РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ПИСЬМА
В ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ
И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОСНОВАН В 1965 ГОДУ *ТОМ 59, ВЫПУСК 6*
ВЫХОДИТ 24 РАЗА В ГОД *25 МАРТА, 1994*

Письма в ЖЭТФ, том 59, вып.6, стр.359 - 363 ©1994 г. 25 марта

ЧЕРЕНКОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ КОСМИЧЕСКИХ СТРУН

Д.В.Гальцов, Ю.В.Грац, А.Б.Лаврентьев.

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова
119899 Москва, Россия

Поступила в редакцию 25 января 1994 г.
После переработки 17 февраля 1994 г.

Показано, что столкновение прямолинейных сверхпроводящих космических струн сопровождается электромагнитным излучением, если скорость точки пересечения превышает скорость света. Эффект обусловлен гравитационным взаимодействием струн и может рассматриваться как реализация механизма Гинзбурга излучения от сверхсветового "зайчика".

Линейные топологические дефекты образующиеся при космологических фазовых переходах ассоциируемых с моделями Великого объединения с частично нарушенной симметрией $U(1) \times U(1)$, известные как сверхпроводящие космические струны [1], могут быть причиной необычных электромагнитных явлений. Сверхпроводящие струны, способные нести токи до 10^{20} А, могут являться источником мощного электромагнитного излучения в различных участках спектра и порождать ряд плазменных эффектов, включая ускорение релятивистских частиц [2-7]. Ранее обсуждались два механизма генерации электромагнитных волн: излучение при прохождении струн через магнитные поля и излучение замкнутых осциллирующих петель. Между тем в типичных космологических сценариях струны образуются преимущественно в виде случайной сети прямолинейных движущихся сегментов с характерной длиной, определяемой условием причинности, петли же в основном возникают в процессе эволюции этой сети вследствие перезамыканий. При этом предполагается, что прямолинейные движущиеся струны в отсутствие внешних электромагнитных полей не излучают. Здесь мы хотим показать, что при учете гравитационного взаимодействия сталкивающиеся прямолинейные сегменты сверхпроводящих струн также становятся источником мощного электромагнитного излучения. Новый механизм излучения можно рассматривать как еще одну реализацию идеи В.Л.Гинзбурга о черенковском излучении от сверхсветового "зайчика" [8].

Уединенная прямолинейная струна, как обычная, так и токонесущая, стабильны по топологическим причинам. Менее очевиден тот факт, что система движущихся прямолинейных несверхпроводящих струн не теряет энергию на гравитационное излучение [9, 10]. Действительно, две струны ориентированные под углом α и движущиеся параллельно самим себе с относительной скоростью v образуют сгусток гравитационных натяжений, локализованный вокруг точки минимального расстояния между струнами, который движется со сверхсветовой скоростью при выполнении условия $v > \sin\alpha$. В такой ситуации с кинематической точки зрения следует ожидать возникновения черенковского гравитационного излучения [8]. Однако, как было показано в [9], фактически такое излучение не имеет места благодаря симметриям действия Эйнштейна - Намбу и отсутствию безмассовых возбуждений в $(1+2)$-гравитации.

В случае сверхпроводящих струн соответствующие симметрии уже не налагают динамического запрета на черенковское излучение безмассовых частиц и, как будет показано ниже, электромагнитное излучение такого типа действительно возникает. Для простоты рассмотрим столкновение непересекающихся наклонных прямолинейных струн "обычной" и сверхпроводящей. Полное действие системы имеет вид

$$S = S_{gr} + S_N + S_{NO} + S_{em} + S_{int}, \tag{1}$$

где $S_{gr} = -(16\pi G)^{-1}\int R\sqrt{-g}\ d^4x$ — эйнштейновское действие, $S_{em} = -(16\pi)^{-1}\int F^2\sqrt{-g}\ d^4x$ ($F_{\mu\nu}$ — максвелловский тензор),

$$S_N = -\frac{\mu_1}{2}\int\sqrt{-\gamma_1}\gamma_1^{AB}\frac{\partial x_1^\mu}{\partial\zeta_1^A}\frac{\partial x_1^\nu}{\partial\zeta_1^B}g_{\mu\nu}[x_1(\zeta_1)]\ d^2\zeta_1 \tag{2}$$

