РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ПИСЬМА В ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОСНОВАН В 1965 ГОДУ | *ТОМ 59, ВЫПУСК 4*
ВЫХОДИТ 24 РАЗА В ГОД | *25 ФЕВРАЛЯ, 1994*

Письма в ЖЭТФ, том 59, вып.4, стр.211 - 215

СПЕКТР И РАСЩЕПЛЕНИЕ P–ВОЛНОВЫХ МЕЗОНОВ

Е.Л.Губанкова

Институт Теоретической и Экспериментальной Физики
113209 Москва, Россия

Поступила в редакцию 26 января 1994 г.

Исходя из потенциальной релятивистской модели исследуются спектр и тонкая структура с учетом смешивания легко–тяжелых P–волновых мезонов. Рассматривается предельный переход к уравнению Дирака с бесконечно–тяжелым кварком. Обсуждается роль киральных эффектов для легких мезонов.

1. К настоящему моменту в литературе [1] получена потенциальная релятивистская модель на основе нового непертурбативного подхода из первопринципов КХД. Данный подход использует технику, в которой вся информация как о пертурбативной, так и о непертурбативной динамике модели содержится в среднем значении вильсоновской петли $< W(c) >$. При этом вклад малых расстояний представлен в виде пертурбативных поправок и в низшем порядке по g^2 дает кулоновский потенциал, а большие расстояния входят через неприводимые корреляторы глюонных полей $<< F(x_1)...F(x_n) >>$, которые дают в любом порядке по g линейный потенциал конфайнмента $\sigma|\mathbf{r}|$. При использовании данного подхода, был получен бесспиновый гамильтониан системы кварк–антикварк, собственное значение которого дает соответственную массу системы [2]

$$M_n(\mu_1,\mu_2) = \frac{m_1^2}{2\mu_1} + \frac{m_2^2}{2\mu_2} + \frac{\mu_1+\mu_2}{2} + \epsilon_n(\tilde{\mu}) - c_0, \qquad (1)$$

где μ_1, μ_2 – новые введенные параметры, играющие роль динамических масс. При этом они находятся из условий минимизации выражения $M_n(\mu_1,\mu_2)$ по параметрам μ_1, μ_2 [2]. $\tilde{\mu} = \mu_1\mu_2/(\mu_1+\mu_2)$ – приведенная масса системы, $\epsilon_n(\tilde{\mu})$ – энергия относительного движения системы

$$\epsilon_n(\tilde{\mu}) = \frac{p^2}{2\tilde{\mu}} + \sigma|\mathbf{r}| - \frac{4}{3}\frac{\alpha_S}{|\mathbf{r}|}, \qquad (2)$$

где в системе центра масс p – импульс кварка (антикварка).

Условие минимизации (1) по μ_1 и μ_2 дает для динамических масс

$$\mu_1 = \sqrt{p^2 + m_1^2}, \qquad \mu_2 = \sqrt{p^2 + m_2^2} \, . \tag{3}$$

При этом масса системы равна

$$M_n = \sqrt{p^2 + m_1^2} + \sqrt{p^2 + m_2^2} + V(r) \, , \tag{4}$$

где $V(r)$ – кварк-антикварковое взаимодействие,включающее в общем случае спинзависящий потенциал.

Выражение для массы (4) было получено в рамках непертурбативного подхода [3] без разложения корня, который фигурирует в законе площадей. (В [2] точность разложения $\sim 10\%$ и дает взаимодействие $\sigma|\mathbf{r}|$ в (2)). Однако выражение (4) не использовалось в данной работе из-за возникающих при этом сложностей в численных расчетах. В связи с этим задача решалась по упрощенной схеме [2], где, по-существу, было использовано приближение среднего поля для $\mu_i(\tau)$,то есть $\mu_i(\tau) \approx \mu_i$ $i = 1, 2$,где τ – время вдоль траектории кварка(антикварка). Точность данного приближения $\sim 5\%$ [3]. Поэтому вначале были найдены собственные значения $M_n(\mu_1, \mu_2)$ как функции μ_1, μ_2, а затем проведена минимизация выражения $M_n(\mu_1, \mu_2)$ по μ_1, μ_2 с данным значением $\epsilon_n(\tilde{\mu})$

$$\left(-\frac{1}{2\tilde{\mu}}\frac{d^2}{d\mathbf{r}^2} + \sigma|\mathbf{r}| - \frac{4}{3}\frac{\alpha_{\mathbf{s}}}{|\mathbf{r}|}\right)\varphi_{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) = \epsilon_{\mathbf{n}}(\tilde{\mu})\varphi_{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \, , \tag{5}$$

