого рассеяния (ГНР)

$$e(p_1) + P(P) \rightarrow e(p_2) + X(P_x) \quad (1)$$

наиболее адекватно описывается с учетом радиационных поправок (РП) в форме сечения процесса Дрелла–Яна (смотри [1, 2] и ссылки там):

$$\frac{d^2\sigma^{obs}(p_1, p_2)}{dQ^2 dy} = \int_{z_{1m}}^1 dz_1 \int_{z_{2m}}^1 dz_2 \frac{1}{z_1^2} \mathcal{D}(z_1, L) \mathcal{D}(z_2, L) \times \frac{d^2\sigma^{hard}(\tilde{p}_1, \tilde{p}_2)}{d\tilde{Q}^2 d\tilde{y}}, \quad (2)$$

где, кроме поправки низшего порядка (см. [3]), содержатся лидирующие поправки во всех порядках теории возмущений (ТВ), которые входят в структурные функции лептонов $\mathcal{D}(z, L)$. Здесь

$$L = \ln(Q^2/m_e^2), \quad p_1^2 = p_2^2 = m_e^2, \quad P^2 = M^2, \\ Q^2 = -(p_1 - p_2)^2 \gg m_e^2, \quad y = \frac{2p_1 q}{2p_1 P}, \quad q = p_1 - p_2. \quad (3)$$

Параметры жесткого сечения в борновском приближении определены так:

$$\tilde{p}_1 = z_1 p_1, \quad \tilde{p}_2 = \frac{p_2}{z_2}, \quad \tilde{Q}^2 = \frac{z_1}{z_2} Q^2, \quad \tilde{y} = 1 - \frac{1-y}{z_1 z_2},$$

а нижние пределы интегрирования имеют вид

$$z_{1m} = \frac{1 + z_{th} - y}{1 - xy}, \quad z_{2m} = \frac{1 - y + xy z_1}{z_1 - z_{th}}, \quad (4) \\ z_{th} = \frac{2m_\pi M}{2p_1 P} \ll 1.$$

Вычисляя интеграл в (2) по доле энергии z_1 , надо иметь в виду две тенденции, обуславливающие поведение подинтегрального выражения. Основная связана со свойством быстрого убывания сечения с ростом Q^2 :

$$\frac{d\sigma^{hard}}{dQ^2 dy} = \frac{1}{[1 - \Pi(Q^2)]^2} \frac{d\sigma_B}{dQ^2 dy} \left(1 + \frac{\alpha}{\pi} K\right), \quad (5)$$

где борновское сечение имеет вид

$$\frac{d\sigma_B}{dQ^2 dy} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4 y} \left[(1 - y - x^2 y^2 \frac{M^2}{Q^2}) F_2(x, Q^2) + xy^2 F_1(x, Q^2) \right], \quad (6)$$

а $\Pi(Q^2)$ – поляризационный оператор виртуального фотона. Явные выражения для K -фактора могут быть найдены, например, в работе [2].

Другая область усиливающих вкладов связана со свойством структурных функций достаточно медленного возрастания для долей энергии, близких к единице:

$$\mathcal{D}(z_1, L) \approx \beta(1 - z_1)^{-1+\beta} \approx \delta(1 - z_1), \\ \beta = \frac{2\alpha}{\pi}(L - 1). \quad (7)$$

Эти две тенденции конкурируют между собой, причем первая является определяющей.

Представим правую часть уравнения (2) в виде

$$\int_{z_{1m}}^1 \frac{dz_1}{z_1^2} \Psi(z_1) = \left(\frac{1}{z_{1m}} - 1 \right) \Psi(z_{1m}) + \int_{z_{1m}}^1 \frac{dz_1}{z_1} (1 - z_1) \frac{d}{dz_1} \Psi(z_1). \quad (8)$$

Здесь мы провели интегрирование “по частям”. Второе слагаемое в правой части (8) меньше первого по порядку величины при $z_{2m} \ll 1$. Усиливающие тенденции в подынтегральном выражении для второго слагаемого в правой части (8) уже одинаковы: $\beta z_1^{-1} (1 - z_1)^{-1+\beta}$.

