

Некоторые особенности поведения плотности сверхпроводящего конденсата в сверхпроводниках

А. Е. Каракозов, Е. Г. Максимов⁺¹⁾, А. В. Андрианова[×]

Институт физики высоких давлений им. Л. Ф. Верещагина РАН, 142090 Троицк, Московская обл., Россия

⁺ Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

[×] Физический факультет Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, 119992 Москва, Россия

Поступила в редакцию 30 января 2004 г.

Обсуждается взаимозависимость плотности сверхпроводящего конденсата $\rho_s(T \rightarrow 0)$ и критической температуры сверхпроводящего перехода T_c в недодопированных ВТСП системах. Показано, что линейная связь $\rho_s(0)$ и T_c , наблюдавшаяся в ряде экспериментов, может быть легко объяснена в рамках обычной модели Бардина–Купера–Шриффера (БКШ) без привлечения каких-либо экзотических моделей сверхпроводимости.

PACS: 74.20.Fg, 74.25.Na

За 17 лет, прошедших со времени открытия Беднорцем и Мюллером [1] высокотемпературной сверхпроводимости в купратных соединениях, так и не было создано последовательной и общепринятой теории этого явления. Значительная часть теоретиков, принимающих участие в этих исследованиях, рассматривают купратные соединения как системы, свойства которых практически во всех отношениях радикально отличаются от обычных сверхпроводящих материалов [2]. Критический анализ вопроса о том, насколько же в действительности свойства купратных соединений отличаются от свойств обычных металлов, был дан в обзоре одного из авторов [3]. В этом обзоре, на наш взгляд, было достаточно убедительно показано, что свойства нормального состояния оптимально допированных купратных соединений, если и отличаются от свойств обычных металлов, то скорее в количественном, чем в качественном отношении. Поведение недодопированных соединений в этом обзоре практически не обсуждалось, хотя и отмечалось, что оно, на первый взгляд, может показаться весьма отличным от свойств обычных металлов.

Одним из таких свойств недодопированных соединений, которое часто рассматривается [4] как наиболее яркое свидетельство их существенного отличия от стандартных металлов, является обнаруженное в работах Уемуры с соавторами [5, 6] линейное соотношение между плотностью сверхпроводящего конденсата $\rho_s(T \rightarrow 0)$ и критической температурой сверхпроводящего перехода T_c :

$$\rho_s(0) = AT_c, \quad (1)$$

где A – некоторая величина, слабо зависящая от степени допирования x . Соотношение (1), часто называемое в литературе диаграммой Уемуры, привело к появлению большого числа предположений о физической природе этого явления. Среди них можно отметить такие, как существование в недодопированных соединениях бозе-эйнштейновской конденсации реальных электронных пар [6, 7], наличие сильных сверхпроводящих флуктуаций [8, 9], конденсации холонов в модели разделения спина и заряда [8, 10] и т.п.

В этом кратком сообщении мы хотим показать, что соотношения, подобные диаграмме Уемуры, могут иметь место не только в моделях экзотических сверхпроводящих систем, но и в сверхпроводниках, описываемых моделью Бардина–Купера–Шриффера (БКШ). Необходимым условием для этого является наличие механизма, разрушающего сверхпроводимость. Для сверхпроводников с s -спариванием такой механизм давно и хорошо известен [11] – это добавление магнитных примесей. В БКШ сверхпроводниках с d -спариванием такую же роль играет потенциальное рассеяние на обычных немагнитных примесях [12]. Плотность сверхпроводящих электронов ρ_s определяется обычно через λ , обратный квадрат глубины проникновения магнитного поля так как

$$\rho_s(T) \sim \lambda^{-2}(T). \quad (2)$$

Величину $\lambda^{-2}(T)$ в модели БКШ для обоих типов спаривания можно записать в виде [12]

$$\lambda^{-2}(T) = \frac{\omega_{pl}^2}{4\pi} \int_0^\infty d\omega th \frac{\omega}{2T} \left\langle \text{Re} \left\{ \frac{\tilde{\Delta}_\varphi^2(\omega)}{\tilde{\varepsilon}_\varphi^3(\omega)} \right\} \right\rangle, \quad (3)$$

