

ПОПРАВКИ СИЛЬНОЙ СВЯЗИ В СВЕРХТЕКУЧЕМ ФЕРМИ-ГАЗЕ С ОТТАЛКИВАНИЕМ.

M.A.Баранов, Д.В.Ефремов, М.Ю.Каган, Х.В.Капэл М.С.Марьенко*

*Институт физических проблем им. П.Л.Капицы РАН
117973 Москва, Россия*

** Amsterdam University, Institute for Theoretical Physics,
Valckenierstraat 65, 1018 XE Amsterdam*

Поступила в редакцию 21 января 1994 г.

Вычислены поправки сильной связи к коэффициентам $\beta_1 \dots \beta_5$ при четверных членах в свободной энергии Гинзбурга–Ландау для сверхтекучего ферми-газа с отталкиванием. Проанализированы условия стабильности для анизотропной A-фазы. Произведено сравнение данной теории со спин-флуктуационной теорией Андерсона, Бринкмана и Морела [1]. Обсуждена возможность реализации других (отличных от A и B) сверхтекучих фаз.

1. Поиск микроскопической природы механизмов, стабилизирующих отличные от B-фазы сверхтекучие фазы ${}^3\text{He}$ (или, в общей постановке, триплетной сверхтекучей ферми-системы) является объектом постоянного интереса на протяжении уже многих лет. Классический результат в данной области принадлежит Андерсону, Бринкману и Морелу (АБМ) [1], предложившим в начале семидесятых годов спин-флуктуационный механизм стабилизации анизотропной A-фазы ${}^3\text{He}$. Более строгое математическое обоснование данного механизма было дано в работе Андерсона, Бринкмана и Серена [2]. В дальнейшем в работах Бартона, Мура [3], Джонса [4], Воловика и Минеева [5], Мермина, Стера [6], Брюдера, Вольхардта [7] и Марченко [8] был произведен полный теоретико-групповой анализ всех возможных фаз сверхтекучей триплетной ферми-системы. В этих работах также были выписаны условия на коэффициенты $\beta_1 \dots \beta_5$ при четверных членах в свободной энергии Гинзбурга–Ландау, необходимые для реализации локального минимума в каждой из возможных 18 фаз.

Основным объектом исследования триплетной сверхтекучести является, как известно, сверхтекучий ${}^3\text{He}$. Исходя из многочисленных экспериментальных данных, до последнего времени считалось, что в нем могут существовать только две сверхтекучие фазы (изотропная B-фаза и анизотропная A-фаза). Однако в ряде недавних экспериментальных работ (Пеккола [9], Фрессати [10], Голд [11] и др.) и теоретических работах Капэла [12] содержится указание на возможность реализации в ${}^3\text{He}$ других, отличных от A и B, сверхтекучих фаз. (Отметим, что речь идет о трехмерном ${}^3\text{He}$. В пленках ${}^3\text{He}$ общепризнано существование планарной фазы.) Одним из наиболее популярных кандидатов на роль третьей сверхтекучей фазы выступает в настоящее время так называемая аксипланарная неинертная фаза Мермина и Стера, довольно близкая по своим параметрам к A-фазе.

В данной работе исходя из первых принципов проанализирована возможность существования различных сверхтекучих фаз в триплетной ферми-системе. Для этого выбирается простейшая точно решаемая модель ферми-газа с короткодействующим отталкиванием. В данной модели можно показать, что

как само значение температуры триплетного сверхтекучего перехода T_{C1} (см. Каган, Чубуков [13]), так и значения коэффициентов $\beta_1 \dots \beta_5$ в свободной энергии Гинзбурга–Ландау зависят лишь от одного микроскопического параметра – параметра газовости ap_F (a – длина рассеяния, p_F – ферми-импульс.) В приближении слабой связи имеем:

$$-\beta_5^{W.C.} = \beta_4^{W.C.} = \beta_3^{W.C.} = \beta_2^{W.C.} = -2\beta_1^{W.C.} = I,$$

$$I \sim N(0)/T_C^2; \quad T_{C1}/\epsilon_F \sim \exp(-1/(ap_F)^2)$$

(см. Баранов, Каган ¹⁴⁾ и абсолютным минимумом является изотропная B -фаза. Поправки сильной связи делают ситуацию менее тривиальной. Мы покажем, что учет поправок сильной связи, аналогичных поправкам, рассмотренным в работе Райнера, Серена [15], приводит к возможности стабилизации анизотропной A -фазы. В данном приближении остальные наиболее вероятные кандидаты на роль третьей фазы (аксипланарная, планарная и полярная фазы) либо лежат по энергии выше B и A -фазы, либо вообще не являются даже локальными минимумами.

