Письма в ЖЭТФ, том 37, вып. 1, стр. 55 – 58 *5 января 1983 г.*

ИЗОТРОПИЗАЦИЯ КОСМОЛОГИЧЕСКОГО РАСШИРЕНИЯ ОБЩЕГО ВИДА ПРИ НАЛИЧИИ ЭФФЕКТИВНОЙ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ ПОСТОЯННОЙ

А.А.Старобинский

Показано, что при наличии эффективной космологической постоянной можно построить асимптотику неоднородного космологического расширения, содержащую максимально возможное число произвольных функций трех координат, которая описывает экспоненциально быструю локальную изотропизацию Вселенной.

Одной из важнейших задач космологии является объяснение того, почему наблюдаемая нами часть Вселенной размерами $\sim 10^{28}$ см является с такой точностью однородной и изотропной. Известно, что среди решений уравнений Эйнштейна без космологической постоянной однородное изотропное решение Фридмана является весьма выделенным частным случаем. Даже в узком классе однородных моделей изотропизация в обычном смысле слова, т. е. равенство скоростей расширения (постоянных Хаббла) по всем направлениям с точностью до малых поправок, при конечных t достигается только при специальных предположениях о начальных условиях, а асимптотическая изотропизация при $t \to \infty$ возможна только в I, V и VII типах Бианки [1 – 3]. Переход к более общим неоднородным моделям еще ухудшает ситуацию. В частности, неоднородное квазиизотропное решение Лифшица – Халатникова [4] близко к изотропному только вблизи сингулярности ($t \to 0$), а при $t \to \infty$ оно, вообще говоря, становится анизотропным и неоднородным. Таким образом, в рамках уравнений Эйнштейна без космологического члена изотропию Вселенной приходится постулировать, исходя из наблюдательных данных.

В настоящей работе показано, чтс ситуация кардинально меняется, если в тензоре энергии – импульса материи содержится положительный космологический член $T_i^k = \epsilon_V \delta_i^k$, где $\epsilon_V > 0$ – плотность энергии вакуума. Для последующего несущественно, является ли космологическая постоянная истинной ($\epsilon_V \equiv$ const) или только эффективной (тогда $\epsilon_V \approx$ const в силу уравнений движения на некотором интервале времени τ). Разница будет только в том, что во втором случае асимптотика (2) будет промежуточной, верной при $H^{-1} \ll t \ll \tau$, где $H^2 = (8\pi G\epsilon_V/3)$ (предполагается, что $H\tau \gg 1$; скорость света $c = 1$). Для приложений, однако, важен именно второй случай, когда Вселенная проходила через режим (2) на ранних стадиях своей эволюции; в первом же случае мы получим только малоинтересное предсказание о локальной изотропизации Вселенной в отдаленном будущем. В настоящее время известны два разумных способа возникновения эффективной космологической постоянной на ранних стадиях эволюции Вселенной: из-за однопетлевых квантово-гравитационных эффектов [5] и при фазовом переходе, связанном со скалярным хиггсовским полем [6, 7].

Искомая несингулярная асимптотика решений уравнений

$$R_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k R = 8\pi G\,\epsilon_V \delta_i^k \qquad (1)$$

при $t \to \infty$ похожа на квазиизотропное решение [4], но отличается от него бо́льшим (максимальным) числом физически различных произвольных функций и тем, что она является разложением вблизи $t = \infty$, а не $t = 0$. Имеем ряд:

$$ds^2 = dt^2 - \gamma_{\alpha\beta}\, dx^\alpha dx^\beta ,$$

$$\gamma_{\alpha\beta} = e^{2Ht} a_{\alpha\beta} + b_{\alpha\beta} + e^{-Ht} c_{\alpha\beta} + \ldots, \qquad (2)$$

где $a_{\alpha\beta}, b_{\alpha\beta}, c_{\alpha\beta}$ – функции трех пространственных координат. Операции поднимания индексов и ковариантного дифференцирования ниже производятся при помощи не зависящей от времени метрики $a_{\alpha\beta}$.

