Письма в ЖЭТФ, том 59, вып.5, стр.352 - 357 ©1994 г. 10 марта

КОГЕРЕНТНО ПРЕЦЕССИРУЮЩАЯ СПИНОВАЯ СТРУКТУРА В НОРМАЛЬНОЙ ФЕРМИ-ЖИДКОСТИ

В.В.Дмитриев, И.А.Фомин

Институт физических проблем им. П.Л.Капицы РАН
117334 Москва, Россия

Поступила в редакцию 3 февраля 1994 г.

Для нормальной ферми-жидкости в бесстолкновительной области найдено решение уравнений спиновой динамики, описывающее когерентно прецессирующую в слабонеоднородном магнитном поле спиновую структуру. Структура возникает вследствие ферми-жидкостного взаимодействия и состоит из двух доменов. В одном из доменов намагниченность параллельна полю, а в другом – антипараллельна. Численно продемонстрирована устойчивость структуры и прослежена эволюция решения из разных начальных состояний.

1. Введение

Ранее было показано, что возможность обратимого переноса спина конденсатом куперовских пар делает динамику спина в сверхтекучих фазах гелия-3 нелокальной, то есть движение спина в некотором объеме гелия зависит от распределения магнитного поля во всем объеме и от граничных условий. В частности, в ^{3}He-B в условиях импульсного ЯМР уже слабая неоднородность поля приводит к образованию двухдоменной когерентно прецессирующей структуры с аномально большим временем жизни [1, 2].

Недавно, при экспериментальном исследовании поляризованных растворов ^{3}He в ^{4}He импульсным методом ЯМР также наблюдался аномально долго живущий сигнал индукции [3]. Сигнал создавался прецессией спинов атомов ^{3}He, образующих в растворе нормальную ферми-жидкость. В бесстолкновительном пределе в нормальной ферми-жидкости спиновый ток имеет недиссипативную компоненту, что приводит к ряду специфических для ферми-жидкости явлений – это силинские волны [4], эффект Леггетта и Райса [5, 6], многократное спиновое эхо [7].

Упомянутая выше аномалия в работе [3] наблюдалась в бесстолкновительной области и для ее объяснения в той же работе была проделана численная симуляция с использованием уравнений Леггета [6]. Результаты симуляции указывают на возможность образования в растворе, помещенном в слабо неоднородное магнитное поле, долгоживущей прецессирующей структуры, состоящей из двух доменов, что по-видимому, и объясняет полученный результат. На образование доменов указывает также численная симуляция экспериментов по наблюдению нелинейных спиновых волн в растворах ^{3}He в ^{4}He [8].

Для более полного исследования условий образования когерентно прецессирующей структуры, а также свойств такой структуры и их зависимости от внешних параметров, в настоящей работе использована комбинация аналитического и численного решений уравнений Леггетта. В пределе бесконечного времени τ между соударениями квазичастиц для изолированного объема гелия, находящегося в слабонеоднородном магнитном поле, аналитически найдено стационарное решение, имеющее вид двухдоменной спиновой структуры. Структура прецессирует с постоянной для всего объема фазой. При больших, но конечных τ найден закон релаксации такой структуры. Путем численного решения уравнений Леггетта с учетом зависимости от времени прослежен выход на стационарное решение из заданного начального состояния и, для конкретных значений параметров, проверены аналитически найденные зависимости.

2. Стационарное решение

Будем предполагать, и это оправдывается результатом, что пространственный масштаб искомой структуры – λ велик по сравнению с характерной длиной $l_\omega = v_F/\omega$, где v_F – фермиевская скорость. В таких условиях уравнения движения для плотности спина $\mathbf{S}$ и плотности спинового тока $\mathbf{J}_i$ образуют замкнутую систему [6]. Индекс i нумерует пространственную компоненту спинового тока, жирным шрифтом обозначены векторы в спиновом пространстве. Введем переменные $\vec{\sigma} = (\gamma^2/\chi)\mathbf{S}$ и $\mathbf{j}_i = (\gamma^2/\chi)\mathbf{J}_i$, где γ – гиромагнитное отношение, а χ – магнитная восприимчивость. При таком определении $\vec{\sigma}$ имеет размерность угловой частоты, а $\mathbf{j}_i$ – угловой частоты, умноженной на скорость. Ларморовская частота $\vec{\omega}_L = \gamma\mathbf{H}$ может зависеть от координат. Кроме того, введем обозначения $w^2 = v_F^2(1+F_0^a)(1+F_1^a/3)$, $\kappa = -(F_0^a - F_1^a/3)/(1+F_0^a)$ и $\tau_1 = \tau/(1+F_1^a/3)$, где F_0^a и F_1^a – две первые гармоники обменной части ферми-жидкостного взаимодействия. В этих обозначениях уравнения движения – уравнения Леггетта имеют вид