Отметим, что полученные нами поправки сильной связи к коэффициентам β_i :

$$\Delta\beta_i = |\beta_i^{W.C.}| \frac{T_{C1}}{\epsilon_F} (\gamma_i(ap_F)^2 + \delta_i(ap_F)^3)$$

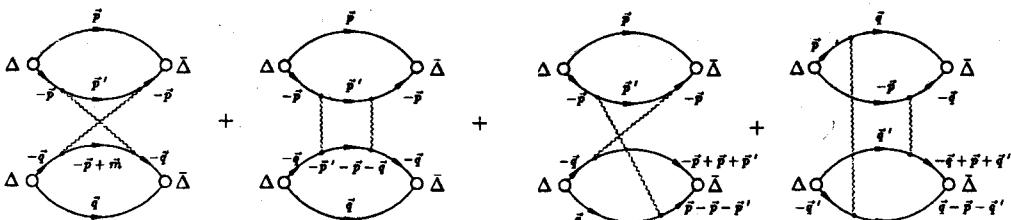
(γ_i, δ_i – численные коэффициенты) существенно отличаются как по абсолютной величине, так и по знаку от коэффициентов β_i спин-флуктуационной теории АБМ.

2. Как было показано в работе ¹⁴, в нулевом приближении по газовому параметру ap_F (приближение слабой связи) коэффициенты β_i при четверных членах в свободной энергии Гинзбурга–Ландау имеют следующий вид:

$$-\beta_5^{W.C.} = \beta_4^{W.C.} = \beta_3^{W.C.} = \beta_2^{W.C.} = -2\beta_1^{W.C.} = \frac{N(0)}{T_{C1}^2} \frac{7\zeta(3)}{120\pi^2}, \quad (1)$$

где $\zeta(z)$ – дзета-функция Римана ($\zeta(3) = 1.202$), $T_{C1} \approx \epsilon_F \exp(-32/(ap_F)^2)$ – температура триплетного p -спаривания в ферми-газе с отталкиванием (см [13]), $N(0)$ – плотность состояний на поверхности Ферми. Как хорошо известно (Мермин, Стер [6], Вольхардт, Вельфле [16]), при таком соотношении параметров фазовая диаграмма тривиализуется: единственным и абсолютным минимумом в отсутствие магнитного поля является изотропная B -фаза. В силу этого для анализа возможности реализации других фаз необходим учет поправок сильной связи. В рамках подхода статьи [14] диаграммы следующего порядка для функционала свободной энергии, нарушающие соотношение (1) между коэффициентами β_i , показаны на рисунке.

Для наглядности здесь использована несимметризованная диаграммная техника, в которой волнистой линии соответствует полная несимметризованная вершина Γ . Отметим, что наряду с диаграммами Рис.1. имеется также дополнительный ряд диаграмм (содержащих лишь один электронный замкнутый контур), приводящих к изменению каждого коэффициента β_i без изменения соотношения между ними. Для экономии места мы их не выписываем.



Диаграммы, дающие вклад порядка $(T_{C1}/\epsilon_F)|\beta_i^{W.C.}$ в коэффициенты β_i с нарушением соотношения слабой связи (1) между ними

Нетрудно показать, что в порядке T_{C1}/ϵ_F вклад всех диаграмм (с одним и двумя замкнутыми электронными контурами) в коэффициенты β_i определяется следующим выражением:

$$-\frac{T^3}{2} \sum_{\omega_1 \omega_2 \omega_3} \int \frac{d^3 p_1 d^3 p_2 d^3 p_3}{(2\pi)^9} |\Gamma(p_i, \omega_i)|^2 K(p_1, \omega_1) K(p_3, \omega_3) \times \\ \times G(p_2, \omega_2) G(p_1 + p_2 - p_3, \omega_1 + \omega_2 - \omega_3) -$$

$$-\frac{T^3}{4} \sum_{\omega_1 \omega_2 \omega_3} \int \frac{d^3 p_1 d^3 p_2 d^3 p_3}{(2\pi)^9} |\Gamma(p_i, \omega_i)|^2 K(p_1, \omega_1) K(p_3, \omega_3) \times \\ \times G(p_2, \omega_2) G(-p_1 - p_2 - p_3, -\omega_1 - \omega_2 - \omega_3) +$$

