Письма в ЖЭТФ, том 59, вып.3, стр.150 - 153 ©1994 г. 10 февраля

КРИТИЧЕСКИЕ ПОЛЯ И НАДБАРЬЕРНЫЕ ШТАРКОВСКИЕ РЕЗОНАНСЫ

В.С.Попов, В.Д.Мур, А.В.Сергеев+*

Институт теоретической и экспериментальной физики
117259 Москва, Россия
**Московский инженерно-физический институт*
115409 Москва, Россия
+Государственный оптический институт им. С.И.Вавилова
199034 Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 22 декабря 1993 г.

Вычислены точные значения критических полей $\mathcal{E}_c$ для атома водорода, включая основное состояние, и ширины Γ_n штарковских резонансов при $\mathcal{E}=\mathcal{E}_c$. Показано, что в надбарьерной области ($\mathcal{E}>\mathcal{E}_c$) ширины $\Gamma_n(\mathcal{E})$ практически линейно зависят от напряженности электрического поля.

1. В связи с экспериментальными исследованиями околопороговых штарковских состояний [1-3] представляют интерес значения электрического поля $\mathcal{E}=\mathcal{E}_c(n_1,n_2,m)$, при которых атомный уровень "касается" вершины потенциального барьера (следуя [4], будем называть такое поле "критическим"). Значение $\mathcal{E}_c$ разделяет две характерные области: область "слабого поля", где уровни являются подбарьерными и ширины их экспоненциально малы (а при $\mathcal{E}\to 0$ выходят на квазиклассическую асимптотику [5]), и область сильного ($\mathcal{E}>\mathcal{E}_c$) поля, где разонансы являются надбарьерными. Как экспериментальные данные, так и численные расчеты показывают, что переход из одной области в другую является весьма резким. Поэтому критические поля $\mathcal{E}_c$, строго определенные в квазиклассическом случае $n\gg 1$, сохраняют смысл и для небольших квантовых чисел.

В задаче об эффекте Штарка в атоме водорода переменные разделяются в параболических координатах, а барьер имеется по переменной $\eta=r-z$. Поскольку волновая функция $\chi_2(\eta)$ определена на полуоси $0<\eta<\infty$, то $\eta=0$ является особой точкой. Преобразование Лангера [6]

$$\eta=\exp(x),\qquad \chi_2(\eta)=\exp(x/2)\varphi(x) \tag{1}$$

удаляет эту особенность на $-\infty$ и позволяет корректно учесть граничное условие $\chi_2(0)=0$ в квазиклассическом подходе. Уравнение Шредингера принимает вид

$$\frac{1}{n^2}\frac{d^2\varphi}{dx^2}+p^2\varphi=0,\qquad p^2=-\frac{\mu^2}{4}+\beta_2 y+\frac{1}{2}\epsilon y^2+\frac{1}{4}Fy^3, \tag{2}$$

где $y=n^{-2}\eta$, β_2 – константа разделения; ϵ, F и μ – "приведенные" переменные:

$$\epsilon=\epsilon'-i\epsilon''=2n^2E_n(\mathcal{E}),\quad \epsilon''=n^2\Gamma_n,\quad F=n^4\mathcal{E},\quad \mu=\frac{|m|}{n}, \tag{2a}$$

$E=E_r-i\Gamma/2$ – энергия резонанса и n_1,n_2,m – параболические квантовые числа (используются атомные единицы и стандартные обозначения [5]).

Условие того, что уровень "касается" вершины барьера (то есть $E_r = U_m$), выражается уравнениями

$$\mathrm{Re}\, p^2(y_m) = \mathrm{Re}\frac{dp^2}{dy}|_{y=y_m} = 0, \tag{3}$$

которые, с учетом (2), принимают вид

$$\epsilon' + 2Fy + \mu^2 y^{-2} = 0, \qquad y = -\frac{\epsilon'}{3F}[1 + (1-\zeta)^{1/2}], \tag{4}$$

где $y = y_{r_1}$, $\zeta = 12\beta_2' F/\epsilon'^2$, $\beta_2' = \mathrm{Re}\beta_2$ и $\epsilon' < 0$. Величины ϵ' и β_2' зависят от приведенного электрического поля F и квантовых чисел состояния. Они вычислялись суммированием расходящихся рядов теории возмущений (ТВ) с помощью аппроксимант Паде–Эрмита (описание этого метода см. в [7]). В расчет вводилось до 80 порядков ТВ и была достигнута точность $\sim 10^{-4}$ для ϵ и β_2, после чего из (4) определялось критическое поле $F_c(n_1, n_2, m)$.