$$\frac{\partial\vec{\sigma}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{j}_i}{\partial x_i} = \vec{\sigma}\times\vec{\omega}_L, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathbf{j}_i}{\partial t} + \frac{w^2}{3}\frac{\partial}{\partial x_i}(\vec{\sigma} - \vec{\omega}_L) = \mathbf{j}_i\times\vec{\omega}_L + \kappa\mathbf{j}_i\times\vec{\sigma} - \frac{\mathbf{j}_i}{\tau_1}. \tag{2}$$

Пусть $\hat{\mathbf{z}}$ – единичный вектор в направлении $\vec{\omega}_L$. Для замкнутого объема из уравнения (1) следует сохранение полной проекции спина на направление $\hat{\mathbf{z}}$:

$$\hat{\mathbf{z}}\int\vec{\sigma}dV = \mathrm{const}. \tag{3}$$

Еще один закон сохранения получается комбинацией уравнений (1) и (2):

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{(\vec{\sigma}-\vec{\omega}_L)^2}{2} + \frac{3}{2}\frac{\mathbf{j}_i\cdot\mathbf{j}_i}{w^2}\right] + \frac{\partial}{\partial x_i}[(\vec{\sigma}-\vec{\omega}_L)\cdot\mathbf{j}_i] = -\frac{3\mathbf{j}_i\mathbf{j}_i}{w^2\tau_1}. \tag{4}$$

Под знаком временной производной стоит плотность энергии. Из уравнения (4) следует, что для изолированного объема

$$\frac{d}{dt}\int\left[\frac{(\vec{\sigma}-\vec{\omega}_L)^2}{2} + \frac{3\mathbf{j}_i\mathbf{j}_i}{2w^2}\right]dV = -\frac{3}{w^2\tau_1}\int\mathbf{j}_i\mathbf{j}_i dV \le 0. \tag{5}$$

Таким образом, при $\tau^{-1} \neq 0$ стационарным может быть лишь состояние, в котором токи отсутствуют. Устойчивому состоянию согласно неравенству (5) соответствует минимум энергии при заданном значении полной продольной компоненты спина. Вводя для учета сохранения этой компоненты лагранжев множитель $\vec{\omega}_p$, также параллельный $\hat{\mathbf{z}}$, находим, что минимум достигается при $\vec{\sigma} = \vec{\omega}_L - \vec{\omega}_p$.

При $\tau \to \infty$ релаксация отсутствует и могут существовать неравновесные стационарные решения системы (1), (2). Будем искать решение уравнений (1), (2), соответствующее прецессии спина и спинового тока в замкнутом объеме с постоянной во всем объеме частотой $\vec{\omega}_p$, то есть такое, для которого в каждой точке $\partial\vec{\sigma}/\partial t = \vec{\sigma} \times \vec{\omega}_p$ и $\partial \mathrm{j}_i/\partial t = \mathrm{j}_i \times \vec{\omega}_p$. Подставим эти равенства в уравнения (1) и (2). Будем считать также, что сосуд, в который заключена жидкость, имеет форму цилиндра с осью, параллельной $\vec{\omega}_L$, и что стенки сосуда не пропускают спиновый ток, то есть выполняется граничное условие

$$\mathrm{j}_i n_i = 0, \tag{6}$$

где n_i – нормаль к стенке. При таких условиях можно искать решение, зависящее только от одной, продольной по отношению к $\vec{\omega}_L$ координаты – z. Для такого решения поперечный перенос спина отсутствует, а продольная компонента спинового тока j_3 и спин $\vec{\sigma}$ удовлетворяют уравнениям

$$\partial \mathrm{j}_3/\partial z = (\vec{\sigma} - \vec{\omega}_L) \times (\vec{\omega}_L - \vec{\omega}_p), \tag{7}$$

$$\frac{w^2}{3}\frac{\partial(\vec{\sigma} - \vec{\omega}_L)}{\partial z} = \mathrm{j}_3 \times (\vec{\omega}_L - \vec{\omega}_p + \kappa\vec{\sigma}) - \frac{\mathrm{j}_3}{\tau_1}. \tag{8}$$