то есть найдены μ_1^0 и μ_2^0 из условий $dM(\mu_1, \mu_2)/d\mu_i = 0 \quad i = 1, 2$. Окончательно масса системы $M_n = M_n(\mu_1^0, \mu_2^0)$. При этом несмотря на использование уравнения Шредингера полученное значение массы M_n является релятивистским (так как работает и в случае $m_1 \sim m_2 \sim 0$).

В качестве исходных параметров для непертурбативного подхода были введены токовые массы m_1, m_2, натяжение струны σ и бегущая константа связи $\alpha_s(r)$. В результате в бесспиновом случае была получена динамика конфайнмента, которая приводит к динамическим массам кварков μ_1, μ_2 и общей массе системы $M_n = M_n(\mu_1^0, \mu_2^0)$. При этом M_n классифицируется по угловому моменту l и радиальному главному квантовому числу n_r.

2. Спинзависящее взаимодействие также рассмотрено на основе метода вакуумных корреляторов [1].

Не прибегая к пертурбативному разложению по параметру $1/\mu$, то есть в релятивистском случае, был получен следующий потенциал, записанный в общепринятом виде Эйхтена и Фейнберга [4]:

$$V_{SD}(r) = \left(\frac{\sigma^{(1)}L^{(1)}}{4m_1^2} - \frac{\sigma^{(2)}L^{(2)}}{4m_2^2}\right)\left(\frac{1}{r}\frac{dV_0(r)}{dr} + \frac{2}{r}\frac{dV_1(r)}{dr}\right) +$$

$$+ \frac{\sigma^{(2)}L^{(1)} - \sigma^{(1)}L^{(2)}}{2m_1m_2} \cdot \frac{1}{r}\,\frac{dV_2(r)}{dr} + \frac{\sigma^{(1)}\sigma^{(2)}}{12m_1m_2}V_4(r) +$$

$$+ \frac{1}{12m_1m_2}\left(3(\sigma^{(1)}n)(\sigma^{(2)}n) - \sigma^{(1)}\sigma^{(2)}\right)V_3(r) \, . \tag{6}$$

Эта формула получена в потенциальном случае, когда характерное время движения кварка T_q много больше корреляционной длины T_g , входящей в функцию D и D_1: $T_q \gg T_g$ (D и D_1 определяют поведение билокального коррелятора $<< F(1)F(2) >>$, через них выражаются все V_i).

Ввиду того, что в низшем порядке кластерного разложения пертурбативный P и непертурбативный NP вклады факторизуются, то есть $< W(c) >=< W >_p< W >_{NP}$, то P и NP части потенциалов входят аддитивно, то есть для любого $i = 0, 1, 2, 3, 4$ $\quad V_i = V_i^P + V_i^{NP}$

Пертурбативная часть:

$$V_0^P = -\frac{4}{3}\frac{\alpha_s}{r}, \qquad V_1^P = 0, \qquad \frac{dV_2^P}{dr} = \frac{dV_0^P}{dr} = \frac{4}{3}\frac{\alpha_s}{r^2} \tag{7}$$
$$V_3^P = \frac{4}{3}\frac{\alpha_s}{r^3}, \qquad V_4^P = -\frac{32\pi\alpha_s}{3}\delta^{(3)}(\mathrm{r}) .$$

Непертурбативная часть:

$$V_0^{NP} = \sigma r, \qquad \frac{dV_1^{NP}}{dr} = -\frac{dV_0^{NP}}{dr} = -\sigma, \tag{8}$$
$$\frac{dV_2^{NP}}{dr} = 0(\frac{1}{r}), \qquad V_3^{NP} \approx V_4^{NP} = 0(\exp(-\frac{r^2}{T_g^2})) .$$

При этом для непертурбативной части (8) взята асимптотика при $r \gg T_g$. Это приближение оправдано, так как из решеточных вычислений $T_g \approx 0.2 \div 0.3 fm$ [5], характерный размер системы $r \approx 1 fm$.