- действие Намбу обычной струны в гравитационном поле $g_{\mu\nu}$,

$$S_{NO} = \int\sqrt{-\gamma_2}\gamma_2^{AB}(\zeta_2)[-\frac{\mu_2}{2}\frac{\partial x_2^\mu}{\partial\zeta_2^A}\frac{\partial x_2^\nu}{\partial\zeta_2^B}g_{\mu\nu}[x_2(\zeta_2)] + \frac{1}{2}\frac{\partial\phi}{\partial\zeta_2^A}\frac{\partial\phi}{\partial\zeta_2^B}]\ d^2\zeta_2 \tag{3}$$

- действие для сверхпроводящей струны в форме Нильсена- Олесена (ϕ — скалярное поле на мировом листе струны) и, наконец, член

$$S_{int} = -e\int\sqrt{-\gamma_2}\varepsilon^{AB}\frac{\partial x_2^\mu}{\partial\zeta_2^A}\frac{\partial\phi}{\partial\zeta_2^B}A_\mu[x_2(\zeta_2)]\ d^2\zeta_2 \tag{4}$$

описывает взаимодействие сверхпроводящей струны с электромагнитным полем ($\varepsilon^{AB} = \frac{e^{AB}}{\sqrt{-\gamma}}$ — двумерный тензор Леви - Чивита, $e^{01} = -e^{10} = -1$). Действие (1) инвариантно относительно репараметризации мировых поверхностей каждой из струн, диффеоморфизмов пространства-времени, а также калибровочных преобразований поля A_μ. В рассматриваемой ситуации струны взаимодействуют между собой только гравитационно.

Заметим, что двумерная метрика γ^{AB} в (2) в силу соответствующих условий связи является индуцированной метрикой на мировом листе, в то время как в действии (3) это не так (характер индуцированной метрики сохраняется лишь для пятимерной метрики в калуце-клейновской интерпретации действия (3)). Тем не менее для обеих струн можно выбрать конформно-плоскую калибровку

$g_{\mu\nu}\dot{x}^\mu_a x'^\nu_a = 0$, $g_{\mu\nu}(\dot{x}^\mu_a \dot{x}^\nu_a + x'^\mu_a x'^\nu_a) = 0$ (где точкой обозначена производная по ζ^0_a, а штрихом — по ζ^1_a), при которой уравнения движения имеют вид

$$\ddot{x}^\mu_a - x''^\mu_a + \Gamma^\mu_{\nu\lambda}(\dot{x}^\nu_a \dot{x}^\lambda_a - x'^\nu_a x'^\lambda_a) = 0 \ . \tag{5}$$

Аналогичный вид имеют уравнения для скалярного поля

$$\ddot{\phi} - \phi'' = \frac{e}{2} \ F_{\mu\nu} e^{AB} \partial_A x^\mu_2 \partial_B x^\nu_2. \tag{6}$$

Эти уравнения решаются методом последовательных приближений совместно с уравнениями Эйнштейна, в правую часть которых входит суммарный тензор энергии-импульса двух струн и максвелловского поля $F_{\mu\nu}$, а также уравнениями Максвелла с током

$$j^\mu(x) = e \int \sqrt{-\gamma_2} \varepsilon^{AB} \partial_A x^\mu_2 \partial_B \phi \frac{\delta^4(x - x_2(\zeta))}{\sqrt{-g}} d^2\zeta. \tag{7}$$

Как и в [9] параметром малости считается гравитационная постоянная (более подробное обсуждение применимости метода возмущений для космических струн см. в [9]). Тогда $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$, где $\eta_{\mu\nu} = \mathrm{diag}(1, -1, -1, -1)$, $h_{\mu\nu} \ll 1$, и в последующем поднятие и опускание индексов производится с помощью метрики $\eta_{\mu\nu}$. Далее уравнения Эйнштейна представляются в квазилинейной форме относительно величин $\psi^{\mu\nu} = h^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta^{\mu\nu} h$ в калибровке $\partial_\mu \psi^{\mu\nu} = 0$:

$$\eta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \partial_\beta \psi^{\mu\nu} = -16\pi G \tau^{\mu\nu}, \tag{8}$$