$$+ T^3 \sum_{\omega_1 \omega_2 \omega_3} \int \frac{d^3 p_1 d^3 p_2 d^3 p_3}{(2\pi)^9} |\Gamma(p_i, \omega_i)|^2 F^+(p_1, \omega_1) K(p_3, \omega_3) \times \\ \times F(p_2, \omega_2) G(p_1 + p_2 - p_3, \omega_1 + \omega_2 - \omega_3) -$$

$$-\frac{T^3}{8} \sum_{\omega_1 \omega_2 \omega_3} \int \frac{d^3 p_1 d^3 p_2 d^3 p_3}{(2\pi)^9} |\Gamma(p_i, \omega_i)|^2 F(p_1, \omega_1) F^+(p_3, \omega_3) \times \quad (2)$$

$$\times F(p_2, \omega_2) F^+(p_1 + p_2 - p_3, \omega_1 + \omega_2 - \omega_3), \quad (3)$$

где $G = (i\omega - \xi)^{-1}$ - матцубаровская функция Грина; $\omega = \pi T(2n + 1)$ - частота, $\xi = (p^2 - p_F^2)/(2m)$ - спектр, $K(p, \omega) = |\hat{\Delta}|^2 G^2(-p, -\omega) G(p, \omega)$; $F(p, \omega) = G(p, \omega) \hat{\Delta} G(-p, -\omega)$, $\hat{\Delta}_{\alpha\beta} = \Delta(T)i(\sigma_2 \sigma_i)_{\alpha\beta} A_{ik} n_k$ - трилетьная сверхтекучая щель, σ_i - матрицы Паули, $\Gamma(p_i, \omega_i) \equiv \Gamma(p_1 \omega_1, p_2 \omega_2, p_3 \omega_3, p_4 \omega_4)$ - теперь уже полная антисимметризованная двухчастичная вершина.

В первом приближении по T_{C1}/ϵ_F полную двухчастичную вершину Γ можно вычислить на нулевых частотах и на ферми-поверхности:

$\Gamma(p_i, \omega_i) \rightarrow \Gamma(p_F n_i, 0)$, n - единичный вектор. В случае ферми-газа полная двухчастичная вершина равна

$$\Gamma_{\alpha\beta,\gamma\delta}(p_1, p_2, p_3, p_1 + p_2 - p_3) \equiv \\ \equiv \Gamma_s \delta_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\delta} + \Gamma_a \sigma_{\alpha\gamma} \sigma_{\beta\delta} =$$

$$= \left[\frac{1}{2}g + 2g^2\Pi(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3) + g^2C(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) - g^2\Pi(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_3) \right] \delta_{\alpha\gamma}\delta_{\beta\delta} - \\ - \left[\frac{1}{2}g + g^2C(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) + g^2\Pi(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_3) \right] \sigma_{\alpha\gamma}\sigma_{\beta\delta}, \quad (4)$$

где

$$\Pi(q) = \frac{mp_F}{4\pi^2} \left[1 + \frac{4p_F^2 - q^2}{4p_F q} \ln \frac{2p_F + q}{2p_F - q} \right]$$

- поляризационный оператор,

$$C(p) = \frac{mp_F}{2\pi^2} \left[1 + \frac{\sqrt{1 - p^2/4p_F^2}}{2} \ln \frac{\sqrt{1 - p^2/4p_F^2} - 1}{\sqrt{1 - p^2/4p_F^2} + 1} \right]$$

- регуляризованная на больших импульсах куперовская петля, $g = 4\pi a/m$ - константа связи.

Довольно громоздкие преобразования интегралов (2) показывают, что как и в работе [15] поправки сильной связи для коэффициентов β_i определяются билинейными комбинациями сферических гармоник полной вершины, вычисленных при $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_3$. Другими словами,

$$\Delta\beta_i = |\beta_1^{W.C.}| \frac{T_{C1}}{2\varepsilon_F} [r_{1i}(\Gamma_{0s})^2 + r_{2i}(\Gamma_{0a})^2 + r_{3i}(\Gamma_{0s}\Gamma_{0a}) + \dots],$$

где $r_{1i}, r_{2i}, r_{3i}, \dots$ - численные факторы,

$$\begin{aligned} \Gamma_{0s} &\equiv \int \Gamma_s(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) \frac{d\cos\theta}{2} = \frac{g}{2} + g \frac{ap_F}{\pi} \frac{(2\ln 2 + 1)}{3}; \theta = \widehat{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}; \\ \Gamma_{0a} &= -\frac{g}{2} - g \frac{ap_F}{\pi} \frac{(5 - 2\ln 2)}{3}; \\ \Gamma_{1s} &= g \frac{ap_F}{\pi} \frac{2(7\ln 2 - 1)}{5}; \\ \Gamma_{1a} &= -g \frac{ap_F}{\pi} \frac{2(2 + \ln 2)}{5}; \end{aligned}$$

