

Топологические страйп-подобные возбуждения в двумерном гайзенберговском ферромагнетике

Е. В. Синицин, И. Г. Бострем¹⁾, А. С. Овчинников²⁾

Уральский государственный университет, 620083 Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 12 февраля 2003 г.

Для двумерного гайзенберговского ферромагнетика рассматривается класс стационарных нелинейных возбуждений над основным состоянием, имеющих форму полосы (страйпа) и обладающих свойствами квазичастиц. Исследовано влияние внешнего магнитного поля на основные характеристики этих нелинейных топологических возбуждений. Показано, что внешнее магнитное поле разрушает решения инстантонного типа (кинки) и порождает новые частицы, обладающие свойствами пары вихрь-антивихрь: нулевым топологическим зарядом и энергией, отсчитываемой от удвоенной энергии скирмиона $8\pi JS^2$. Обсуждаются дисперсия квазичастиц, зависимости энергии и импульса от числа магнонов, локализованных в возбуждении.

PACS: 12.39.Dc, 75.30.Kz

Солитонные решения в двумерном ферромагнетике до сих пор остаются предметом интенсивных исследований в физике низкоразмерных систем. Изучение нелинейных спиновых структур в рамках континуального приближения приводит к широкому разнообразию конфигураций, упорядочение которых зависит от размерности и симметрии задачи [1].

Для получения топологических солитонов традиционно рассматривается отображение сферы, физического пространства спинового параметра порядка на сферу, гомеоморфную xy -плоскости. Возникающие в результате решения: скирмионы [2], легкоосные солитоны [3], внеплоскостные (out-of-plane) вихри [4] и т.д., наряду с недавно исследованными спиральными [5] и узельными решениями [6] естественным образом приобретают выделенную ось и обладают выделенной точкой в плоскости. Однако двумерная плоскость допускает и другую компактификацию, в виде цилиндра (рис.1), что делает актуальным вопрос об отображении физической сферы S^2 в мно-

гообразии $R \times S^1$. При этом не исключено, что можно получить качественно новые стационарные решения с выделенной линией. Из симметричных соображений следует, что эти решения должны обладать рядом интересных свойств, например, ненулевым импульсом вдоль направления выделенной линии, особым топологическим зарядом и т.д.

В этой статье мы показываем, что эти нелинейные возбуждения образуют отдельный класс солитонных решений и могут быть получены явным образом с учетом пространственной симметрии. Более того, эти нелинейные возбуждения имеют ряд свойств, присущих связанным парам вихрь-антивихрь (скирмион-антискирмион) [7, 8], однако в отличие от них они представляют собой неделимые страйп-подобные спиновые структуры нулевого топологического заряда, то есть не могут быть представлены как связанное состояние отдельных топологических частиц с противоположными зарядами. Нельзя исключать, что именно с возбуждениями такого рода, вместо пары скирмион-антискирмион, имеют дело при численном исследовании ряда магнитных систем [9, 10].

Рассмотрим стандартный гамильтониан планарного ферромагнетика

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{i,\delta} J_{i,i+\delta}^\perp \mathbf{S}_i^\perp \mathbf{S}_{i+\delta}^\perp - \frac{1}{2} \sum_{i,\delta} J_{i,i+\delta}^z S_i^z S_{i+\delta}^z - h \sum_i S_i^z, \quad (1)$$

в котором $J^\perp > 0$ и $J^z > 0$ являются обменными интегралами между плоскостными и z -компонентами,

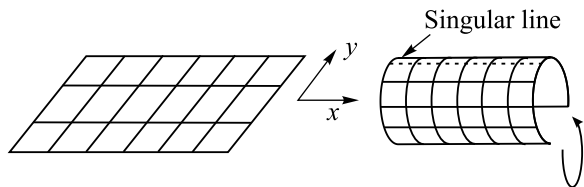


Рис.1. Гомеоморфное преобразование двумерной плоскости в цилиндр

¹⁾ I. G. Bostrem.

²⁾ e-mail: alexander.ovchinnikov@usu.ru

соответственно, i -го спина с ближайшими соседями, отстоящими на расстоянии δ ; последнее слагаемое описывает взаимодействие с внешним магнитным полем h , направленным вдоль оси z .