Окончательно в случае P-волны для масс получим следующие формулы:

$$m(^1P_1) = M_0, \qquad m(^3P_2) = M_0 + a - 0,1c, \qquad m(^3P_1) = M_0 - a + 0,5c \tag{9}$$
$$m(^3P_o) = M_0 - 2a - c ,$$

где центр мультиплета

$$M_0 = \frac{\sum_{J=0}^2 (2J+1)m(^3P_J)}{\sum_{J=0}^2 (2J+1)} = m(^1P_1) ,$$

так как спин-спиновое взаимодействие V_4 обращается в 0 для P-волны; $M_0 = M_n$ из (1);. a – радиальный матричный элемент спин-орбиты при суммарном спине $\mathrm{S}_+ = \mathrm{S}_1 + \mathrm{S}_2$, то есть $a \equiv < V_{LS+} >$ c – матричный элемент тензорных сил, то есть $c \equiv < V_T >$. Вычисления проводились в системе центра масс.

Недиагональный матричный элемент спин-орбиты приводит к смешиванию состояний с одинаковой четностью – $^3P_1$ и $^1P_1$, в результате чего физическими состояниями являются P_1^{high} и P_1^{low}. Соответствующие массы равны

$$m(|P_1^{high} >, |P_1^{low} >) = 1/2[2M_0 - a + 0,5c \pm \sqrt{(a - 0,5c)^2 + 8d^2}] , \tag{10}$$

где d – матричный элемент спин-орбиты при разности спинов $\mathrm{S}_- = \mathrm{S}_1 - \mathrm{S}_2$, то есть $d \equiv < V_{LS-} >$ "+",соответственно, P^{high}; "-" – P^{low}.

Смешивания не происходит в системе, где токовые массы кварков равны, о есть $m_1 = m_2$, так как в этом случае равны динамические массы кварков $\mu_1 = \mu_2$ и, следовательно, $d = 0$.

Угол смешивания θ, входящий в матрицу перехода от старого базиса ($|^3P_1>, |^1P_1>$) к новому ($|P_1^{high}>, \quad |P_1^{low}>$) в виде

$$R = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

определяется как

$$\sin\theta = \left(\frac{m(^1P_1) - m(P^{low}}{m(P_1^{high}) - m(P_1^{low})}\right)^{1/2} = \left(\frac{m(^3P_1) - m(P_1^{high})}{m(P_1^{low}) - m(P_1^{high})}\right)^{1/2} . \quad (11)$$

3. Используя формулы (9)-(11),легко провести предельный переход к уравнению Дирака, то есть когда $m_2/m_1 \ll 1$. В этом пределе $a = d$; $c = 0$. Поэтому после смешивания будем иметь всего 2 уровня $M = M_0 + a$, $M = M_0 - 2a$, каждый из которых двукратно вырожден. При этом в зависимости от знака a имеем 2 режима:

1) $a > 0$, $\sin\theta = \sqrt{2/3}$, $m(^3P_2) > m(^3P_0)$ и после смешивания в низшем состоянии P_1^{low} преобладает $^3P_1$, которое вырождается с $^3P_0$, соответственно в P_1^{high} преобладает доля $^1P_1$ которое вырождается с $^3P_2$.Т.е.в этом случае имеем кулоновский порядок уровней:$m(^3P_2) > m(^1P_1) > m(^3P_1) > m(^3P_0)$,

2) $a < 0, \sin\theta = -\sqrt{1/3}$, $m(^3P_0) > m(^3P_2)$ и после смешивания в низшем состоянии P_1^{low} преобладает $^1P_1$,в P_1^{high} – соответственно $^3P_1$, то есть $m(^3P_0) > m(^3P_1) > m(^1P_1) > m(^3P_2)$.