¹⁾ e-mail: maksimov@lpi.ru

$$\tilde{\varepsilon}_\varphi = \sqrt{\tilde{\omega}_\varphi^2(\omega) - \tilde{\Delta}_\varphi^2(\omega)}, \quad (4)$$

где ω_{pl} – плазменная частота. Функции $\tilde{\Delta}_\varphi(\omega)$ – сверхпроводящий параметр порядка и $\tilde{\omega}_\varphi(\omega)$ – перенормированная взаимодействием с примесями частота удовлетворяют уравнениям БКШ с примесями, угловые скобки означают усреднение по углу φ . В чистых сверхпроводниках

$$\tilde{\omega}_\varphi(\omega) = \omega, \quad (5)$$

$$\tilde{\Delta}_\varphi(\omega) = \begin{cases} \Delta(T) \\ \Delta(T) \cos 2\varphi \end{cases} \text{ для } s \text{ и } d\text{-спаривания.} \quad (6)$$

(В выражении (6) использован простейший вид $\tilde{\Delta}_\varphi(\omega)$ для d -спаривания в квазидвумерном БКШ-сверхпроводнике с цилиндрической поверхностью Ферми.)

Сначала мы рассмотрим взаимосвязь $\rho_s(0)$ и T_c в сверхпроводнике с магнитными примесями в модели БКШ. В БКШ-сверхпроводнике с обычным s -спариванием в присутствии магнитных и немагнитных примесей $\tilde{\Delta}_\varphi(\omega)$ и $\tilde{\omega}_\varphi(\omega)$ удовлетворяют уравнениям [11]

$$\tilde{\omega} = \omega + i\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} \right) \frac{\tilde{\omega}}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 - \tilde{\Delta}^2}}, \quad (7)$$

$$\tilde{\Delta} = \Delta + i\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2} \right) \frac{\tilde{\Delta}}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 - \tilde{\Delta}^2}}, \quad (8)$$

а величина Δ самосогласованно определяется стандартным уравнением БКШ:

$$\Delta = N(0)V \int_0^{\omega_D} d\omega \frac{\omega}{T} \operatorname{Re} \left\{ \frac{\tilde{\Delta}}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 - \tilde{\Delta}^2}} \right\}, \quad (9)$$

где V – s -БКШ взаимодействие, $N(0)$ – плотность состояний на поверхности Ферми, $1/\tau_1$ – обратное время релаксации вследствие потенциального рассеяния на обычных примесях и $1/\tau_2$ – обратное время релаксации вследствие обменного рассеяния с переворотом спина на магнитных примесях. Система уравнений (7), (8) подстановкой $\tilde{\Delta} = (\tilde{\omega}/\omega)\tilde{\Delta}$ приводится к алгебраическим уравнениям Абрикосова–Горькова [11]:

$$\tilde{\Delta} = \Delta - i\frac{1}{\tau_2} \frac{\tilde{\Delta}}{\sqrt{\omega^2 - \tilde{\Delta}^2}}, \quad (10)$$

$$\tilde{\omega} = \omega + i\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} \right) \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 - \tilde{\Delta}^2}}, \quad (11)$$

где Δ определяется как

$$\Delta = N(0)V \int_0^{\omega_D} d\omega \frac{\omega}{2T} \operatorname{Re} \left\{ \frac{\tilde{\Delta}}{\sqrt{\omega^2 - \tilde{\Delta}^2}} \right\}, \quad (12)$$

из которых, в частности, как хорошо известно, следует, что упругое рассеяние на примесях не влияет на величину Δ и T_c .