При интегрировании по z_1 имеется единственная тенденция, обусловленная структурной функцией $\mathcal{D}(z_2, L) \sim \delta(1 - z_2)$. Мы ее здесь не рассматриваем.

Сечение, записанное в форме (8), может быть основой для построения процедуры итераций с использованием непосредственно экспериментальных данных для величины Ψ .

Комментарий 2. При описании экспериментов ГНР анализ данных при $1 - y \ll 1$, как правило, не проводится, поскольку в этой области РП низшего порядка становятся большими, а порой даже превышают 100% [3]. Дополнительный учет лидирующих РП во всех порядках ТВ (2) практически не улучшает ситуацию, а даже усугубляет ее [2]. Эти факты являются причиной, по которой экспериментальные данные в области $y > 0.8$ не рассматриваются.

Обладающее достаточной точностью выражение для сечения в области больших y с учетом РП может быть получено с использованием модифицированного вида структурных функций и введением характерного для этой области подавляющего формфактора Судакова.

Для этой цели рассмотрим РП двух низших порядков ТВ. Наряду с учетом вкладов, происходящих от излучения виртуальных фотонов, необходимо принимать во внимание также и вклады от излучения малоэнергетичных (мягких) реальных фотонов и пар заряженных частиц с энергиями, не превышающими $\Delta\varepsilon \ll \varepsilon$ – величинами порядка энергии рассеянного лептона ε_2 :

$$\Delta\varepsilon \sim \varepsilon_2 = \varepsilon(1 - y) \ll \varepsilon_1 = \varepsilon. \quad (9)$$

Сечение, записанное с учетом РП первого и второго порядков ТВ, может быть выражено через борновское приближение следующим образом:

$$\frac{d\sigma^{obs}}{dydQ^2} = \left[1 + \frac{\alpha}{\pi} \Delta^{(1)} + \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \Delta^{(2)} + \dots \right] \frac{d\sigma_B}{dydQ^2}. \quad (10)$$

Вклад низшего порядка ТВ имеет вид

$$\Delta^{(1)} = (L - 1) \left(\ln \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_1} + \ln \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_2} \right) + \frac{3}{2}L - \frac{1}{2} \ln^2(1 - y) - \frac{\pi^2}{6} - 2 + \text{Li}_2 \left(\frac{1 + \cos\theta}{2} \right), \quad (11)$$

где θ и ε_2 – угол рассеяния и энергия рассеянного лептона в лабораторной системе. Приведенные выше аргументы, касающиеся энергии мягких реальных фотонов и пар, позволяют использовать приближение

$$\ln \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_1} + \ln \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_2} = \ln(1 - y). \quad (12)$$

Лидирующие слагаемые в $\Delta^{(1)}$, содержащие L , ассоциируются с известной Δ -частью ядра уравнения эволюции для структурной функции

$$P^{(1)}(x) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \left\{ \delta(1 - x) P_{\Delta}^{(1)} + \theta(1 - x - \Delta) \frac{1 + x^2}{1 - x} \right\}. \quad (13)$$

Для нашего случая θ -часть $P_{\theta}^{(1)}(x)$, отвечающая излучению жестких коллинеарных фотонов, не работает (основная часть энергии начального лептона передается адронам). Действительно, в случае излучения жесткого фотона начальным электроном абсолютная величина квадрата переданного адрону 4-импульса будет слишком мала: $Q_1^2 \sim \varepsilon^2(1 - y)^2 \ll Q^2 = 2\varepsilon^2(1 - y)(1 - \cos\theta)$. Более того, мы можем считать параметр Δ равным $1 - y$.