Таким образом, для любого a вырождение происходит между состояниями со следующими квантовыми числами: состояние вырожденое с $^3P_2$ будет в основном $^1P_1$, а состояние, вырожденное с $^3P_0 -^3 P_1$. Это согласуется с решением уравнения Дирака, где вырождены уровни: $^3L_{L+1}$ с ^1L_L и $^3L_{L-1}$ с ^3L_L , где L - орбитальный момент системы

4. На основе полученных формул (9)-(11) проводились численные расчеты масс для $D-$, D_S-, $B-$, B_S- и K-мезонов. Получены следующие закономерности. Все мезоны с учетом смешивания имеют кулоновское расположение уровней, то есть $m(^3P_2) > m(P_1^{high}) > m(P_1^{low} > m(^3P_0)$.Для всех систем спин-орбитальный вклад в спинзависящий потенциал является доминирующим по сравнению с другими силами. Это приводит к тому, что величина спин орбиты $a \equiv< V_{LS+} >$ определяет взаимное расположение уровней так же, как в случае уравнения Дирака ($a > 0$ - дает кулоновское расположение уровней). Для B- и B_S-мезонов получено в пределах ошибки вычислений вырождение уровней $^3P_2 - P_1^{high}$, $^3P_0 - P_1^{low}$, что согласуется с вырождением в случае уравнения Дирака.

Массы для K-мезона оказались несколько завышенными по сравнению с экспериментальными данными ($\sim$ 100 МэВ),что частично можно объяснить использованием для непертурбативной части только асимптотического значения, при $r \gg T_g$, что привело к чисто пертурбативным тензорным силам (то есть $c \equiv< V_T >$ определяется только кулоновским взаимодействием). Однако, по-видимому, основной причиной слишком завышенной массы является неучет нового динамического режима: режима нулевых кварковых мод, приводящего к нарушению киральной симметрии [8]. Именно для K-мезонов эти эффекты могут оказаться существенными, так как именно спиновые степени свободы, которые важны в случае легких кварков, дают ненулевую плотность квазинулевых кварковых мод [8].

Массы и расщепления остальных мезонов совпадают в пределах ошибки с соответствующими значениями в литературе [7] и экспериментальными данными. (Для $B-$, D-мезонов на сегодняшний момент нет полных экспериментальных данных.)

Возможные источники ошибок связаны со сделанными во время вывода потенциалов приближениями (асимптотическим значением для Вильсоновской петли; приближением локальности для спинзависящих потенциалов), а также пренебрежением различных эффектов: 1) нарушение киральной симметрии; 2) взаимодействие мезонов со своими каналами распада (как открытыми, так и закрытыми). Однако второй пункт не дает существенных поправок [6], в то время как первый пункт и учет нелокальности дают среднюю точность: ± 50 МэВ для мезонов, содержащих легкие кварки и ± 25 МэВ для систем из тяжелых кварков.

Угол смешивания совпадает в пределах ошибки ($\sim 12\%$) со значениями в литературе [6,7]. Для D_S- и B_S-мезонов $\theta \approx 45^o$, что означает, что состояния $^3P_1$ и $^1P_1$ представлены в P_1^{high} и P_1^{low} в равных долях ($\theta = 41^\circ$ [6,7]). Для D и B мезонов $\theta \approx 55^o$, что соответствует $\sin\theta = \sqrt{2/3}$. Следовательно, для этих систем ситуация близка к пределу $m_2/m_1 \ll 1$ рассмотренного уравнения Дирака($\theta \approx 48^\circ$ [6,7]).Для K мезона $\theta = 28^\circ$,что согласуется в пределах ошибки вычисления со значениями в литературе [6,7] ($\theta = 34^\circ$).

В заключение автор выражает признательность Ю.А.Симонову, А.М.Бадалян и М.Г.Щепкину за полезные замечания и добавления.

---

1. Yu.A.Simonov, Yad.Fiz. **54**, 192 (1991).
2. Yu.A.Simonov, Z.Phys. **53C**, 419 (1992).
3. A.Yu.Dubin, A.B.Kaidalov, and Yu.Simonov "The QCD string with quarks. I. Spinless quarks". Preprint ITEP 17-93.
4. Yu.A.Simonov "Spin Interaction of Light Quarks", preprint ITEP 97-89.
5. Yu.A.Simonov, Nucl.Phys. **B307**, 512 (1988).
6. S.Godfrey and R.Kokoski, Phys.Rev.D, **43**, (1991).
7. S.Godfrey and N.Isgur, Phys.Rev.D**32**, (1985).
8. H.G.Dosh and Yu.A.Simonov. "Confinement, Quark Zero Modes and Spontaneous Chiral Symmetry Breaking in QCD". HD-THEP-92-23;ЯФ(в печати).