Чтобы упростить исследование в длинноволновом приближении, используем континуальный вариант спиновых уравнений движения через переменные θ и ϕ , соответствующих гамильтониану (1)

$$\begin{aligned} \hbar S \sin \theta \frac{\partial \phi}{\partial t} &= J^\perp S^2 (4 \cos \theta \sin \theta + \cos^2 \theta \Delta \theta) - \\ &- J^\perp S^2 \cos \theta \sin \theta ((\nabla \theta)^2 + (\nabla \phi)^2) - 4 J^z S^2 \cos \theta \sin \theta + \\ &+ J^z S^2 \cos \theta \sin \theta (\nabla \theta)^2 + J^z S^2 \sin^2 \theta \Delta \theta - \hbar S \sin \theta, \end{aligned} \quad (2)$$

$$-\hbar S \frac{\partial \theta}{\partial t} = J^\perp S^2 (\sin \theta \Delta \phi + 2 \cos \theta (\nabla \theta \nabla \phi)). \quad (3)$$

Для получения вертикального страйпового упорядочения выберем параметризацию $\theta = \theta(y)$, $\phi = \phi(x)$, тогда из уравнения (3) находим $\phi = qx + \phi_0$, где q описывает период вдоль оси x , согласованный с шириной страйпа L_x : $q = 2\pi/L_x$; вне страйпа величина ϕ совпадает с ϕ_0 , некоторым произвольным начальным значением. Отметим, что выбор кусочно-непрерывной функции для азимутальной переменной ϕ не нарушает ее гармонического поведения в плоскости в целом. Для стационарных решений, стремящихся к одному из возможных ферромагнитно-упорядоченных состояний, характеризуемых углом $\theta = \theta_0$ при $y \rightarrow +\infty$, уравнение (2) может быть разрешено следующим образом:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\theta}{dy}\right)^2 &= \quad (4) \\ &= \frac{\left(q^2 + 4\frac{K}{J}\right) (\sin^2 \theta - \sin^2 \theta_0) - 2\frac{h}{JS} (\cos \theta - \cos \theta_0)}{1 + \frac{K}{J} \sin^2 \theta}, \end{aligned}$$

в котором $K = J^z - J^\perp$ и $J = J^\perp$. Само граничное значение θ_0 определяется из соотношения (2): $\sin \theta_0 (4K \cos \theta_0 + Jq^2 \cos \theta_0 + h/S) = 0$ и приводит к следующим решениям: 1) $\theta_0 = 0, \pi$ (далее мы ограничимся рассмотрением только $\theta_0 = 0$, имея в виду $h > 0$); 2) $\cos \theta_0 = -(h/JS) (q^2 + 4K/J)^{-1}$.

Для случая $K = 0$ и $h = 0$ лишь граничные условия первого типа согласуются с (4) и мы получаем

решение, схожее с топологическим кинком в одномерных системах $\theta = 2 \tan^{-1} [\exp(-q(y - y_0))]$, содержащее несущественную константу y_0 , координату центра кинка. Для обменной анизотропии типа легкая ось $K > 0$ решение $\theta = \theta(y)$ в неявной форме имеет вид

$$\begin{aligned} \sqrt{q^2 + 4K/J} (y - y_0) &= \\ &= \frac{1}{2} \log \left[\frac{\sqrt{1 + K/J \sin^2 \theta} + \cos \theta}{\sqrt{1 + K/J \sin^2 \theta} - \cos \theta} \right] + \\ &+ \sqrt{K/J} \arcsin \left[\sqrt{K/(J + K)} \cos \theta \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Аналогичные выражения могут быть получены для анизотропии типа легкая плоскость $K < 0$. Однако в этом случае имеются два различных типа решений (рис.2): (а) кинки, отвечающие граничному