с источником $\tau^{\mu\nu} = T^{\mu\nu} + S^{\mu\nu}$, где $S^{\mu\nu}$ собирает все нелинейные члены уравнения для гравитационного поля [9]. В аналогичной форме можно записать уравнения Максвелла:

$$\eta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \partial_\beta A_\mu = 4\pi i_\mu, \qquad i_\mu = \sqrt{-g}(j_\mu + S_\mu), \tag{9}$$

где

$$S^\mu = \frac{1}{4\pi\sqrt{-g}} \partial_\nu (\sqrt{-g} g^{\mu\lambda} g^{\nu\sigma} - \eta^{\mu\lambda}\eta^{\nu\sigma}) F_{\lambda\sigma}. \tag{10}$$

Предполагается, что сверхпроводящая струна несет ток, который можно представить в виде двумерного вектора I^A_2 на мировой поверхности. Его квадрат I^2_2 может быть положительным (времениподобный ток), отрицательным (пространственноподобный ток) или нулем (изотропный). Первый случай отвечает струне с отличной от нуля плотностью электрического заряда, второй — токонесущей струне. Излучение возникает в обоих случаях.

Расчет производится следующим образом. В пренебрежении гравитационным взаимодействием мировые поверхности струн параметризуются уравнениями $x^\mu_a = d^\mu_a + U^\mu_a \zeta^0 + \Sigma^\mu_a \zeta^1$, $a = 1, 2$. Удобно производить вычисления в системе покоя обычной струны ($a = 1$), тогда

$$U^\mu_1 = (1, 0, 0, 0); \quad \Sigma^\mu_1 = (0, 0, 0, 1)$$

и

$$U^\mu_2 = \gamma(1, v\cos\alpha, 0, v\sin\alpha); \quad \Sigma^\mu_2 = \varepsilon(0, -\sin\alpha, 0, \cos\alpha), \tag{11}$$

ε находится из уравнений связи. Эти данные используются в качестве входных данных последующей итерационной схемы. Сначала строятся запаздывающие решения для потенциалов $\psi^{(1)}_{\mu\nu}$ и $A^{(1)}_{\lambda}$ при этом натяжениями S в правых частях (8) и (9) пренебрегается. Далее рассчитываются соответствующая деформация мировых поверхностей и поправки к токам j_μ и S_μ. Электромагнитное излучение описывается при учете в выражении для тока i_μ членов линейных по $\psi_{\mu\nu}$ и A_λ, рассчитанных в первом приближении. Потеря 4-импульса на электромагнитное излучение при столкновении струн рассчитывается по формуле

$$\Delta P^\mu = \frac{1}{2\pi^2} \sum_{\lambda=\theta,\phi} \int d^4k \ k^\mu \Theta(k^0)\delta(k^2) \mid \mathrm{e}^{(\lambda)}(k)\mathrm{i}(k) \mid^2, \tag{12}$$

где λ - индекс поляризации и $\mathrm{i}(k)$ - фурье-образ тока. При этом оказывается, что величины $\mathrm{i}(k)$ отличны от нуля лишь при выполнении черенковского условия $v > \sin\alpha$. В системе покоя обычной струны, которая предполагается ориентированной вдоль оси z, волновые векторы фотонов образуют конус с углом раствора θ,

$$\cos\theta = \frac{\sin\alpha}{v}. \tag{13}$$

Полная потеря энергии на излучение с заданной поляризацией, отнесенная к единице длины струны, дается выражениями

$$\frac{dE^{(\theta)}}{d\omega} = (4\pi\mu_1 I_2)^2 \ \gamma^3 v^2 \cos^3\alpha \ \frac{e^{-\frac{2\omega d}{\gamma v}}}{\omega} \ ,$$

$$\frac{dE^{(\phi)}}{d\omega} = (\frac{tg \ \alpha}{\gamma v})^2 \ \frac{dE^{(\theta)}}{d\omega} \ , \tag{14}$$

где I_2 - инвариантная амплитуда тока, d - прицельный параметр (минимальное расстояние между струнами). Формулы (14) соответствуют пространственно-подобному вектору тока, для времениподобного случая следует поменять местами индексы поляризации. (Последнее свойство можно связать с симметриями действия (1) аналогично теории развитой для несверхпроводящих струн [9].)