На рис.1 представлены рассчитанные нами кривые, описывающие корреляцию между величинами λ^{-2} и T_c для этой модели. Средняя кривая на этом

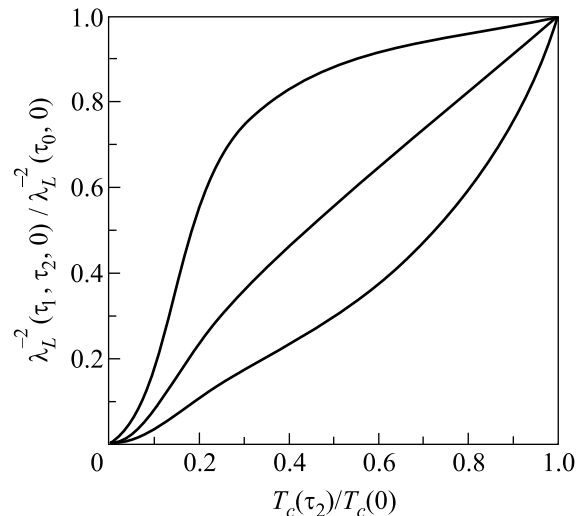


Рис.1. Связь плотности сверхпроводящего конденсата при нулевой температуре $\rho_s(\tau_1, \tau_2, 0) = \lambda^{-2}(\tau_1, \tau_2, 0)/\lambda^{-2}(\tau_0, 0)$ с величиной критической температуры $T_c(\tau_2)/T_c(0)$ в БКШ сверхпроводнике с магнитными примесями

рисунке соответствует случаю изначально “грязного” сверхпроводника, обратное время релаксации электронов на примесях в котором $1/\tau_0$ удовлетворяет условию

$$\frac{1}{\tau_0} \gg \Delta_0(0) > 2\frac{1}{\tau_2}, \quad (13)$$

где $\Delta_0(0)$ – энергетическая щель чистого сверхпроводника при нулевой температуре. В этом случае в “щелевой” области концентраций магнитных примесей $[\tau_2\Delta(\tau_2, 0)]^{-1} \leq 1$ (а это практически весь возможный диапазон их концентраций) имеет место линейная корреляция, так как в “грязном” сверхпроводнике (13) магнитные примеси не оказывают никакого непосредственного влияния на его кинетические свойства и λ^{-2} можно представить в виде [13]

$$\lambda^{-2}(\tau_1, \tau_2) \approx (2\pi)^2 \sigma_n \Delta(\tau_2, 0), \quad (14)$$

а обе величины и $T_c(\tau_2)$ и $\Delta(\tau_2, 0)$ в “щелевой” области $[\tau_2\Delta(\tau_2, 0)]^{-1} \leq 1$, как известно [11], линейно зависят от $1/\tau_2$. На рис.1 хорошо видно, что отклонение от линейной зависимости $\lambda^{-2}(\tau_1, \tau_2)/\lambda^{-2}(\tau_0)$ от $T_c(\tau_2)/T_c(0)$ в “грязном” сверхпроводнике происходит лишь в “бесщелевой” области при большой концентрации магнитных примесей, то есть при малых

значениях $T_c(\tau_2)/T_c(0)$. На верхней кривой изображена зависимость $\lambda^{-2}(\tau_2)/\lambda^{-2}$ от $T_c(\tau_2)/T_c(0)$ “чистого” сверхпроводника, то есть при полном отсутствии немагнитного рассеяния. Нижняя кривая соответствует изначально “чистому” ($1/\tau_0 = 0$) сверхпроводнику с магнитными примесями, амплитуды потенциального и обменного рассеяния на которых относятся как

$$\tau_2/\tau_1 = 10. \quad (15)$$

Мы видим, таким образом, что даже в простейшей модели БКШ с s -спариванием возможно существование различного рода соотношений между плотностью сверхпроводящих электронов и критической температурой сверхпроводящего перехода, включая и диаграмму Уемуры.

