

**О ВОЗМОЖНОСТИ ВОЗБУЖДЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ  
ПЛАЗМЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ РЕЛЯТИВИСТСКИМ  
ЭЛЕКТРОННЫМ ПУЧКОМ**

*В.А.Базылев, В.В.Головизнин, Т.Схен<sup>1)</sup>, А.В.Тулупов*

*Российский научный центр "Курчатовский институт"*

*123182 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 16 декабря 1993 г.

В одномерном приближении рассмотрена задача о генерации плазменных волн с фазовой скоростью, близкой к скорости света, релятивистским электронным бенчом конечной длительности. Показано, что при заданной плотности бенча существуют оптимальные значения длины бенча и плотности плазмы, при которых амплитуда кильватерных осцилляций электронной плотности максимальна. Показано, что уже при сравнительно небольших плотностях тока ( $\sim 10 \text{ кA}/\text{см}^2$ ) возможно возбуждение гигантских ускоряющих электрических полей  $\sim 1 \text{ ГВ}/\text{м}$ .

Возможность возбуждения плазменных волн большой амплитуды с фазовой скоростью, близкой к скорости света, вызывает значительный интерес в связи с поиском новых методов ускорения заряженных частиц (см., например, обзор [1]). Наиболее изученной в экспериментальном отношении является схема резонансного возбуждения, использующая биения двух лазерных волн близкой частоты [2]. В работе [3] продемонстрирована генерация ускоряющих полей, достигающих 700 МВ/м.

В данной работе анализируется альтернативный подход, состоящий в возбуждении нелинейных ленгмюровских волн плотным релятивистским пучком, движущимся в плазме (такой подход был впервые предложен и исследован в линейном приближении в работе [4]). Наша цель – оценить амплитуду возникающих при этом ускоряющих полей и выяснить условия, при которых она максимальна. Как будет показано ниже, при заданной плотности электронного пучка существуют оптимальные значения плотности плазмы и длительности бенча, отвечающие максимуму амплитуды кильватерных колебаний электронной плотности после прохождения электронного импульса. Генерируемые вблизи этого оптимума плазменные колебания оказываются существенно нелинейными [5].

Для получения простых оценок мы ограничимся одномерным случаем<sup>2)</sup>, причем плотность бенча будем считать постоянной во времени, пренебрегая замедлением электронов пучка и возможным развитием пучково-плазменных неустойчивостей. Плазма предполагается холодной и бесстолкновительной. В таком приближении генерация плазменных колебаний описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial E}{\partial z} = 4\pi e(\tilde{n} + n_b),$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -4\pi e(n_0 + \tilde{n})v - 4\pi e n_b v_0,$$

<sup>1)</sup>FOM-Instituut voor Plasmaphysica Rijnhuizen, Postbus 1207, 3430 BE Nieuwegein, Nederland

<sup>2)</sup>Численный анализ аналогичной задачи в двумерном случае см. [7]

$$\frac{dp}{dt} = eE,$$

где  $E = E_z(z, t)$  – напряженность продольного электрического поля,  $n_b$  и  $v_0$  – соответственно плотность и скорость электронов пучка ( $1 - v_0 \ll 1$ ),  $n_0$  – невозмущенное значение плотности плазмы,  $\tilde{n}$  – переменная часть плотности плазмы,  $v(z, t)$  – скорость электронов плазмы,  $p = mv/\sqrt{1 - v^2}$  – их импульс. Первые два уравнения системы (1) представляют собой уравнения Максвелла для электрического поля, а последнее описывает динамику электронов плазмы.

В дальнейшем нас будут интересовать стационарные решения, "бегущие" вдоль оси  $z$  со скоростью  $v_0$ , поэтому удобно перейти к новой переменной  $\zeta = z - v_0 t$ . В простейшем случае плотность пучка  $n_b$  может быть представлена ступенчатой функцией

$$n_b(\zeta) = \begin{cases} 0, & \zeta > 0, \\ N, & -\tau < \zeta < 0, \\ 0, & \zeta < -\tau \end{cases} \quad (2)$$

где  $\tau$  – длительность банча. Система уравнений (1) принимает при этом следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{dE}{d\zeta} &= 4\pi e(\tilde{n} + N), \\ v_0 \frac{dE}{d\zeta} &= 4\pi e(n_0 + \tilde{n})v + 4\pi e N v_0, \\ (v - v_0) \frac{dp}{d\zeta} &= eE, \end{aligned} \quad (3)$$

причем начальное состояние плазмы считается невозмущенным:

$$E(\zeta = 0) = 0, \quad \tilde{n}(\zeta = 0) = 0, \quad p(\zeta = 0) = 0.$$

Переходя к новой переменной  $\alpha$  согласно

$$d\alpha = d\zeta / [v_0 - v(\zeta)] \quad (4)$$

и выражая  $\tilde{n}$  и  $E$  через  $p$ , приходим к следующему уравнению:

$$\frac{d^2p}{d\alpha^2} + 4\pi e^2(n_0 - N) \frac{p}{\sqrt{p^2 + m^2}} + 4\pi e^2 N v_0 = 0. \quad (5)$$