Тензор $b_{\alpha\beta}$ полностью определяется $a_{\alpha\beta}$

$$b_\alpha^\beta = \frac{1}{H^2}\left(P_\alpha^\beta - \frac{1}{4} P \delta_\alpha^\beta\right), \qquad (3)$$

где $P_{\alpha\beta}$ – тензор трехмерной пространственной кривизны, построенный по метрике $a_{\alpha\beta}$

Для c_α^β из (1) следуют 4 условия:

$$c \equiv c_\alpha^\alpha = 0, \quad c_{\alpha;\beta}^\beta = 0. \qquad (4)$$

Дальнейшие члены ряда (2) пропорциональны целым положительным степеням e^{-Ht}, они однозначно определяются по $a_{\alpha\beta}$ и $c_{\alpha\beta}$.

Решение (2) содержит четыре (максимально возможное число) физических произвольных функции трех координат и, следовательно, является общим [4] и устойчивым относительно не слишком больших возмущений [1)]. Две физические произвольные функции со-

---

[1)] Разумеется, есть и другие общие решения уравнений (1), относящиеся к иным физическим ситуациям. Так, вблизи сингулярности космологический член несущественен и имеет место колебательный режим Белинского – Лифшица – Халатникова [8]. Существует также решение, описывающее уединенную черную дыру с малыми затухающими возмущениями на фоне пространства де Ситтера.

держатся в $a_{\alpha\beta}$ и две – в $c_{\alpha\beta}$. Три функции в $a_{\alpha\beta}$ исключаются тремя преобразованиями пространственных координат, не затрагивающими времени, а четвертая – преобразованием $\tilde{t}=t+\varphi(x^\alpha)$, $\tilde{x}^\alpha = x^\alpha-(1/2H)(\partial\varphi/\partial x^\beta)a^{\alpha\beta}e^{-2Ht}+\ldots$, не нарушающим синхронности, при котором преобразованная метрика снова имеет вид (2) с $\tilde{a}_{\alpha\beta}=a_{\alpha\beta}e^{-2H\varphi}$.

Материя с уравнением состояния $p=k\epsilon$ ($k=$ const, $0\leqslant k<1$) может быть гладко вписана в (2) с нужным числом дополнительных физических произвольных функций. При $k=0$ (на ранних стадиях эволюции Вселенной это могут быть тяжелые метастабильные частицы или первичные черные дыры) вместо (4) имеем:

$$\epsilon=-\frac{3H^2}{8\pi G}e^{-3Ht}c;\quad c<0; \tag{5}$$

$$u_\alpha=\frac{1}{2Hc}(c^\beta_{\alpha;\beta}-c_{,\alpha});\quad u_0\to 1.$$

Скорость u_α является, вообще говоря, вихревой. При $k>0$ вместо (4) имеем:

$$c=0;\qquad \epsilon u_0 u_\alpha=-\frac{3H}{16(1+k)\pi G}e^{-3Ht}c^\beta_{\alpha;\beta}\ . \tag{6}$$

Если $0<k<\frac{1}{3}$, то $\epsilon\propto\exp(-3(1+k)Ht)$, $u_0\to 1$, $u_\alpha\propto\exp(3kHt)$; при $k=1/3$: $\epsilon\propto\exp(-4Ht)$, $u_0\to$ const $\neq 1$, $u_\alpha\propto e^{Ht}$; при $\frac{1}{3}<k<1$: $\epsilon\propto\exp\left(-\frac{2(1+k)}{1-k}Ht\right)$, $u_0\to\infty$, $u_\alpha\propto\exp\left(\frac{2k}{1-k}Ht\right)$.