Теперь мы перейдем к рассмотрению d -БКШ сверхпроводника с примесями. Уравнения для функций $\tilde{\Delta}_\varphi(\omega)$ и $\tilde{\omega}_\varphi(\omega)$ выглядят в этом случае несколько сложнее, чем (6), (7) и имеют вид [12]

$$\tilde{\Delta}_\varphi(\omega) = \Delta_\varphi + i \frac{1}{\tau_n} \times \frac{\langle g_1(\varphi, \omega) \rangle}{\cos^2 \delta_n + \sin^2 \delta_n (\langle g_0(\varphi, \omega) \rangle^2 - \langle g_1(\varphi, \omega) \rangle^2)}, \quad (16)$$

$$\tilde{\omega}_\varphi = \omega + i \frac{1}{\tau_n} \times \frac{\langle g_0(\varphi, \omega) \rangle}{\cos^2 \delta_n + \sin^2 \delta_n (\langle g_0(\varphi, \omega) \rangle^2 - \langle g_1(\varphi, \omega) \rangle^2)}, \quad (17)$$

где

$$g_0(\varphi, \omega) = \frac{\tilde{\omega}_\varphi(\omega)}{\sqrt{\tilde{\omega}_\varphi^2(\omega) - \tilde{\Delta}_\varphi^2(\omega)}}, \quad (18)$$

$$g_1(\varphi, \omega) = \frac{\tilde{\Delta}_\varphi(\omega)}{\sqrt{\tilde{\omega}_\varphi^2(\omega) - \tilde{\Delta}_\varphi^2(\omega)}}, \quad (19)$$

$1/\tau_n$ в уравнениях (16) и (17) – обратное время релаксации на примесях в нормальном состоянии:

$$\frac{1}{\tau_n} = n_{imp} \frac{\pi N(0) V_{imp}}{1 + [\pi N(0) V_{imp}]^2} \equiv \frac{n_{imp}}{\pi N(0)} \sin^2 \delta_n, \quad (20)$$

где n_{imp} – концентрация примесей, V_{imp} – потенциал примесного рассеяния, а $\delta_n = \arctg[\pi N(0) V_{imp}]$ – фаза рассеяния. Уравнение самосогласования имеет вид

$$\Delta_\varphi = N(0) \int_0^{\omega_D} d\omega \frac{\omega}{2T} \operatorname{Re} \langle V(\varphi, \varphi') g_1(\varphi', \omega) \rangle. \quad (21)$$

Мы использовали в расчетах простейшее выражение для межэлектронного взаимодействия, приводящее к d -спариванию:

$$V(\varphi, \varphi') = \cos 2\varphi \cos 2\varphi'. \quad (22)$$

В этом случае решение можно искать в виде $\tilde{\Delta}_\varphi(\omega) = \Delta \cos 2\varphi$, тогда $\langle g_1 \rangle = 0$ и уравнения (15), (16) имеют вид

$$\Delta = N(0) V \int_0^{\omega_D} d\omega \frac{\omega}{2T} \operatorname{Re} \langle g_1(\varphi, \omega) \cos 2\varphi \rangle, \quad (23)$$

$$\tilde{\omega} = \omega + i \frac{1}{\tau_n} \frac{\langle g_0(\varphi, \omega) \rangle}{\cos^2 \delta_n + \sin^2 \delta_n \langle g_0(\varphi, \omega) \rangle^2}. \quad (24)$$

Результаты наших расчетов для этой модели показаны на рис.2. Верхняя кривая на этом рисунке получена в борновском приближении. Нижняя кривая отвечает унитарному пределу сильно-