Для перехода к пределу $\tau_1 \to \infty$ представим j_3 и $\vec{\sigma}$ в виде разложения по степеням τ_1: $\mathrm{j}_3 = \tau_1 \mathrm{i} + \mathrm{j}_0 + \ldots$, в разложении σ достаточно удержать лишь главный член порядка τ^0. Собирая в уравнении (8) члены порядка τ_1, находим

$$\mathrm{i} = -\frac{w^2}{3u^2}\mathrm{u}\left(\mathrm{u} \cdot \frac{\partial(\vec{\sigma} - \vec{\omega}_L)}{\partial z}\right), \tag{9}$$

где $\mathrm{u} = \vec{\omega}_L - \vec{\omega}_p + \kappa\vec{\sigma}$. Уравнение (7) в главном порядке по τ_1 имеет вид $d\mathrm{i}/dz = 0$. С учетом граничных условий (6) это означает, что также и $\mathrm{i} = 0$, то есть ток не содержит растущих с τ_1 членов. В нулевом порядке по τ_1 уравнение (8) приводит к следующему выражению для тока:

$$\mathrm{j}_3 = \frac{w^2}{3u^2}\mathrm{u} \cdot \frac{\partial(\vec{\sigma} - \vec{\omega}_L)}{\partial z}. \tag{10}$$

Используя условие $(\mathrm{j}_3 \times \vec{\omega}_p) = 0$, убеждаемся, что производная $\partial\vec{\sigma}/\partial z$ лежит в плоскости $\omega_L\sigma$, а стало быть, в системе координат, вращающейся с частотой $\vec{\omega}_p$ спин $\vec{\sigma}$ изменяется, оставаясь в одной плоскости. Пусть это будет плоскость yz и пусть θ – угол между $\vec{\sigma}$ и осью z. Вектор $\vec{\sigma}$ имеет тогда следующие координаты: $(0, \sigma\sin\theta, \sigma\cos\theta)$. Ток имеет одну отличную от нуля компоненту

$$j_3^x = -\frac{w^2}{3u^2}\left[(\vec{\sigma}\cdot\mathrm{u})\frac{d\theta}{dz} + \kappa\sigma\sin\theta\frac{d\omega_L}{dz} + (\omega_L - \omega_p)\sin\theta\frac{d\sigma}{dz}\right]. \tag{11}$$

Таким образом, ток и плотность спина полностью определяются двумя функциями $\sigma(z)$ и $\theta(z)$. Для их определения имеются два уравнения. Одно получается приравниванием нулю выражения (9) для тока i, другое – подстановкой выражения (11) в уравнение (7). Рассмотрим наиболее интересный случай, когда ферми-жидкостное взаимодействие доминирует, то есть $|\kappa\sigma| \gg |\omega_L - \omega_p|$. Для спинового тока в этом пределе получается простое выражение $j_3^x = -(w^2/3\kappa)(d\theta/dz)$. Подставляя его в уравнение (8) и учитывая, что $\omega_L - \omega_p = (d\omega_L/dz)(z - z_0)$, где z_0 определено условием $\omega_L(z_0) = \omega_p$, имеем:

$$\frac{d^2\theta}{dz^2} = -\frac{1}{\lambda^3}(z - z_0)\sin\theta. \tag{12}$$

Комбинация параметров $\lambda = \{w^2[3\kappa\sigma(d\omega_L/dz)]^{-1}\}^{1/3}$ играет здесь роль характерной длины. Уравнение, определяющее пространственное изменение σ в этом же приближении имеет следующий вид:

$$\frac{d\sigma}{dz} = \frac{d\omega}{dz}[\cos\theta - \frac{1}{\kappa}(z - z_0)\frac{d\cos\theta}{dz}]. \tag{13}$$

Граничным условием к уравнениям (12) и (13) служит требование исчезновения тока на верхней и нижней стенках сосуда. Если доменная стенка находится на расстояниях от этих стенок, намного превышающих λ, то можно заменить условие на стенках условием на бесконечности, то есть считать что $d\theta/dz - \to 0$ при $z \to \pm\infty$. Решение уравнения (12), удовлетворяющее этим условиям, изображено на рис.1, оно имеет вид двух доменов, разделенных стенкой с толщиной порядка λ. Ориентация равновесного домена по отношению к $d\omega_L/dz$ при $\kappa > 0$ противоположна той, которая наблюдалась в ^{3}He-B [1]. В силу предположения о малости $d\omega_L/dz$ мало изменяется и величина σ. Из уравнения (13) легко найти асимптотическое поведение σ вдали от стенки: $\sigma \cong \sigma_0 \pm [\omega_p - \omega_L(z)]$ при $(z - z_0) \to \pm\infty$, постоянная σ_0 определяется начальными условиями.