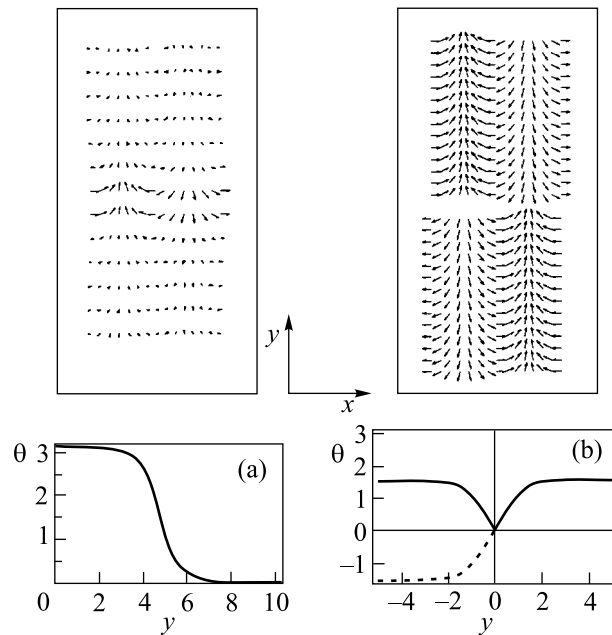


Рис.2. Спиновые конфигурации нелинейных топологических возбуждений без внешнего магнитного поля: кинки (а), внеплоскостные солитоны (б)

значению $\theta_0 = 0$, которые реализуются при $|K/J| < q^2/4$; и (б) "out-of-plane" (OP) солитоны с граничным значением $\theta_0 = \pi/2$. Эти решения возникают при $|K/J| > q^2/4$. Решение (а) для полярной переменной $\theta = \theta(y)$ имеет неявную форму:

$$\sqrt{q^2 + 4K/J} (y - y_0) =$$

$$= \frac{1}{2} \log \left[\frac{\sqrt{1 + K/J \sin^2 \theta} + \cos \theta}{\sqrt{1 + K/J \sin^2 \theta} - \cos \theta} \right] -$$

$$-\sqrt{-K/J} \log \left[\sqrt{-K/J} \cos \theta + \sqrt{1 + K/J \sin^2 \theta} \right]. \quad (6)$$

Схожим образом может быть найдено ОР решение (b):

$$\pm \sqrt{4|K/J| - q^2} (y - y_0) =$$

$$= \sqrt{|K/J|} \arcsin \left(\sqrt{|K/J|} \sin \theta \right) +$$

$$+ \sqrt{1 - |K/J|} \arctan \left(\frac{\sqrt{1 - |K/J|} \sin \theta}{\sqrt{1 - |K/J| \sin^2 \theta}} \right). \quad (7)$$

Спиновая структура типа ОР обнаруживает интересный эффект: существование антифазной границы, вытянутой вдоль оси x (рис.2b). Гладкое монотонное изменение угла θ , имеющее форму кинка, может быть обеспечено лишь в нефизическом диапазоне $[-\pi/2, \pi/2]$ при выборе знака “+” и $[3\pi/2, \pi/2]$ для знака “-”. Однако в точке y_0 , для которой $\theta(y_0) = 0(\pi)$, планарная спиновая компонента S^\perp меняет свой знак, что делает эту структуру энергетически невыгодной. Чтобы сохранить одинаковое значение спина как выше, так и ниже центра кинка y_0 и обеспечить выигрыш в энергии, используем глобальное вращение в верхней полуплоскости $\varphi \rightarrow \varphi + \pi$, оставаясь в физическом диапазоне изменения угла $\theta \in [0, \pi]$. Этим объясняется появление антифазной границы. Топологический заряд

$$Q = \frac{1}{4\pi} \int \int \sin \theta(y) d\theta(y) d\varphi(x),$$

определенный для отдельной полосы, равен единице для кинков и нулю для ОР солитонов.

Фазовая диаграмма модели представлена на рис.3а. Отметим существование на этой фазовой диаграмме обширной области, расположенной выше кривой, которая соответствует кинкам.

Рассмотрим влияние внешнего магнитного поля h . Решение для изотропного случая ($K = 0$) и граничного значения $\theta_0 = 0$:

$$\exp \left(-2\sqrt{q^2 + \frac{h}{JS}} (y - y_0) \right) = \frac{(1 - \cos(\theta/2))}{(1 + \cos(\theta/2))} \times$$