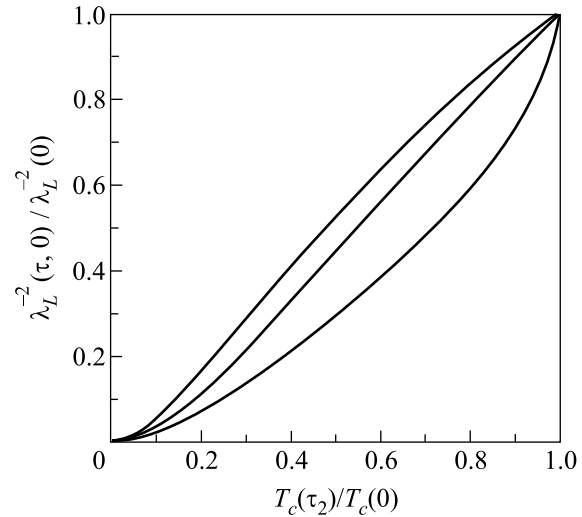


Рис.2. Связь плотности сверхпроводящего конденсата при нулевой температуре $\rho_s(\tau, 0) = \lambda^{-2}(\tau, 0)/\lambda^{-2}(0)$ с величиной критической температуры $T_c(\tau)/T_c(0)$ в примесном БКШ сверхпроводнике с d -спариванием

го рассеяния ($\delta_n = \pi/2$), средняя кривая – промежуточному случаю. Корреляция $\lambda^{-2}(\tau)$ и $T_c(\tau)$ в БКШ-сверхпроводнике с d -спариванием, сверхпроводимость в котором подавляется обычными немагнитными примесями, в значительной мере напоминает ту, которая имела место в обычном s -БКШ-сверхпроводнике с магнитными примесями. Здесь также возможны различные типы зависимости λ^{-2} от T_c , включая и почти линейный ее характер. Таким образом, зависимость плотности сверхпроводящего конденсата от T_c вида диаграммы Уемуры имеет место в простейших БКШ-системах и нет никакой необходимости для ее объяснения привлекать какие-то “экзотические” механизмы сверхпроводимости.

Возвращаясь к обсуждению плотности сверхпроводящего конденсата в недодопированных ВТСП соединениях, можно сказать следующее. Во-первых, в

последнее время появились достаточно убедительные экспериментальные данные [13, 14] о том, что квази-частичные возбуждения в ВТСП системах достаточно хорошо описываются боголюбовской комбинацией электрон-дырочных пар [15]. Это в свою очередь означает, что сверхпроводящее состояние купратов не очень сильно отличается от состояния, описываемого моделью БКШ. Во-вторых, имеются также убедительные доказательства, полученные из туннельных измерений [16], что отношение $2\Delta/T_c$ остается практически постоянным в достаточно широкой области допинга от недодопированного до передопированного состояний. Это может означать, что сам механизм сверхпроводимости мало зависит от уровня допинга, но при отклонении от оптимального допинга в системе возникают или усиливаются некие механизмы разрушения сверхпроводимости. Выше нами было показано на примере влияния различных примесей, что процессы разрушения сверхпроводимости, не изменяющие механизма спаривания, могут приводить к появлению зависимости плотности сверхпроводящего конденсата от T_c , как совпадающей с диаграммой Уемуры, так и существенно отличающейся от нее. В недавней работе [17] было высказано сомнение в том, что правило Уемуры, то есть линейная зависимость $\rho_s(0)$ от T_c , в действительности экспериментально наблюдается в недодопированных системах. Подобное же заключение было сделано недавно [18] на основе прямых измерений глубины проникновения магнитного поля в ВТСП системах в широкой области допинга. Полученная в работе [17] зависимость $\rho_s(0)$ от T_c (см. рис.1 в этой работе) в значительной мере сходна с полученной нами для случая унитарного предела при рассеянии на одиночных примесях.

