Письма в ЖЭТФ, том 57, вып.11, стр.676 - 679 ©1993 г. 10 июня

ЛАЗЕР НА "ГОРЯЧИХ" ЭЛЕКТРОНАХ ПРИ ПЕРЕХОДЕ ЗОНА – ЗОНА

Е.И.Бабаджан, Ю.А.Малов

Российский научный Центр "Курчатовский институт"

123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 12 апреля 1993 г.

Рассматривается взаимодействие инжектированного в сверхрешетку пучка электронов с электромагнитным полем с учетом брэгговского отражения электронов от сверхрешетки. Получен коэффициент усиления для электромагнитного поля в инфракрасном диапазоне. Обсуждается возможность экспериментального наблюдения эффекта для реальных параметров сверхрешетки и инжектированного пучка электронов.

Идея лазера на "холодных" баллистических электронах с $E \lesssim 0,1$ эВ при переходе электронов, с энергией меньше высоты потенциального барьера сверхрешетки U_0, между квазизонами впервые обсуждалась в [1]. В работах [2,3] впервые была продемонстрирована возможность получения "горячих" баллистических электронов с $E \simeq 0,1 \div 0,3$, инжектированных в GaAs, длина пробега которых могла достигать $(2 \div 3) \cdot 10^{-5}$ см. Авторы работы [4] высказали идею создания лазера на "горячих" баллистических электронах в сверхрешетке, считая ее короткой, что равносильно рассмотрению движения электронов в рамках одной зоны. Однозонная модель корректна, если коэффициент отражения R_n от сверхрешетки удовлетворяет следующему соотношению:

$$R_n = \frac{U_0^2 n}{4(E - U_0)E} \sin^2 \frac{d}{\hbar} \sqrt{2m(E - U_0)} \ll 1, \tag{1}$$

где d – период сверхрешетки, n – число периодов сверхрешетки, E – энергия электрона.

В [4] рассматривалась сверхрешетка с числом периодов порядка 10 и с энергией электронов $E \gg U_0$, так что соотношение (1) выполнялось. В случае $E = 2U_0$, $n \approx 100$ соотношение (1) нарушается и возможно выполнение брэгговского отражения электронов от сверхрешетки. В настоящей статье анализируется лазер на горячих баллистических электронах при условии выполнения брэгговского отражения электронов от сверхрешетки или, что то же самое, при условии, что энергия горячего электрона близка к нижнему краю одной из квазизон сверхрешетки. В этом случае, независимо от величины U_0, взаимодействие электрона со сверхрешеткой не является слабым, как предполагалось в [4]. Если энергия фотона превышает ширину запрещенной квазизоны, то возможны "вертикальные" переходы между краями соседних квазизон, соответствующие вынужденному излучению. В случае, если нижняя квазизона не заполнена, процессы поглощеня практически отсутствуют.

Рассмотрим движение электрона в сверхрешетке с потенциалом

$$U(x) = U_0 \cos qx, \tag{2}$$

где $q = 2\pi/d$ в поле электромагнитной волны, поляризованной вдоль оси сверхрешетки:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos \omega t,$$

где $\mathcal{E}_0$ и ω – соответственно амплитуда и частота электромагнитной волны.

Рассмотрим задачу для случая, когда импульс электрона близок к границе зоны Бриллюэна $q/2$, то есть случай брэгговского отражения. Волновую функцию электрона в поле сверхрешетки запишем согласно [5] в двухкомпонентном приближении, в отличие от [1], где использовалось приближение сильной связи и базисными функциями являлись функции Ванье:

$$\Psi = \left[c_1 \exp\left(i\frac{p}{\hbar}x\right) + c_2 \exp\left(i\frac{p-q}{\hbar}x\right)\right] \exp\left(-i\frac{E}{\hbar}t\right), \tag{3}$$

где

$$c_1 = \left(1 + \frac{\mu_p}{(1+\mu_p^2)^{1/2}}\right)/2L^{1/2}, \quad c_2 = \left(1 - \frac{\mu_p}{(1+\mu_p^2)^{1/2}}\right)/2L^{1/2},$$

$$\mu_p = \hbar^2(2pq - q^2)/2m^* U_0,$$

L – нормировочная длина, m^* – эффективная масса электрона.

В соотношении (3) E – энергия электрона вблизи дна верхней квазизоны:

$$E = \hbar^2 \frac{p^2 + (p-q)^2}{4m^*} + \frac{U_0(1+\mu_p^2)^{1/2}}{2}. \tag{4}$$

Аналогичный вид имеет волновая функция электрона вблизи верхнего края нижней квазизоны (здесь и далее величины, относящиеся к нижней квазизоне, отмечены штрихом):

$$\Psi' = \left[c_1' \exp\left(i\frac{p'}{\hbar}x\right) + c_2' \exp\left(i\frac{p'-q}{\hbar}x\right)\right] \exp\left(-i\frac{E'}{\hbar}t\right), \tag{5}$$

где

$$c_1' = \left(1 - \frac{\mu_p'}{(1+\mu_{p'}^2)^{1/2}}\right)/2L^{1/2}, \quad c_2' = -\left(1 + \frac{\mu_p'}{(1+\mu_{p'}^2)^{1/2}}\right)/2L^{1/2},$$

$$\mu_p' = \hbar^2(2p'q - q^2)/2m^* U_0, \tag{6}$$

$$E' = \frac{\hbar^2(p'^2 + (p'-q)^2)}{4m^*} - \frac{U_0(1+\mu_p^2)^{1/2}}{2}.$$

В случае перехода электрона между квазизонами, когда выполняется условие $p' = p = q/2$, энергетическая щель составляет U_0. Условием применимости двухкомпонентного приближения (3) и (5) является малость параметров $2m^* U_0/\hbar^2 q^2 \ll 1$ и $\mu_p \ll 1$. Матричный элемент перехода квазизона–квазизона, описывающий вынужденное излучение фотона электроном, имеет следующий вид:

$$M = \frac{ie\hbar q \mathcal{E}_0}{4m^* \omega L(1+\mu_p^2)^{1/2}} \frac{2\sin(p'-p)L/2}{p'-p}. \tag{7}$$