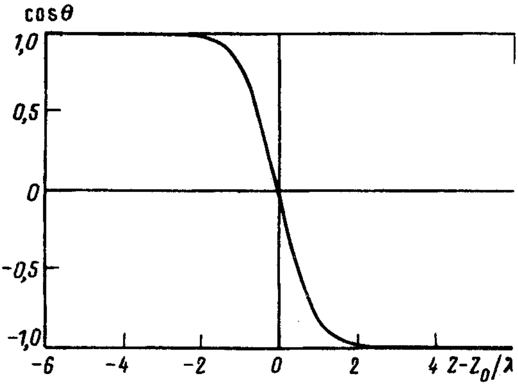

Рис.1

3. Устойчивость и релаксация двухдоменной структуры

Найденное в разд.2 стационарное решение определяется заданием двух интегралов движения – продольной компоненты спина и энергией. Вместо них удобно использовать соответственно частоту прецессии ω_p и постоянную σ_0, определяющую асимптотики σ. При больших, но конечных τ, частота ω_p остается постоянной, а σ_0 начинает зависеть от времени. Эту зависимость можно найти, подставив стационарное решение в обе части уравнения (5). Если высота камеры L велика по сравнению с λ, то в выражении для энергии можно пренебречь членами порядка λ/L, и в результате подстановки получается следующее уравнение:

$$\frac{d}{dt}[\sigma_0(t)]^{5/3} = -\frac{w^{4/3}(\nabla\omega_L)^{1/3}}{3^{2/3}\tau_1\kappa^{5/3}}J, \tag{14}$$

где

$$J = \lambda \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{d\theta}{dz}\right)^2 dz \cong 2,3.$$

Согласно формуле (14), $\sigma_0^{5/3}$ линейно уменьшается со временем и обращается в нуль за конечное время t_f, зависящее от начального значения $\sigma_0(0)$:

$$t_f = \frac{\tau_1}{5J} \left(\frac{3\kappa\sigma_0(0)}{w} L\right)^{4/3} \left(\frac{3\kappa\sigma_0(0)}{L\nabla\omega_L}\right)^{1/3}.$$

Для реальных условий экспериментов $\sigma_0(0) \cong \omega_L$, при этом t_f содержит два больших множителя: $(L/l_\omega)^{4/3}$ и $(\kappa\omega_L/L\nabla\omega_L)^{1/3}$. Следует, однако, иметь в виду, что при $|\kappa\sigma| \simeq |\omega_L - \omega_p|$ нарушает условие применимости полученных формул, поэтому выражение для t_f следует рассматривать как оценочное. В ходе релаксации с уменьшением σ медленно (как $\sigma^{-1/3}$) увеличивается толщина доменной стенки.

При учете поверхностной релаксации доменная стенка будет двигаться, увеличивая со временем равновесный домен. При $\kappa > 0$ движение стенки будет приводить к увеличению со временем частоты прецессии. Отметим, что время затухания сигнала индукции определяется объемной релаксацией, а изменение со временем частоты прецессии – поверхностной, что в принципе позволяет экспериментально разделить эти два типа релаксации.

Для проверки устойчивости уравнения Леггета решались численно. Рассматривалась эволюция намагниченности в камере при разных начальных условиях в предположении, что все величины зависят лишь от одной пространственной координаты – вдоль магнитного поля. На рис.2 показан типичный пример изменения со временем сигнала индукции при эволюции из состояния, которое получается при пространственно однородном отклонении намагниченности от равновесного направления на угол $\pi/2$. Симуляция производилась для реалистических экспериментальных условий для 6%-ного раствора ^{3}He в ^{4}He. После затухания начальных колебаний наблюдается монотонный спад сигнала индукции. Для сравнения была рассчитана эволюция из начального состояния, которое было бы стационарным при бесконечном τ, в этом случае колебания практически отсутствуют. Путем сдвига по времени конечные участки обеих зависимостей могут быть совмещены, как и следует ожидать, если система со временем стремится к (квази)стационарному состоянию. Были испробованы в качестве начальных и другие, близкие к стационарному, состояния. После затухания начальных колебаний они также выходили на монотонное затухание, соответствующее квазистационарному состоянию. Эти вычисления, хотя они и не являются строгим доказательством, не оставляют серьезных сомнений в устойчивости стационарного решения.