Предположение относительно энергий мягких частиц (9) приводит к некоторой модификации $P_{\Delta}^{(1)}$:

$$P_{\Delta}^{(1)} = 2 \ln \Delta + \frac{3}{2} \rightarrow \left(2 \ln(1 - y) + \frac{3}{2} \right) - \ln(1 - y). \quad (14)$$

Поправку второго порядка можно представить в виде суммы вкладов от излучения фотонов (виртуальных и реальных) и образования пар заряженных частиц (также виртуальных и реальных) $\Delta^{(2)} = \delta_{\gamma\gamma} + \delta_{sp}$. Мы можем ограничиться рассмотрением только вкладов от фотонов, заменив постоянную тонкой структуры на “бегущую”.

Вклад в РП от излучения виртуальных и реальных фотонов имеет вид

$$\delta_{\gamma\gamma} = \frac{1}{2} (\Delta^{(1)})^2 - \frac{\pi^2}{3} (L - 1)^2 + \frac{3}{2} L \left(2 + \frac{\pi^2}{6} - \text{Li}_2 \left(\frac{1 + \cos\theta}{2} \right) \right) + O(1). \quad (15)$$

Первые два слагаемые в правой части (15) при $y = 0$ согласуются с предсказанием уравнений эволюции

для структурных функций [4]. В первом слагаемом содержатся выражения типа $\ln^2(1-y)$, $L \ln(1-y)$, которые представляют проявление эффекта подавления сечения по механизму формфактора Судакова. Эти слагаемые становятся существенными в пределе $y \rightarrow 1$.

Рассмотрим теперь сечение ГНР, усредненное по малому интервалу $\tilde{Q}^2 \sim Q^2$, вводя дополнительное интегрирование в правой части (2):

$$\int d\tilde{Q}^2 \delta((z_1 x Q^2 / z_2) - \tilde{Q}^2), \quad x = 1 - (\Delta\epsilon/\epsilon). \quad (16)$$

Малые вариации переданного импульса происходят от эмиссии фотонов (виртуальных и реальных). Используя плавный характер жесткого сечения в этой области, для сечений с учетом РП и без него получим представление

$$\frac{d\sigma^{obs}}{dydQ^2} = \frac{F(x, L)}{[1 - \Pi(Q^2)]^2} \frac{d\sigma_B}{dydQ^2} \left(1 + \frac{\alpha}{\pi} K\right), \quad (17)$$

где

$$F(x, L) = \iint dz_1 dz_2 \mathcal{D}(z_1, L) \mathcal{D}(z_2, L) \theta(xz_1 - z_2). \quad (18)$$

Используя дифференциальные уравнения эволюции для несинглетной структурной функции $\mathcal{D}(x, L)$

$$\frac{\partial \mathcal{D}}{\partial L} = \frac{\alpha(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} P^{(1)}\left(\frac{x}{y}\right) \mathcal{D}(y, L),$$

$$\mathcal{D}(y, 0) = \delta(1-y),$$

где, как обычно, $\alpha(Q^2) = \alpha/[1 - \Pi(Q^2)]$ – “бегущая” константа связи, можно получить дифференциальное уравнение для упомянутой выше $F(x, L)$:

$$\frac{\partial F}{\partial L} = \frac{\alpha(Q^2)}{\pi} \int_x^1 dz P^{(1)}\left(\frac{\xi}{z}\right) F(z, L), \quad (19)$$

$$F(x, 0) = 1.$$

Это уравнение было решено в [4] (мы благодарны Л. Н. Липатову, обратившему наше внимание на работы [5], где был развит аналогичный метод):

$$F(x, L) = \left(\ln \frac{1}{x}\right)^{2\chi} \frac{1}{\Gamma(1+2\chi)} e^{\chi(3/2-2C_E)}, \quad (20)$$

$$\chi = -3 \ln\left(1 - \frac{\alpha}{3\pi} L\right).$$

Слагаемые, содержащие $\ln(1-y)$, не принимались во внимание в приведенной процедуре исследования эволюции.

Аргументы, основанные на факторизации инфракрасных расходимостей в форме множителя Йени–Фраучи–Суура [6], а также теореме Блоха–Нордсика о замене (в результате учета излучения мягких частиц) логарифма отношения массы лептона к “массе фотона” на $\ln(\Delta\epsilon/\epsilon)$, позволяют утверждать, что слагаемые, содержащие $\ln(1-y)$, могут быть учтены в виде универсального экспоненциального множителя.