Логарифмическая инфракрасная расходимость в спектре излучения устраняется введением параметра длины R, соответствующего расстоянию, на котором становятся существенными коллективные эффекты в системе струн. Как видно из (14), обрезание на высоких частотах происходит экспоненциальным образом, при этом граничная частота в спектре излучения равна

$$\omega_{max} = \frac{v}{2d\sqrt{1-v^2}} \ . \tag{15}$$

В результате полная потеря энергии на излучение, отнесенная к единице длины, будет иметь вид

$$\Delta E = (4\pi\mu_1 I_2)^2 (v^2\gamma^3\cos^3\alpha + \gamma\cos\alpha\sin^2\alpha) \ln\frac{\gamma v R}{2d} \ . \tag{16}$$

Случай параллельных струн, движущихся относительно друг друга, соответствует $\alpha = 0$, при этом условие черенковского излучения выполняется при всех v. В этом случае задача сводится к $(1+2)$-электродинамике, тем самым выявляется нетривиальное соответствие между двумя теориями. Используя симметрии действия (1), можно показать, что $(1+2)$-интерпретация может быть сохранена и для непараллельных струн [9].

В случае параллельных бозонных струн при $v \simeq 1$

$$\frac{\Delta E}{\mu_2 \gamma} \simeq 10^{-10} \left(\frac{\gamma I}{I_{cr}}\right)^2 \ln\left(\frac{\gamma R}{2d}\right) , \tag{17}$$

где $I_{cr} = e\sqrt{\mu_2} \simeq 10^{22}$ А - критический ток.

Таким образом, при большой скорости (катастрофическое столкновение) потеря энергии за пролет может оказаться сравнимой с энергией струны даже при $I \ll I_{cr}$.

Если $\alpha > 0$, возникает стационарный источник излучения. При этом интенсивность излучения, как и следовало ожидать [8], оказывается пропорциональна скорости точки минимального сближения струн $v_p = v/\sin\alpha$ $(v_p > 1)$. В обычных единицах

$$\frac{dE}{dt} \simeq 10^{42} \left(\frac{v_p}{c}\right)\left(\frac{\gamma I}{I_{cr}}\right)^2 \gamma \ln\left(\frac{\gamma R}{2d}\right) \quad [\text{эрг/с}]. \tag{18}$$

В контексте струнных космологических сценариев новый механизм излучения должен учитываться при расчете ранней стадии эволюции струнной сети как достаточно эффективный механизм потери энергии, ранее в литературе не рассматривавшийся. С другой стороны, характерные особенности спектрального и углового распределений излучения могут быть использованы при поисках наблюдательных проявлений сверхпроводящих струн. Подробнее космологические приложения будут рассмотрены отдельно.

---

1. E.Witten, Nucl. Phys. **B249**, 557 (1985).
2. J.Ostriker, C.Thomson, and E.Witten, Phys. Lett. **B180**, 231 (1986).
3. E.M.Chudnovsky, G.B.Field, D.N.Spergel, and A.Vilenkin, Phys. Rev. **D34**, 944 (1986).
4. N.K.Nielsen and P.Olesen, Nucl. Phys. **B291**, 829 (1987).
5. D.N.Spergel, T.Piran, and J.Goodman, Nucl. Phys. **B291** 847 (1987).
6. A.Vilenkin and T.Vachaspati, Phys. Rev. Lett. **58**, 1041 (1987).
7. N.K.Nielsen, P.Olesen, Nucl. Phys. **B298**, 776 (1988).
8. В.Л.Гинзбург. Теоретическая физика и астрофизика. М.: Наука, 1975, с. 160.
9. D.V.Gal'tsov, Yu.V.Grats, and P.S.Letelier, Ann. of Phys., **224**, 90 (1993).
10. P.S.Letelier, and D.V.Gal'tsov, Class. Quant. Grav. **10**, L109. (1993).