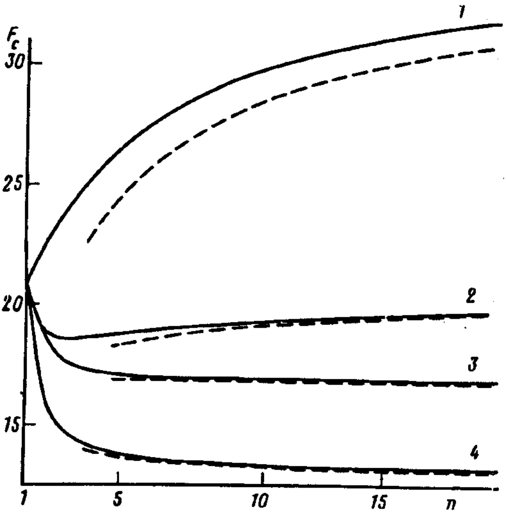

Рис.1. Критические поля $F_c(n_1, n_2, m)$ для атома водорода: сплошные кривые – расчет с введением поправки Лангера, пунктирные – без ее учета. Кривые 1-4 относятся к следующим сериям состояний: $(n-1,0,0)$, $(0,0,n-1)$, $(n_1,n_1,0)$ и $(0,n-1,0)$, где $n_1 = n_2 = (n-1)/2$ и n – главное квантовое число уровня

Результаты расчета F_c для четырех серий состояний (n_1, n_2, m) атома водорода показаны на рис.1. Отметим, что поправка Лангера весьма существенна для небольших n, и особенно в случае основного состояния, когда $F_c = \mathcal{E}_c = 0,2082$, а без ее учета получаем $F_c' = 0,1587$. Влияние поправки Лангера на величину F_c можно оценить параметром

$$\delta = \delta U_2/U_2|_{\eta=\eta_m} \sim F_c^2/n^2(-\epsilon_c)^3. \tag{5}$$

Таким образом, $\delta \sim n^{-2} \to 0$; исключением являются состояния $(n-1,0,0)$, когда $-\epsilon_c \propto \nu_2^{2/3} \sim n^{-2/3}$, вследствие чего поправка δ очень медленно убывает при $n \to \infty$.

С ростом n значения F_c приближаются к классическому порогу ионизации F_*, зависящему только от отношений $\nu_i = (n_i + 1/2)/n$. Приведем их численные значения: $F_* = 0,3834; 0,2081; 0,1674$ и $0,1298$, соответственно для серий состояний $(n-1,0,0)$, $(0,0,n-1)$, $((n-1)/2,(n-1)/2,0)$ и $(0,n-1,0)$ при

$n \to \infty$. Для ридберговских ($n \gg 1$) резонансов[1)]