а все остальные гармоники Γ_2, Γ_3 и т.д. много меньше $|\Gamma_1|$. Прямой рассчет численных факторов r_i приводит к следующему окончательному результату для коэффициентов β_i :

$$\begin{aligned} \beta_1 &= |\beta_1^{W.C.}| \left\{ -1 + \frac{T_{C1}}{2\varepsilon_F} \left[-75.4 \left(\frac{2ap_F}{\pi} \right)^2 + 0.2 \left(\frac{2ap_F}{\pi} \right)^3 \right] \right\}, \\ \beta_2 &= |\beta_1^{W.C.}| \left\{ 2 + \frac{T_{C1}}{2\varepsilon_F} \left[-7.0 \left(\frac{2ap_F}{\pi} \right)^2 + 29.4 \left(\frac{2ap_F}{\pi} \right)^3 \right] \right\}, \\ \beta_3 &= |\beta_1^{W.C.}| \left\{ 2 + \frac{T_{C1}}{2\varepsilon_F} \left[-6.4 \left(\frac{2ap_F}{\pi} \right)^2 - 13.3 \left(\frac{2ap_F}{\pi} \right)^3 \right] \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\beta_4 = |\beta_1^{W.C.}| \left\{ 2 + \frac{T_{C1}}{2\epsilon_F} \left[-48.3 \left(\frac{2ap_F}{\pi} \right)^2 - 108.8 \left(\frac{2ap_F}{\pi} \right)^3 \right] \right\},$$

$$\beta_5 = |\beta_1^{W.C.}| \left\{ -2 + \frac{T_{C1}}{2\epsilon_F} \left[-108.9 \left(\frac{2ap_F}{\pi} \right)^2 - 183.2 \left(\frac{2ap_F}{\pi} \right)^3 \right] \right\}.$$

Формула (4), в принципе, позволяет нам вычислить и сравнить свободные энергии всех возможных 18 фаз сверхтекучего ${}^3\text{He}$. В данной статье мы ограничимся рассмотрением лишь наиболее цитируемых в литературе фаз: B -фазы, A -фазы, полярной, планарной и аксипланарной фаз. В данном приближении легко показать, что полярная, планарная и аксипланарная фазы либо лежат выше по энергии, чем B -фаза, либо вообще не являются даже локальными минимумами энергии. Ситуация с A -фазой менее тривиальна. В соответствии с [16] условия стабилизации A -фазы имеют следующий вид:

$$\beta_4 + \beta_5 - 2\beta_1 - \beta_3 < -\frac{1}{2}(\beta_1 + \beta_3) < 0 \quad (6)$$

В порядке $(ap_F)^2$ из формулы (4) следует, что комбинация $\beta_4 + \beta_5 - 2\beta_1 - \beta_3 \equiv 0$ и A -фаза все еще не стабилизируется.

В следующем порядке $(ap_F)^3$

$$\beta_4 + \beta_5 - 2\beta_1 - \beta_3 = -\frac{T_{C1}}{2\epsilon_F} \cdot 558.3 \left(2 \frac{ap_F}{\pi} \right)^3 < 0$$

и неравенства (5) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \frac{T_{C1}}{2\epsilon_F} \left[81,8 \left(\frac{2ap_F}{\pi} \right)^2 + 13,1 \left(\frac{2ap_F}{\pi} \right)^3 \right] &< 1, \\ \frac{T_{C1}}{2\epsilon_F} \left[81,8 \left(\frac{2ap_F}{\pi} \right)^2 + 571,3 \left(\frac{2ap_F}{\pi} \right)^3 \right] &> 1. \end{aligned} \quad (7)$$

В реальном ${}^3\text{He}$: $T_{C1}/\epsilon_F \sim 10^{-3}$. Тем не менее благодаря очень большому численному коэффициенту ~ 600 при $(T_{C1}/2\epsilon_F)(2ap_F/\pi)^3$ во втором из неравенств (6) условия на реализацию A -фазы оказываются, в принципе, выполнимыми для $ap_F > 1$. Отметим, что при нулевом давлении $ap_F = 2$ ($2ap_F/\pi = 4/3$). С ростом давления ap_F - возрастает, облегчая выполнение неравенств (6).