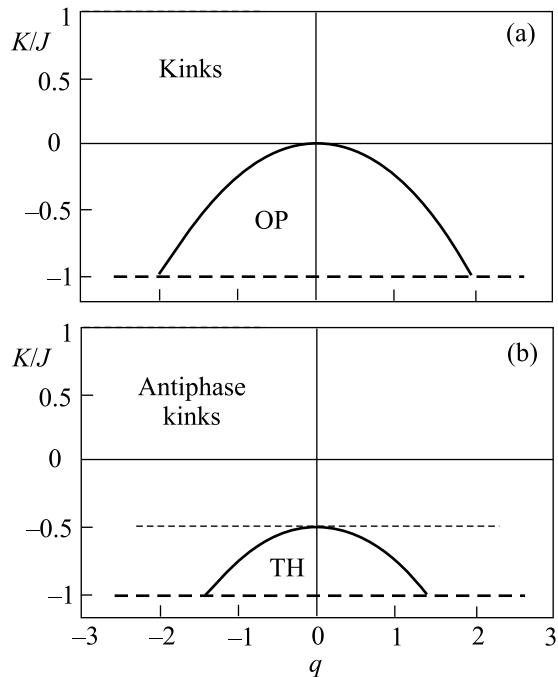


Рис.3. Фазовая диаграмма нелинейных возбуждений с учетом (a) и без учета магнитного поля (b)

$$\times \frac{\left(\frac{h}{JS} - q^2 \cos \left(\frac{\theta}{2} \right) + \sqrt{\frac{h}{JS} + q^2} \sqrt{\frac{h}{JS} + q^2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} \right)}{\left(\frac{h}{JS} + q^2 \cos \left(\frac{\theta}{2} \right) + \sqrt{\frac{h}{JS} + q^2} \sqrt{\frac{h}{JS} + q^2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} \right)} \quad (8)$$

имеет форму кинка в диапазоне $[0, 2\pi]$ и обнаруживает существование антифазной границы, сопровождаемой глобальным поворотом $\varphi \rightarrow \varphi + \pi$ выше точки y_0 , для которой $\theta(y_0) = \pi$. Соответственно, профиль солитона трансформируется в форму в виде “шапочки” (рис.4а). Топологический заряд $Q = 0$. Анализ одновременного учета обменной анизотропии и внешнего магнитного поля показывает, что выше кривой $q^2 + 4K/J + h/JS = 0$ существуют антифазные кинки с характерной длиной вдоль оси y : $L_y = (q^2 + 4K/J + h/JS)^{-1/2}$ (рис.4а). Ниже этой линии расположены солитоны (называемые далее солитонами Такено–Хомма (ТН) [11]), соответствующие граничному значению $\cos \theta_0 = -(h/JS)(q^2 + 4K/J)^{-1}$ и описывающие внутриплоскостное спиновое упорядочение с антифазной границей (рис.4б). Они представляют собой прямые аналоги ОР солитонов и их топологический заряд также равен нулю. Увеличение поля переводит солитон, в однородное состояние. Это происходит при критическом значении поля $h_c = -4SK$.

Включение магнитного поля h приводит к некоторой модификации фазовой диаграммы (рис.3б). Кри-

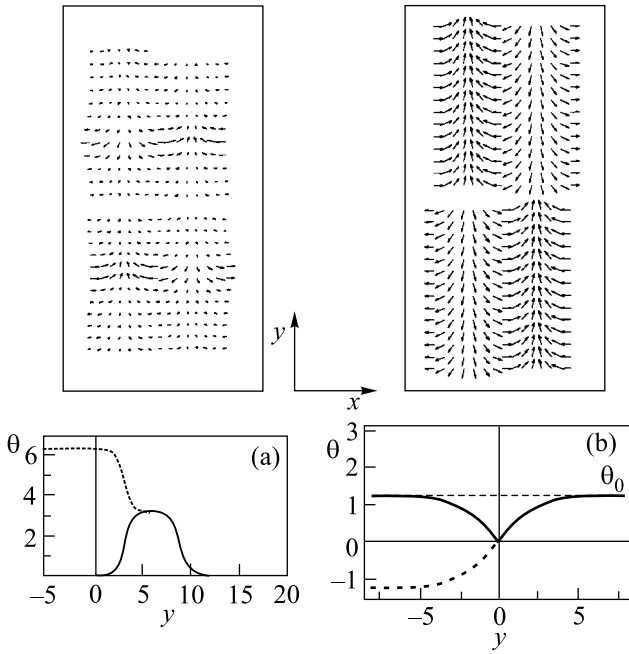


Рис.4. Спиновые конфигурации нелинейных возбуждений в присутствии магнитного поля: антифазные кинки (а), солитоны Такено-Хомма (б)

вая, отделяющая область топологических возбуждений типа антифазных кинков от солитонов ТН, смещается вниз на величину $h/4JS$, вытесняя область ТН солитонов к точке $K/J = -1$. Для полей, выше некоторого критического значения h_c , появление ТН солитонов становится невозможным.