Мы видим, что быстрая локальная изотропизация при расширении за характерное время $\Delta t\sim H^{-1}$ есть типичное явление при наличии космологической постоянной $\Lambda=3H^2$. При этом $C_{iklm}C^{iklm}\propto e^{-6Ht}\to 0$ при $t\to\infty$, где C_{iklm} – тензор Вейля. Все неоднородные возмущения, кроме так называемой несингулярной моды гравитационных волн, стремятся к нулю при $t\to\infty$, а последняя остается постоянной по амплитуде, но ее характерная длина волны $\to\infty$. Поэтому пространство-время внутри постоянного физического объема быстро приближается к пространству-времени де Ситтера, при этом начальные условия забываются.

Таким образом, космологическая постоянная является наилучшим "изотропизатором": она способна стереть или растянуть на очень большие масштабы неоднородности всех типов. Для сравнения напомним, что максимум, что может сделать эффект рождения частиц – это вывести расширение на квазиизотропное решение Лифшица – Халатникова [1)].

После распада эффективной космологической постоянной и конца квази-де ситтеровской стадии (2) возмущения начинают расти снова, однако если стадия (2) была достаточно длинной (практически достаточно иметь $H\tau\sim 60\div 70$), то к настоящему моменту однородность и изотропия наблюдаемой части Вселенной, достигнутые на стадии (2), еще не успевают испортиться. Таким образом, в модели с промежуточной квази-де ситтеровской стадией (2) мы получаем естественное объяснение приближенной однородности и изотропии Вселенной в масштабе $\sim 10^{28}$ см, сделав только одно предположение: что величина $H\tau$ достаточно велика.

Можно сказать, что промежуточная стадия (2) является упорядочивающей, "антиэнтропийной". Формально здесь нет противоречия со вторым законом термодинамики, так как на стадии (2) энтропия не исчезает, а дилютирует, разносится на очень большие масштабы.

---

1) Пример анизотропии квазиизотропного типа, которая не уничтожается рождением частиц, был рассмотрен в [9]

С принципиальной точки зрения интересно также, что Вселенная, прошедшая через стадию (2) и являющаяся локально изотропной, в очень больших масштабах в типичном случае существенно неоднородна ввиду зависимости $a_{\alpha\beta}$ от пространственных координат. Из наблюдений реликтового излучения вытекает, что Вселенная приближенно однородна и изотропна даже в масштабах $\sim 10^{31}$ см [10], но нет оснований ожидать, что эта упорядоченность должна сохраниться в сколь угодно больших масштабах. Характерный размер области упорядоченности порядка $H^{-1}\exp(H\tau)Z_H$, где Z_H – красное смещение, соответствующее концу стадии (2) (в моделях, построенных в [5-7], $Z_H \sim 10^{28} \div 10^{31}$).

Автор благодарен И.М.Халатникову, С.Хоукингу и .Г.Гиббонсу за интересные обсуждения.

Литература

1. *Новиков С.П.* ЖЭТФ, 1972, **62**, 1977.
2. *Дорошкевич А.Г., Лукаш В.Н., Новиков И.Д.* ЖЭТФ, 1973, **64**, 1457.
3. *Collins C.B., Hawking S.W.* Astroph J., 1973, **180**, 317.
4. *Лифшиц Е.М., Халатников И.М.* УФН, 1963, **80**, 391.
5. *Starobinsky A.A.* Phys. Lett., 1980, **91B**, 99.
6. *Guth A.H.* Phys. Rev., 1981, **D23**, 347.
7. *Linde A.D.* Phys. Lett., 1982, **108B**, 389.
8. *Белинский В.А., Лифшиц Е.М., Халатников И.М.* ЖЭТФ, 1972, **62**, 1606.
9. *Лукаш В.Н., Новиков И.Д., Старобинский А.А.* ЖЭТФ, 1975. **69**, 1484.
10. *Зельдович Я.Б., Новиков И.Д.* Строение и эволюция Вселенной. М.: Наука, 1975.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
10 ноября 1982 г.