4. Обсуждение результатов

Приведенные вычисления показывают, что интерпретация результатов исследования чистого ^{3}He и растворов ^{3}He в ^{4}He методом ЯМР в бесстолкновительной области должна производиться с учетом геометрии ячейки и возможности образования неоднородной структуры. Дальнейшее исследование самой структуры представляет и самостоятельный интерес. Из-за большого времени жизни прецессирующая структура может стать весьма чувствитель-

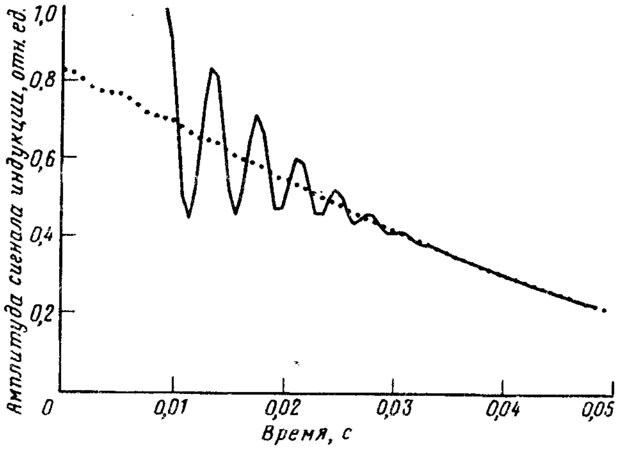

Рис.2. Численная симуляция временной эволюции сигнала индукции для двух различных начальных условий: сплошная линия – намагниченность отклонена на угол $\pi/2$ от равновесной ориентации, пунктир – в качестве начального условия использовано стационарное (при $\tau \to \infty$) решение. В обоих случаях симуляция производилась при следующих значениях параметров: длина ячейки $L = 0,4$ см, поле $H = 284$ Э, градиент поля 0,3 Э/см, температура $T = 0,7$ мК

ным инструментом исследования магнитной релаксации и других свойств нормальных ферми-жидкостей при сверхнизких температурах. Растворы остаются нормальными при самых низких достигнутых температурах, и при 1 мК с рассмотренными здесь эффектами следует считаться уже при полях ~ 100 Э. В чистом ^{3}He область существования нормальной фазы ограничена снизу температурой сверхтекучего перехода, поэтому рассмотренные эффекты становятся существенными в нормальном ^{3}He лишь при полях порядка 1 Т.

Ферми-жидкостное взаимодействие оказывает влияние на спиновый ток также и в сверхтекучих фазах ^{3}He, а условие $\omega\tau \gg 1$ здесь выполняется при меньших полях, чем в нормальной фазе.. Полученные здесь формулы не могут быть буквально применены к сверхтекучему ^{3}He, тем не менее можно ожидать, что и здесь в бесстолкновительной области будет возникать прецессирующая структура, аналогичная рассмотренной в настоящей статье и отличная от той, которая наблюдалась ранее в гидродинамической области [1, 2]. Такая структура могла бы служить объяснением обнаруженного недавно в ^{3}He-B при температуре $\cong 0,1$ мК долгоживущего сигнала индукции [9]. Для того, чтобы сделать определенные выводы, требуется, однако, найти соответствующее решение уравнений спиновой динамики для ^{3}He-B.

Мы благодарны С.Р.Заказову и Е.Р.Подоляку за полезные обсуждения и помощь при составлении компьютерной программы.

Эта работа была выполнена частично благодаря гранту Фонда Сороса, присужденному Американским Физическим Обществом одному из авторов (В.Д.).

1. А.С.Боровик-Романов, Ю.М.Буньков, В.В.Дмитриев, Ю.М.Мухарский, Письма в ЖЭТФ **40**, 256 (1984).
2. И.А.Фомин, Письма в ЖЭТФ **40**, 260 (1984).
3. G.Nunes,Jr., C.Jin, D.L.Hawthorne et al., Phys. Rev. **B46**, 9082 (1992).
4. В.П.Силин, ЖЭТФ **33**, 1227 (1957).
5. A.J.Legget and M.J.Rice, Phys. Rev. Lett. **20**, 586 (1968).
6. A.J.Leggett, J. Phys. C **3**, 448 (1970).
7. D.Einzel, G.Eska, Y.Hirayoshi et al., Phys. Rev. Lett. **53**, 2312 (1984).
8. H.Akimoto, O.Ishikawa, Cong-Hun Oh et al., J. Low. Temo. Phys. **82**, 295 (1991).
9. Yu.M.Bunkov, S.N.Fisher, A.M.Guénalt, and G.R.Pickett, Phys. Rev. Lett. **69**, 3092 (1992).