$$F_c/F_* = 1 + \frac{c_1}{n} + \frac{c_2}{n(\ln n + l_0)} + \ldots, \tag{6}$$

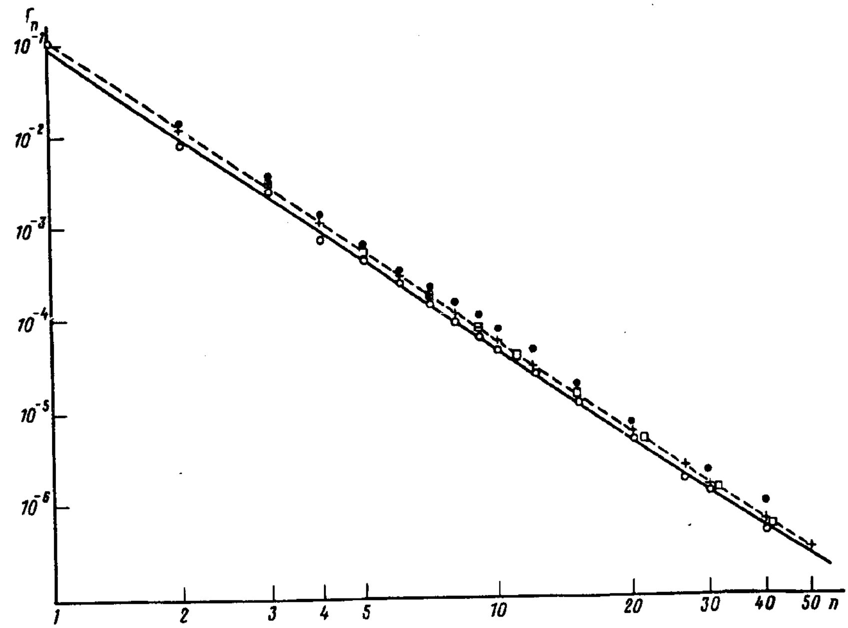

Рис.2. Зависимость штарковских ширин $\Gamma_n(\mathcal{E} = \mathcal{E}_c)$ от n. Масштаб по обеим осям – логарифмический, причем по оси обсцисс отложены значения $\lg(n^3)$. Обозначения: o - ширины Γ_n для состояний $(0, n-1, 0)$, + – для серии $(0, 0, n-1)$, □ – для $(n_1, n_1, 0)$ и • – для $(n-1, 0, 0)$. Сплошная кривая построена по уравнению (7) для серии $(0, n-1, 0)$, штриховая кривая относится к серии состояний $(0, 0, n-1)$, которые соответствуют (в пределе $n \to \infty$) круговым орбитам электрона

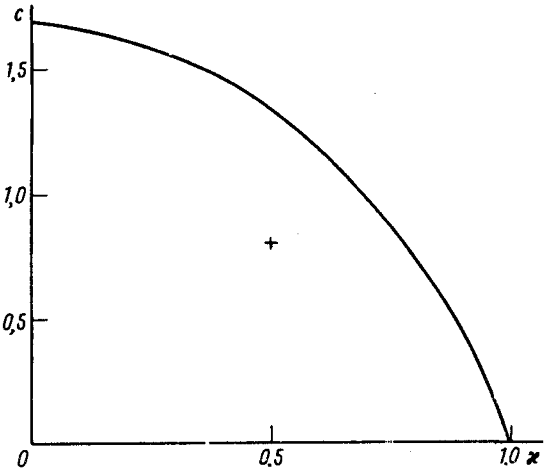

Рис.3. Наклон c приведенной ширины уровней $(n_1, n_2, 0)$ в надбарьерной области; $\varkappa = (n_1 - n_2)/n$, $n \to \infty$. Крестиком отмечено значение коэффициента c для циркулярных орбит, то есть для состояний $(0, 0, n-1)$

[1)]Отметим, что (так же, как и в (5)) эта асимптотика перестает быть справедливой для состояний $(n-1, 0, 0)$.

где, например, для серии $(0, n-1, 0)$ имеем: $F_* = 2^{10}(3\pi)^{-4}$, $c_1 = 2 - 2^{5/2}\pi^{-1} = 0,199$, $c_2 = \ln 2/2 = 0,347$ и $l_0 = 2,286$. Формулы (5) и (6) качественно объясняют результаты численных расчетов, представленные на рис.1.

2. Представляют интерес положения и, в особенности, ширины Γ_n штарковских резонансов при $\mathcal{E} = \mathcal{E}_c$. Используя квазиклассическое условие квантования с учетом проницаемости барьера [8,9], можно показать, что

$$\Gamma_n(\mathcal{E} = \mathcal{E}_c) = \gamma n^{-3}(\ln n + l_0)^{-1}, \qquad n \gg 1, \tag{7}$$

где γ и l_0 – константы, значения которых зависят от квантовых чисел. Так, для состояний $(0, n-1, 0)$ получаем: $\gamma = 2^8(3\pi)^{-3}\ln 2 = 0,212$ и $l_0 = 2,286$. Рис.2 показывает, что асимптотика (7) хорошо согласуется с результатами численных расчетов уже при $n \geq 3$. Видно, что штарковские резонансы в момент касания имеют малую ширину, особенно в случае ридберговских ($n \gg 1$) состояний[2)].