Легко видеть, что оно описывает колебания материальной точки в потенциальном поле вида

$$U(p) = 4\pi e^2(n_0 - N)\sqrt{p^2 + m^2} + 4\pi e^2 N v_0 p. \quad (6)$$

Заметим, что замена переменных (4) возможна только при условии  $v < v_0$ , то есть скорость электронов плазмы не должна превышать фазовой скорости волны, в противном случае происходит "опрокидывание", и стационарные по  $\zeta$  решения становятся невозможны.

Уравнение (5) описывает генерацию нелинейной плазменной волны, движущейся с фазовой скоростью  $v_0$  и позволяет проследить зависимость амплитуды возбуждаемой волны от плотности электронного пучка  $N$  и длительности  $\tau$ . В самом деле, возбуждение плазменных колебаний происходит в два этапа. На первом этапе электрическое поле, порожденное бенчом, ускоряет электроны

плазмы в направлении, противоположном направлению движения бенча. Затем, по прошествии времени  $\tau$ , электронный бенч уходит вперед; в результате происходит скачкообразное изменение потенциала  $U(p)$  (уравнение (6)) на

$$U_0(p) = 4\pi e^2 n_0 \sqrt{p^2 + m^2}. \quad (7)$$

В дальнейшем электроны плазмы совершают свободные колебания, которые описываются уравнением (5) с  $N = 0$ , а начальные условия определяются значениями переменных  $p$  и  $dp/d\alpha$ , достигнутыми к моменту  $\tau$ . Легко видеть, что амплитуда этих кильватерных колебаний будет максимальна, если в момент  $\tau$  "координата"  $p$  имеет максимальное значение, то есть  $dp/d\alpha = 0$ .

Ввиду очевидного закона сохранения

$$\frac{1}{2} \left( \frac{dp}{d\alpha} \right)^2 + 4\pi e^2 [v_0 N p + (\dot{n}_0 - N) \sqrt{p^2 + m^2}] = 4\pi e^2 (n_0 - N) m, \quad (8)$$

искомый максимум амплитуды  $p_*$  определяется уравнением

$$v_0 N p_* + (n_0 - N) \sqrt{p_*^2 + m^2} = (n_0 - N) m, \quad (9)$$

откуда

$$p_* \approx \frac{-2(n_0 - N)mN}{n_0(n_0 - 2N)}. \quad (10)$$

Легко видеть, что зависимость  $p_*$  от  $N$  имеет полюсный характер:  $|p_*| \rightarrow \infty$  при  $N \rightarrow n_0/2$ . Это связано с тем, что при  $N > n_0/2$  исчезает минимум у потенциала  $U(p)$  и решение перестает быть колебательным. Поскольку физический смысл имеют только решения с  $v < v_0$ , указанное обстоятельство означает, что при  $n_0 - 2N \leq \frac{n_0}{2} \sqrt{1 - v_0^2}$  "бегущие" решения генерируются лишь относительно короткими импульсами.

Возвращаясь к (3), замечаем, что амплитуда напряженности электрического поля как функция плотности плазмы имеет относительно резкий максимум при  $n_0 \sim 2N$ . Именно, при  $n_0 > 2N$

$$E_{max} \simeq 2\sqrt{4\pi N m} \sqrt{N/(n_0 - 2N)}, \quad (11)$$

причем дробь в квадратных скобках, может достигать в максимуме величины  $\gamma_0 = (1 - v_0^2)^{-1/2}$ . При  $n_0 < 2N$  амплитуда электрического поля определяется "опрокидыванием"

$$E_{max} \approx \sqrt{4\pi N m} \sqrt{2\gamma_0 n_0 / N}. \quad (12)$$

Соответствующая длительность бенча равна

$$\tau_0 = \int_{p_*}^0 \frac{dp [v_0 - p/(p^2 + m^2)^{1/2}]}{\sqrt{8\pi e^2 \{(n_0 - N)[m - (p^2 + m^2)^{1/2}] - v_0 N p\}}} \quad (13)$$

Отметим, что она также имеет резкий максимум при  $n_0 \sim 2N$ .