3. Произведем сравнение наших результатов с результатами предыдущих исследований. Выражение для полной вершины спин-флуктуационной теории АБМ имеет вид $\Gamma(q) = (g/2)/[1 - (g/2)\Pi(q)]$, причем поляризационный оператор $\Pi(q) \approx (mp_F/2\pi^2)/(1 - q^2/12p_F^2)$ разлагается в ряд вблизи ферромагнитной неустойчивости, соответствующей малым $q \rightarrow 0$. Выражение (3) для полной вершины, полученное нами, содержит, наряду с поляризационным оператором, куперовскую петлю и не предполагает близости к ферромагнитной неустойчивости ($\frac{g}{2}\Pi(0) \neq 1$). Естественно, поправки сильной связи к коэффициентам β_i , полученные нами, существенно различаются как по знаку, так и по абсолютной величине от поправок АБМ.

Можно показать, что наши поправки сильной связи аналогичны поправкам сильной связи, рассмотренным Райнером и Сереном для плотной ферми-системы. Преимущества ферми-газового подхода состоят в следующем: во-первых, мы знаем микроскопический механизм стабилизации триплетного спаривания в ферми-газе с отталкиванием, и, во вторых, мы можем получить

явный вид полной двухчастичной вершины в газовом приближении и тем самым доссчитать выражения для коэффициентов β_i до числа.

В заключение отметим, что в сильных магнитных полях $H > T_{C1}/\mu_B = 4T$ (μ_B - ядерный магнетон Бора) парамагнитно подавляется $S_z = 0$ - проекция триплетной куперовской пары. В результате фазовая диаграмма уже в приближении слабой связи содержит только A-фазу. Поправки сильной связи качественно не меняют ситуацию. Поэтому единственная надежда на получение в данном приближении новых фаз (отличных от A и B) связана со слабыми магнитными полями ($H < 4T$). Отметим, что на возможность существования третьей фазы в слабых магнитных полях было указано в теоретической работе [12]. Подробный анализ фазовой диаграммы в этой области будет объектом отдельного исследования.

Авторам приятно выразить благодарность А. Ф. Андрееву, П. Вельфле, Г. Воловику, И. Фомину, Дж. Фрессати за многочисленные стимулирующие дискуссии и внимание к данной работе.

-
1. P.W.Anderson and P.Morel, Phys.Rev. **123**, 1911 (1961); W.F.Brinkman and P.W.Anderson, Phys.Rev. **A8**, 2732 (1973).
 2. W.F.Brinkman, J.W.Serene and P.W.Anderson, Phys.Rev. **A10**, 2386 (1974).
 3. G.Barton and M.A.Moore, J.Phys.C.: Solid State Phys. **7**, 4220 (1974).
 4. R.B.Jones, J.Phys.C.: Solid State Phys. **10**, 657 (1977).
 5. Г.Е.Воловик - неопубликованная работа. V.P.Mineev, Sov.Sci.Rev.Sect. **A2**, 173 (1980). (Harwood Acad. Publ., Chur).
 6. N.D.Mermin and S.Stare, Phys.Rev.Lett. **30**, 1135 (1973).
 7. C.Bruder and D.Vollhardt, Phys.Pev. **B34**, 131 (1986).
 8. В.И.Марченко, ЖЭТФ, **93**, 141 (1987).
 9. J.P.Pecola, J.M.Kuypnäräinen, A.J.Manninen and K.Torizuka, Physika B **165 & 166**, 613 (1990).
 10. G.Frossati, S.A.Wiegers, T.Hata et al., Czechoslovak J. of Phys., **40**, 909 (1990). L.P.Roobol, R.Jochimsen, C.M.C.M. van Woerkens, et al., Physica B **165 & 166**, 639 (1990).
 11. Y.H.Tang, I.Hahn, H.M.Bozler and C.M.Gould, Phys.Rev.Lett., **67**, 1175 (1991).
 12. H.W.Capel, F.W.Nijhoff and A. den Breems, Physica **A130**, 375 (1985); **A135**, 295 (1986); **A139**, 256 (1986).
 13. М.Ю.Каган и А.В.Чубуков, Письма в ЖЭТФ, **74**, 525 (1988).
 14. M.A.Baranov and M.Yu.Kagan, Physica **B191**, 341 (1991).
 15. D.Rainer and J.W.Serene, Phys.Rev **B13**, 4745 (1976).
 16. D.Vollhardt and P.Wölfe, "The superfluid Phases of Helium 3" (Taylor and Francis, 1990).