Если мы имеем длинную решетку, то есть $L \gg 1/\Delta p$, где Δp – разброс импульсов в исходном пучке, то в этом приближении можно считать

$$\left(\frac{2\sin(p'-p)L/2}{p'-p}\right)^2 = 2\pi L\delta(p'-p).$$

Это так назвываемые вертикальные переходы. Теперь легко получить выражение для частоты переходов:

$$dW = \frac{\pi}{8}\frac{e^2\hbar\mathcal{E}_0^2q^2}{(m^*)^2\omega^2(1+\mu_p^2)^2}\delta(p'-p)\delta(\hbar\omega - E - E')dp'. \qquad (8)$$

Проинтегрировав соотношение (8) по dp', имеем:

$$W = \frac{\pi}{8}\frac{e^2\hbar\mathcal{E}_0^2q^2}{(m^*)^2\omega^2(1+\mu_p^2)^2}\delta(\hbar\omega - U_0(1+\mu_p^2)^{1/2}). \qquad (9)$$

Из выражения (9) следует, что частота излучения при $p = q/2$ будет определяться соотношением

$$\hbar\omega = U_0(1+\mu_p^2)^{1/2}. \qquad (10)$$

Разделив соотношение (9) на плотность потока фотонов $c\mathcal{E}_0^2/8\pi\hbar\omega\sqrt{\epsilon_1}$ и усреднив полученное выражение по начальному распределению электронов $f(p)$, получим сечение вынужденного излучения:

$$\sigma = \pi^2\frac{e^2}{c}f(p)L\frac{U_0}{\hbar\omega}\sqrt{\epsilon_1}, \qquad (11)$$

где L – длина сверхрешетки, ϵ_1 – диэлектрическая постоянная.

Из (11) легко получить коэффициент усиления

$$G = \pi^2N\frac{e^2}{m^*c^2}Lbpf(p)\frac{U_0}{\hbar\omega}\frac{c}{v}\sqrt{\epsilon_1}, \qquad (12)$$

где b – поперечный размер в направлении распространения излучения ($b \gg L$), N – плотность электронов, v – скорость электронов. Существенным отличием полученного коэффициента усиления (12) от коэффициента усиления работы [4] является отсутствие малого параметра $(U_0/E)^2$.

Вероятность спонтанного излучения на один электрон при межзонных переходах определяется соотношением

$$W = \frac{e^2}{3\hbar c}\left(\frac{\hbar q}{m^*c}\right)^2\omega_0 \approx \frac{e^2}{\hbar c}\left(\frac{v}{c}\right)^2\omega_0, \qquad (13)$$

где

$$\omega_0 \approx \frac{U_0}{\hbar}\int\frac{f(p)}{(1+\mu_p^2)^{1/2}}dp$$

– средняя частота испускания фотонов, равная по порядку величины $U_0/\hbar$.

В действительности число электронов A, которые могут излучать в сверхрешетке, зависит от плотности тока j_0 и параметров сверхрешетки

$$A = j_0SL/ev, \qquad (14)$$

S – поперечное сечение сверхрешетки. Тогда интенсивность излучения кванта определяется выражением

$$\eta = AW. \qquad (15)$$

Приведем численные оценки полученных результатов.

Величина η может быть оценена для реальных параметров сверхрешетки и тока инжектированных электронов [3] ($S \sim 10^{-6}\,$см^2, $j_0 \approx 10^2\,$А/см^2, $L \approx 3 \cdot 10^{-5}\,$см, $v \approx 10^8\,$см/с, $\omega \approx 10^{14}\,$с$^{-1}$): при $\eta \approx 5 \cdot 10^9\,$с$^{-1}$.

Оценим величину коэффициента усиления G. Считая $U_0 \cong \hbar\omega = 0,1\,$эВ, $d \approx 60\,\mathring{A}$ ($q \approx 10^7\,$см$^{-1}$), $p/\Delta p \approx 10$, $\epsilon_1 \approx 12$, $N \approx 10^{14}\,$см$^{-3}$, $L \approx 3 \cdot 10^{-5}\,$см, $v \approx 10^8\,$см/с, получим

$$G = 10^3 b. \tag{16}$$

В этом случае коэффициент усиления на один проход больше, чем единица, при $b > 10^{-3}\,$см и усиление достаточно велико даже без зеркал.

1. R.F.Kazarinov and R.A.Suris, Fiz. Tekh. Poluprovodn. **5**, 797 (1971).
2. M.Heiblum, M.I.Nathan, D.C.Thomas, and C.M.Knoedler, Phys. Rev. Lett. **55**, 2200 (1985).
3. A.F.Levi, I.R.Hayes, P.M.Platzman, and W.Wiegman, Phys. Rev. Lett. **55**, 2071 (1985).
4. Yu.A.Malov and D.F.Zaretsky, Phys. Lett. A **139**, 347 (1989).
5. Ch.Kittel, Introduction to Solid State Physics (fourth edition, Wiley, 1974).