На рис.1 и 2 представлены зависимости описываемые уравнениями (11)–(13), для случая  $\gamma_0 = 100$  (энергия ускоренных электронов  $E \approx 50$  МэВ). Отметим еще раз, что для достижения максимальной амплитуды кильватерных осцилляций заряда при заданной плотности пучка длительность бенча должна

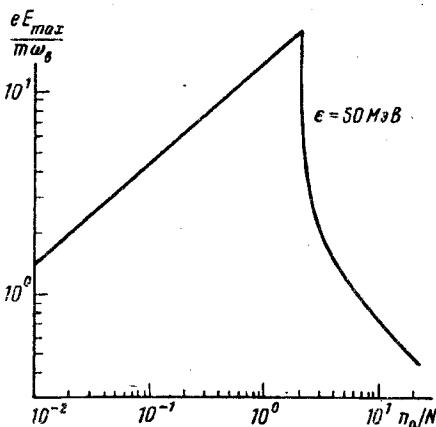


Рис.1

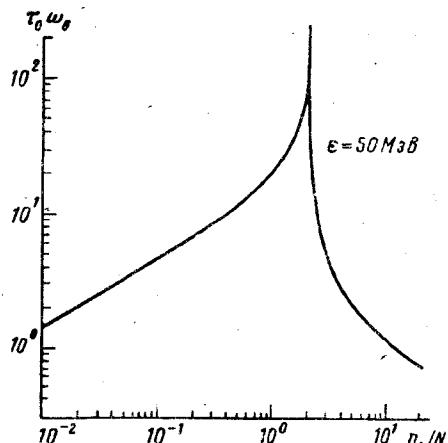


Рис.2

Рис.1. Амплитуда ускоряющего электрического поля в кильватере электронного бенча как функция плотности плазмы. Здесь и на рис.2  $\omega_b = \sqrt{4\pi e^2 N/m}$

Рис.2. Оптимальная длительность бенча как функция плотности плазмы

быть строго коррелирована с плотностью плазмы. Амплитуда кильватерных осцилляций падает как при укорочении, так и при удлинении бенча.

Оценим далее амплитуду ускоряющих полей, достижимых при реалистических плотностях и энергиях электронного пучка. Пусть, для определенности, плотность бенча равна  $N = 10^{12} \text{ e}^-/\text{см}^3$ , что соответствует плотности тока  $j \sim 5 \text{ kA/cm}^2$ . Тогда, при плотности плазмы  $n = 5 \cdot 10^{12} \text{ e}^-/\text{см}^3$ , оптимальная длительность бенча составляет  $\tau_0 \approx 1 \text{ см}$ , а амплитуда ускоряющего поля  $E_{max} \approx 120 \text{ МВ/м}$ . С приближением  $n_0$  к значению  $2N$  амплитуда ускоряющего поля резко возрастает. Так, при  $n_0 = 2,04 \cdot 10^{12} \text{ e}^-/\text{см}^3$ , амплитуда ускоряющего поля достигает гигантской величины  $E_{max} \approx 1 \text{ ГВ/м} (!)$ . Отметим, что предельное значение  $E_{max}$ , достижимое при заданной плотности пучка, увеличивается с ростом энергии электронов как  $\gamma_0^{1/2}$ .

Вопрос об устойчивости самого электронного бенча, генерирующего кильватерное поле, более сложен и требует дополнительного исследования, выходящего за рамки данной статьи. Численный анализ показывает, что устойчивость бенча сохраняется на длинах значительно превышающих его собственный размер  $\tau_0$ .

Следует отметить, что глубоко промодулированная нелинейной волной плазмы ( $\delta n/n \geq 1$ ) оказывается весьма подходящей средой для генерации поперечных электромагнитных волн. Это связано с тем, что пучок релятивистских электронов, движущийся навстречу нелинейной волне и последовательно проходящий слои плазмы с периодически изменяющейся электронной плотностью, оказывается неустойчив по отношению к электромагнитному излучению и усилению этого излучения на частоте, значительно превосходящей период модуляции [6]. Практические перспективы связаны в этом случае с возможностью создания компактных "ондуляторов" для лазеров на свободных электронах и продвижением в коротковолновую область, поскольку технические возможности укорочения периода магнитных ондуляторов в настоящее время ограничены величиной  $\sim 1 \text{ см}$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта – 93-02-17331).

- 
1. S.V.Bulanov, M.Kovrizhnykh, and A.S.Sakharov, Phys. Rep. **186**, 1 (1990).
  2. M.N.Rosenbluth and C.S.Lin, Phys. Rev. Lett. **29**, 701 (1972).
  3. C.E.Clayton, K.A.March, A.Dyson et al., Phys. Rev. Lett. **70**, 37 (1993).
  4. P.Chen, J.M.Dawson, R.W.Huft, and T.Katsouleas, Phys. Rev. Lett. **54**, 693 (1985).
  5. А.И.Ахиезер, Р.В.Половин, ДАН СССР **102**, 919 (1955).
  6. В.А.Базылев, Н.К.Жеваго, Взаимодействие заряженных частиц с веществом и внешними полями, М.: Наука, 1987, с.270.
  7. Н.Е.Андреев, Л.М.Горбунов, В.И.Кирсанов и др., Письма в ЖЭТФ **55**, 551 (1992).