Хотя ВТСП соединения и, в частности, недодопированные ВТСП безусловно относятся к дефектным структурам, мы не утверждаем, что природа диаграммы Уемуры или иной зависимости $\rho_s(0)$ от T_c (см. работы [17, 18]) определяется разрушением сверхпроводимости в ВТСП системах за счет рассеяния на изолированных примесях. Скорее всего, как это подчеркнуто в работе [14], механизм (или механизмы) разрушения пар в них не идентичен с действием одиночных примесей, а носит гораздо более сложный характер, связанный с неким разупорядочением на наномасштабах. Возможно также, как это отмечено в работах [17, 18], что зависимость $\rho_s(0)$ от T_c определяется разрушением сверхпроводимости при уменьшении допинга за счет появления в системе псевдощели. Связано ли появление псевдощели с наблюдавшимся в работе [14]

разупорядочением на наномасштабах, остается неясным.

В заключение нам хотелось бы подчеркнуть, что диаграмма Уемуры, то есть линейная зависимость $\rho_s(0)$ от T_c , вовсе не является свидетельством существования каких-либо экзотических механизмов сверхпроводимости в ВТСП системах. Подобное поведение можно наблюдать и в обычных сверхпроводниках, описываемых моделью БКШ с *s*- и *d*-спариванием. Представляется крайне важным дальнейшее детальное экспериментальное исследование этой проблемы в различных ВТСП системах для установления возможного сходства или различия в поведении в них $\rho_s(0)$ и T_c . Это позволит более детально понять как механизмы разрушения сверхпроводимости в них при отклонении от оптимального допирования, так и, возможно, саму природу высокотемпературной сверхпроводимости.

Мы искренне благодарны большому числу наших коллег за полезные дискуссии и в первую очередь М. Р. Трунину. Мы благодарны также за финансовую поддержку данной работы Российскому фонду фундаментальных исследований (гранты # 03-02-16252, # 01-02-16719), научной программе Президиума РАН "Квантовая макрофизика" и программе ОФН РАН "Сильно коррелированные электроны в металлах, полупроводниках, сверхпроводниках и магнитных материалах".

1. J. G. Bednorz and K. A. Müller, *Z. Phys.* **B64**, 189 (1986).
2. P. W. Anderson, *The Theory of Superconductivity*, Princeton Univ. Press, Princeton, 1997.
3. Е. Г. Максимов, *УФН* **170**, 1033 (2000).
4. P. A. Lee and X.-G. Wen, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 4111 (1997).
5. Y. J. Uemura, G. M. Luke, B. J. Sternlieb et al., *Phys. Rev. Lett.* **62**, 2317 (1989).
6. Y. J. Uemura, L. P. Le, G. M. Luke et al., *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2665 (1991).
7. M. Randeria, N. Trivedi, A. Morko, and R. T. Scalettar, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2001 (1992).
8. V. Emery and S. Kivelson, *Nature (London)* **374**, 434 (1995).
9. Q. Chen, I. Kostin, B. Janko, and K. Levin, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 4708 (1998).
10. N. Nagaosa and P. A. Lee, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2450 (1990).
11. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, *ЖЭТФ* **39**, 1781 (1960).
12. S. Hensen, G. Müller, C. T. Rieck, and K. Sharnberg, *Phys. Rev.* **B56**, 6237 (1997).

13. K. McElroy, R. W. Simmonds, J. E. Hoffman et al., *Nature* **422**, 592 (2003).
14. H. Matsui, T. Sato, T. Takahashi et al., *Phys. Rev. Lett.* **90**, 217002 (2003).
15. Н. Н. Боголюбов, В. В. Толмачев, Д. В. Ширков, *Новый метод в теории сверхпроводимости*, Изд. АН СССР, 1958.
16. Е. Г. Максимов, Я. Г. Пономарев, *Письма в ЖЭТФ* **76**, 455 (2002).
17. J. L. Tallon, J. W. Loram, J. R. Cooper et al., *Phys. Rev.* **B68**, 180501 (2003).
18. M. R. Trunin, Yu. A. Nefedov, and A. M. Shevchun, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 067006 (2004).