Динамика планарного ферромагнетика ограничена законами сохранения, справедливыми и для топологических решений [12]. Для дальнейшего изложения используем следующие сохраняющиеся величины: энергию E , импульс \mathbf{P} и число локализованных магнонов N .

Представим функционал энергии в форме

$$E = - \iint dx dy (2J^\perp S^2 \sin^2 \theta + 2J^z S^2 \cos^2 \theta) + \frac{1}{2} \iint dx dy J^\perp S^2 q^2 \sin^2 \theta - hS \iint dx dy \cos \theta + \frac{1}{2} \iint dx dy \left(J^\perp S^2 \cos^2 \theta \left(\frac{d\theta}{dy} \right)^2 + J^z S^2 \sin^2 \theta \left(\frac{d\theta}{dy} \right)^2 \right), \quad (9)$$

где первое слагаемое соответствует обменным взаимодействиям; второе слагаемое схоже по форме с одноионной анизотропией типа “легкая ось”; третье и

четвертое описывают зеемановское слагаемое и градиентный вклад, соответственно. Появление выделенного значения $q = \sqrt{4|K/J| - h/JS}$ (кривая на фазовой диаграмме) – результат баланса двух конкурирующих тенденций: доминирующего внутрислоисткового обмена ($K < 0$) и “одноионной анизотропии”.

Энергия одной полосы $E = E_{bg} + \Delta E$ содержит слагаемое, пропорциональное площади страйпа σ_{str} :

$$E_{bg} = \frac{JS^2}{2} [-4(1 + K/J) + (q^2 + 4K/J) \sin^2 \theta_0 - 2(h/JS) \cos \theta_0] \sigma_{str} \quad (10)$$

(мы назовем его энергией фона, отличающейся в общем случае от энергии нетопологического основного состояния) и дополнительной энергии

$$\Delta E = JS^2 L_x \int dy [(q^2 + 4K/J) (\sin^2 \theta - \sin^2 \theta_0) - 2(h/JS) (\cos \theta - \cos \theta_0)] \quad (11)$$

определяемой отклонением полярного угла θ от его фонового поведения θ_0 . В отличие от E_{bg} эта поправка остается конечной для отдельного страйпа.

Непосредственный расчет этих величин для солитонных решений в отсутствие поля

$$E = -2J_z S^2 \sigma_{str} + JS^2 L_x \sqrt{q^2 + 4K/J} \times \left(1 + \frac{1 + K/J}{\sqrt{K/J}} \arcsin \sqrt{\frac{K/J}{1 + K/J}} \right) \text{ (kink)}, \quad (12)$$

и

$$E = -\frac{JS^2}{2} (4 - q^2) \sigma_{str} + JS^2 L_x \sqrt{-q^2 + 4|K/J|} \times \left(\sqrt{1 - |K/J|} + \frac{\arcsin \sqrt{|K/J|}}{\sqrt{|K/J|}} \right) \text{ (OP)}, \quad (13)$$

показывает, что топологические возбуждения делятся на два типа. Первые (в данном случае кинки) расположены непосредственно над основным состоянием, если $K > 0$, и можно ожидать, что эти возбуждения при определенных условиях будут обладать квазичастичными свойствами, чей вклад в термодинамические свойства может быть значительным. Наоборот, солитоны второго типа возбуждаются над спиновой конфигурацией, не являющейся основным

состоянием (здесь ОР солитоны и кинки при $K < 0$). Этот принцип сохраняется и при учете магнитного поля. Простой анализ показывает, что антифазные кинки расположены над состоянием с энергией $E_{bg} = -(2J_z S^2 + \hbar S)\sigma_{str}$, которое является основным состоянием при малой анизотропии $|K| < \hbar/4S$, то есть в области фазовой диаграммы, расположенной выше пунктирной линии (рис.3b). В случае $\hbar < 4|K|S$ как антифазные кинки, так и ТН солитоны возбуждаются над фоновыми спиновыми конфигурациями, не обладающими минимальной энергией.