В общем случае, когда потенциал, связывающий частицу, $V(r) \propto r^{-\alpha}$ на малых расстояниях, вместо (7) получаем:

$$\Gamma_n(E_r = U_m) \approx \mathrm{const}/n^{(2+\alpha)/(2-\alpha)}\log n, \qquad 0 < \alpha < 2. \tag{7a}$$

3. Численные расчеты показывают [7,10], что в надбарьерной области штарковские ширины практически линейно зависят от электрического поля[3)]:

$$\epsilon''(F) \equiv n^2\Gamma_n = c(F - F_0), \qquad F \gtrsim 1,2F_c. \tag{8}$$

Используя обобщенные условия квантования для надбарьерных резонансов (которые для состояний атома водорода с $m = 0, n \gg 1$ могут быть записаны в аналитическом виде [7,9]), мы вычислили входящие в (8) константы c и F_0. Результаты расчета см. на рис.3, из которого, в частности, видно, что коэффициент $c \to 0$ при $\kappa = (n_1 - n_2)/n \to 1$, то есть для ридберговских состояний $(n-1, 0, 0)$; это объясняется тем, что ширины Γ_n указанных состояний имеют дополнительную малость по n.

В заключение отметим, что в пределе очень сильного поля $\Gamma_n \propto \mathcal{E}^{2/3}$ при $\mathcal{E} \to \infty$ (см. [9]). Таким образом, линейная зависимость (8) является "промежуточной асимптотикой". Недавно она использовалась в расчете энергетического спектра электронов в процессе надбарьерной ионизации [12].

Авторы благодарны В.П.Крайнову за плодотворные обсуждения. Работа частично финансировалась Российским фондом фундаментальных исследований (грант 93-02-14368).

[2)]Это соответствует тому, что (в рамках $1/n$-разложения [10]) приведенная ширина ϵ''_n обращается в нуль, пока $F < F_*$ – то есть вплоть до точки столкновения классических решений.

[3)]Качественное объяснение этому факту дает полуклассическое $1/n$-разложение [10], применение которого позволяет представить зависимость ϵ'' от F (в пределе $n \to \infty$) в удобной параметрической форме – см. уравнения (5) в работе [11].

1. K.Ng, D.Yao, and M.N.Nayfeh, Phys. Rev. **A35**, 2508 (1987).
2. S.August, D.Strickland, D.D.Meyerhofer et al., Phys. Rev. Lett. **63**, 2212 (1989).
3. G.Gipson, T.S.Luk, and C.K.Rhodes, Phys. Rev. **A41**, 5049 (1990).
4. R.Shakeshaft, R.M.Potvliege, M.Dorr et al., Phys. Rev. **A42**, 1656 (1990).
5. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика, М.: Наука, 1974.
6. R.E.Langer, Phys. Rev. **51**, 669 (1937).
7. V.S.Popov, V.D.Mur, A.V.Sergeev et al., Preprint IC/89/320, Trieste, 1989; Phys. Lett. **A149**, 418, 425 (1990).
8. В.С.Попов, В.Д.Мур, А.В.Сергеев, ЖЭТФ **100**, 20 (1991); Phys. Lett. **A157**, 185 (1991).
9. В.Д.Мур, В.С.Попов, Письма в ЖЭТФ **51**, 499 (1990); **57**, 406 (1993).
10. V.S.Popov, V.D.Mur, V.M.Weinberg et al., Phys. Lett. **A124**, 77 (1987).
11. V.S.Popov, Phys. Lett. **A173**, 63 (1993).
12. V.P.Krainov, in Proc. VI Int. Conf. on Multiphoton Processes (Quebec, June 26-30, 1993), Laval Univ. Publish., Quebec, 1993.