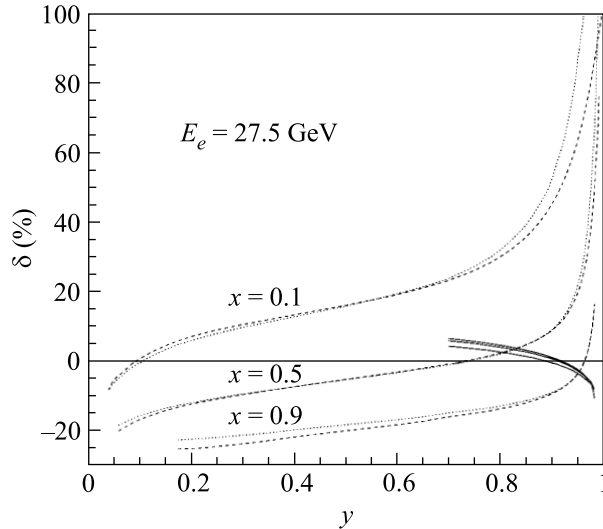
Заменяя $\ln(1/x) = 1-y$, получим:

$$\frac{d\sigma_{y \rightarrow 1}^{obs}}{dQ^2 dy} = \frac{1}{[1 - \Pi(Q^2)]^2} \frac{d\sigma_B}{dQ^2 dy} R \left(1 + \frac{\alpha}{\pi} K\right),$$

$$R = \frac{(1-y)^{2\chi}}{\Gamma(1+2\chi)} \exp\left[\left(\frac{3}{2} - 2C_E\right)\chi\right] \times \quad (21)$$

$$\exp\left[-\frac{\alpha}{2\pi} \ln(1-y)(\ln(1-y) + 2L)\right],$$

где $C_E = 0.577$ – постоянная Эйлера. Можно убедиться, что результат (21) не противоречит результату вычислений в низших порядках ТВ (11), (15) с точностью до нелидирующих вкладов, включенных в виде K -фактора. Формула (21) обеспечивает точность учета РП на уровне 1% для $|K| \sim 1$.



Зависимость величины (22) от переменной y в кинематике эксперимента HERMES для РП, определяемых формулой (21) (сплошные линии); для РП первого порядка от неупругого спектра (штриховая линия); для РП от неупругого спектра, рассчитанная по формуле (2) (пунктир). Параметр $x = 0.1, 0.5, 0.9$

Для численной оценки радиационных эффектов определим следующую величину:

$$\delta = \left(\frac{d\sigma^{obs}}{dydQ^2} / \frac{d\sigma_B}{dydQ^2} - 1\right). \quad (22)$$

Зависимость δ от y , построенная с использованием результатов (21) для различных значений параметра Бьеркена x , дана на рисунке, где для сравнения приведен также результат, полученный с учетом поправки от неупругого спектра как низшего порядка ТВ, так и поправок, рассчитанных по формуле (2) с использованием программы ESFRAD, представленной в [2].

Мы благодарны Фонду Гайзенберг–Ландау за поддержку, НЦПИ ОИЯИ и лично В. Н. Самойлову за интерес к работе, В. Фадину и Л. Липатову за полезные обсуждения, а также И. Акушевичу за предоставление программы ESFRAD.

-
1. Э. Кураев, В. Фадин, Н. Меренков, Яд. Физ. **47**, 1593 (1988).
 2. A. Afanasev, I. Akushevich, and N. Merenkov, hep-ph/0111331 (2001).
 3. А. Ахундов, Д. Бардин, Н. Шумейко, Яд. Физ. **44**, 1517 (1986).
 4. Э. Кураев, В. Фадин, Яд. Физ. **41**, 733 (1985).
 5. В. Грибов, Л. Липатов, Яд. Физ. **15**, 781 (1972); 1218 (1972).
 6. D. Yennie, S. Frauchi, and H. Suura, Ann. of Phys. **13**, 379 (1961).