Обсудим квазичастичные свойства солитонов первого типа подробнее. Во-первых, отметим, что обычные кинки при нулевом магнитном поле представляют собой решения инстантонного типа, соединяющие два эквивалентных вакуумных состояния, спин-вверх и спин-вниз при $y = \pm\infty$, поэтому мы рассмотрим только антифазные кинки, имеющие хорошо определенные интегралы движения, импульс

$$\mathbf{P} = \hbar S \int_0^{L_x} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy (1 - \cos \theta) \nabla \varphi$$

и полное число локализованных в возбуждении магнетонов

$$N = S \int_0^{L_x} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy (1 - \cos \theta).$$

Особенно подробно исследуем случай изотропного ферромагнетика с $\hbar \neq 0$. Антифазный кинк имеет энергию $E = (-2J_z S^2 - \hbar S)\sigma_{area} + \Delta E$ с

$$\Delta E = 4JS^2 L_x \left(\sqrt{\hbar/JS + q^2} + \frac{\hbar}{qJS} \log \left[\frac{q + \sqrt{\hbar/JS + q^2}}{\sqrt{\hbar/JS}} \right] \right), \quad (14)$$

отсчитываемой от энергии основного состояния при $\hbar > 4|K|S$. Ненулевая x -компонента импульса

$$\mathbf{P} = \hbar S \int_0^{L_x} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy (1 - \cos \theta) \nabla \varphi$$

для солитона имеет вид

$$P_x = 4\hbar S L_x \log \left[\frac{q + \sqrt{\hbar/JS + q^2}}{\sqrt{\hbar/JS}} \right], \quad (15)$$

что определяет дисперсию $\Delta E = \Delta E(P_x)$, а именно, $\Delta E = 4JS^2 L_x \sqrt{\hbar/JS + q^2} + \hbar(P_x/\hbar q)$. Кроме того, ненулевое значение импульса обеспечивает возможность динамической стабилизации солитона [13].

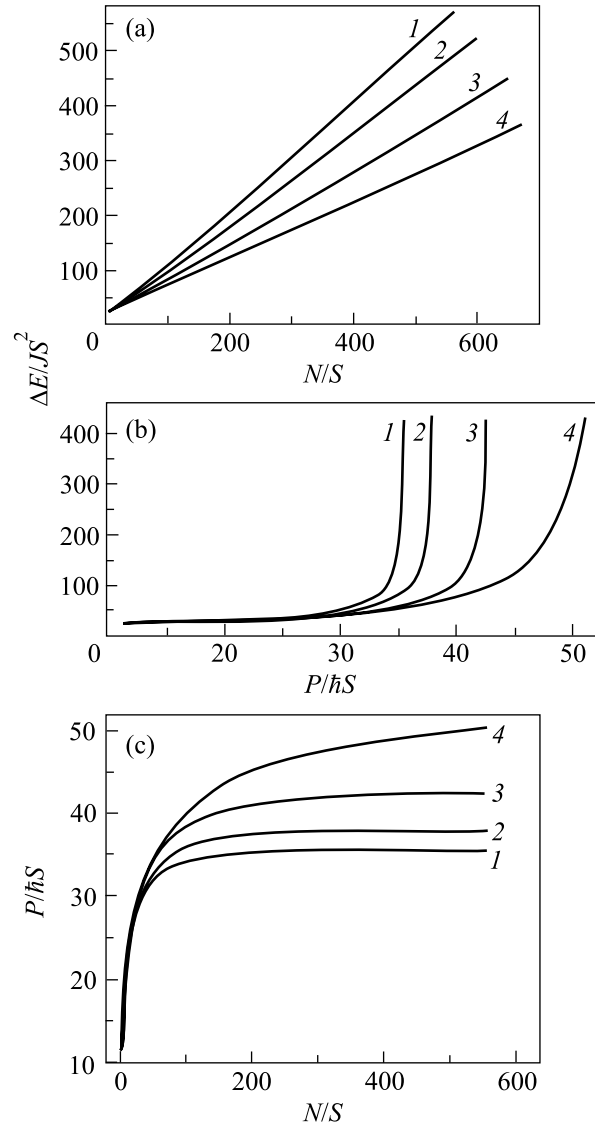


Рис.5. Вариации зависимостей $E(N)$ - (а), $E(P)$ - (б) и $P(N)$ - (с) с изменением отношения K/J : 0.0 (1), -0.05 (2), -0.1 (3) и -0.125 (4). Значение \hbar/JS взято равным 0.5

Учитывая соотношение $P_x = \hbar q N$, страйп-подобные возбуждения можно рассматривать как квазичастицы с элементарным импульсом $\hbar q$. Зависимость $E = E(N)$ также обнаруживает линейную зависимость при больших N , то есть каждая квазичастица вносит вклад в энергию независимо. Угловой момент такого страйп-солитона

$$M_z = \hbar q S \int_0^{L_x} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy y (1 - \cos \theta)$$

равен нулю. Полученные зависимости (см. рис.5) могут быть легко объяснены на качественном уровне

не. Увеличение ширины страйпа $L_x = 2\pi/q$ вдоль оси x сопровождается его сжатием вдоль оси y : $L_y = \sqrt{q^2 + h/J\bar{S}}$ вплоть до минимальной величины, определяемой магнитным полем. Дальнейший рост L_x приводит к увеличению как числа локализованных в солитоне магнонов, так и солитонной энергии. Импульс солитона P_x стремится к постоянной величине, поскольку возрастание L_x компенсируется уменьшением элементарного момента $\hbar q$. Энергия квазичастицы стремится к $8\pi JS^2$ при $h \rightarrow 0$ и $q \rightarrow 0$. Появление при $h \neq 0$ антифазного кинка с топологическим зарядом $Q = 0$ можно интерпретировать как создание внешним магнитным полем квазичастицы, свойства которой для ненулевого K и $h > 4|K|S$ представлены на рис.5. Интересно, что энергия квазичастицы близка к энергии создания пары скирмион-антискирмион. Такие частицы были использованы для полуклассического описания нейтральных возбуждений в ферромагнетике с квантовым эффектом Холла [8]. С точки зрения развитой нами теории, появление единого антифазного кинка с топологическим зарядом $Q = 0$ может быть неверно истолковано как рождение пары вихрь-антивихрь, то есть двух связанных топологических частиц с противоположными зарядами и скирмионной энергией $4\pi JS^2$ на каждую частицу.

В заключение нами представлена теория страйп-подобных топологических возбуждений в двумерном гайзенберговском ферромагнетике. Рассмотрено влияние внешнего магнитного поля на свойства топологических возбуждений. Найдены квазичастичные возбуждения непосредственно над основным состоянием как для анизотропии типа “легкая ось”, так и анизотропии типа “легкая плоскость”. Показано, что внешнее магнитное поле разрушает решения инстан-

тонного типа и порождает новые частицы (антифазные кинки) с энергией, близкой к удвоенной энергии скирмиона $8\pi JS^2$.

Мы выражаем благодарность проф. М. В. Садовскому за обсуждение результатов работы. Работа выполнена при частичной поддержке гранта # NREC-005 от US CRDF (Civilian Research & Development Foundation), гранта INTAS (Project # 01-0654) (А.С.О.) и гранта “Российские университеты” (# UR.01.01.005) (И.Г.Б. и А.С.О.).

1. A. M. Kosevich, B. A. Ivanov, and A. S. Kovalev, Phys. Rep. **194**, 119 (1990).
2. A. A. Belavin and A. M. Polyakov, JETP Lett. **22**, 245 (1975).
3. A. S. Kovalev, A. M. Kosevich, and K. V. Maslov, Pis'ma v JETP **30**, 321 (1979).
4. M. E. Gouvea, G. M. Wysin, A. R. Bishop, F. G. Mertens, Phys. Rev. **B39**, 11840 (1989).
5. A. B. Borisov, JETP Lett. **73**, 242 (2001).
6. I. G. Bostrem and A. S. Ovchinnikov, Pis'ma v ZhETF **76**, 846 (2002).
7. A. S. Kovalev, S. Komineas, and F. G. Mertens, Eur. Phys. J. **B25**, 89 (2002).
8. S. L. Sondhi, A. Karlhede, S. A. Kivelson, and E. H. Rezayi, Phys. Rev. **B47**, 16419 (1993).
9. N. R. Cooper, Phys. Rev. Lett. **80**, 4554 (1998).
10. N. Papanicolaou and P. N. Spathis, Nonlinearity **12**, 285 (1999).
11. S. Takeno and S. Homma, Progr. Theor. Physics, **65**, 172 (1981).
12. R. F. Egorov, I. G. Bostrem, and A. S. Ovchinnikov, Phys. Lett. **A292**, 325 (2002).
13. B. A. Ivanov, C. E. Zaspel, and I. A. Yastremsky, Phys. Rev. **B63**, 134413 (2001).