Письма в ЖЭТФ, том 59, вып.7, стр.439 - 441 ©1994 г. 10 апреля

АБЕЛЕВА ПРОЕКЦИЯ ГЛЮОДИНАМИКИ И НЕВЫЛЕТАНИЕ НА РЕШЕТКЕ

*М.И.Поликарпов, М.Н.Черндуб**

Институт теоретической и экспериментальной физики
117259, Москва, Россия

**Московский физико-технический институт*
141700 г.Долгопрудный.Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 5 марта 1994 г.

Показано, что в решеточной глюодинамике в максимальной абелевой проекции $SU(2) \to U(1)$ основную роль в динамике играют диагональные глюоны, а в минимальной проекции – недиагональные глюоны. Таким образом в максимальной абелевой проекции невылетание цвета обусловлено конденсатом $U(1)$ монополей, а в минимальной абелевой проекции динамика системы обусловлена векторными голдстоуновскими полями и из них построенными топологическими дефектами.

В известной работе Хофта [1] была предложена такая частичная фиксация калибровки в $SU(N)$-глюодинамике, которая не фиксирует калибровочную группу $\left[U(1)\right]^{N-1}$. Диагональные элементы глюонного поля преобразуются при этих абелевых преобразованиях как калибровочные поля, а недиагональные – как поля материи. Благодаря компактности абелевой калибровочной группы в системе существуют монополи, и если они сконденсированы, то невылетание можно объяснить на классическом уровне [2, 3]: струна между цветными зарядами образуется как (дуальный) аналог струны Абрикосова в сверхпроводнике, роль куперовских пар играют монополи.

В настоящей заметке мы покажем, что такую простую картину можно ожидать только в одной, в так называемой максимальной абелевой (МАА), проекции. В $SU(2)$-решеточной глюодинамике мы приведем пример абелевой проекции, в которой за невылетание цвета ответственны топологические возбуждения, построенные из недиагональных элементов глюонных полей. Следовательно, в этой калибровке невылетание может обеспечиваться не монополями, а "полями материи", построенными из недиагональных глюонов.

В максимальной абелевой проекции $SU(2) \to U(1)$ [4], матрицы $U_{x\mu}$ (соответствующие ребрам решетки) приводятся к "максимально диагональному" виду, то есть ищется максимум:

$$\max_{\Omega} \sum_{x,\mu} \mathrm{Tr}(U'_{x\mu}\sigma_3 U'^{+}_{x\mu}\sigma_3) \ , \quad U'_{x\mu} = \Omega^{+}_{x} U_{x\mu} \Omega_{x+\hat{\mu}} \ ; \tag{1}$$

здесь сумма берется по всем ребрам решетки, определяемым узлом x и направлением μ, максимум ищется путем вариации матриц калибровочных преобразований Ω_x, определенных в узлах решетки. $U(1)$-преобразование

$$U_{x\mu} \to g_x U_{x\mu} g^{+}_{x+\hat{\mu}} \ , \ \ (g_x)_{11} = (g_x)^{*}{}_{22} = e^{i\alpha_x}, \ \ (g_x)_{12} = (g_x)_{21} = 0 \tag{2}$$

оставляет условие (1) инвариантным. Параметризовав динамическую переменную U стандартными углами $(U_{x\mu})_{11} = \cos\phi_{x\mu} \ e^{i\theta_{x\mu}}$, $(U_{x\mu})_{12} = \sin\phi_{x\mu} \ e^{i\chi_{x\mu}}$, $U_{22} =$

U_{11}^*, $U_{21} = -U_{12}^*$, мы видим что угол θ преобразуется как компактное калибровочное поле: $\theta_{x,x+\mu} \to \theta_{x,x+\mu} + \alpha_x - \alpha_{x+\mu}$, а угол χ – как фаза поля материи заряда 2: $\chi_{x,x+\mu} \to \chi_{x,x+\mu} + \alpha_x + \alpha_{x+\mu}$. Условие (1) переписывается как

$$\max_{\Omega} \sum_{x\mu} \cos^2(\phi'_{x\mu}) \,. \tag{3}$$

То есть рассматриваемая проекция $SU(2) \to U(1)$ делает углы ϕ как можно более близкими к нулю. Плакетное действие $S_{\mathcal{P}} = \frac{1}{2}\mathrm{Tr}\; U_1 U_2 U_3^+ U_4^+$ выраженное через углы ϕ, θ, χ содержит, несколько слагаемых, каждое из которых инвариантно относительно $U(1)$ -калибровочных преобразований. Благодаря условию (3), в МАА проекции можно ожидать, что максимальный вклад в действие имеет слагаемое, пропорциональное наибольшей степени $\cos\phi_i$:

$$S^A_{\mathcal{P}} = \cos\phi_1 \cos\phi_2 \cos\phi_3 \cos\phi_4 \cos\theta_{\mathcal{P}}\,; \quad . \tag{4}$$

здесь $\theta_{\mathcal{P}}$ – плакетный угол: $\theta_{\mathcal{P}} = \theta_1 + \theta_2 - \theta_3 - \theta_4$. Численные расчеты показывают, что при значениях заряда, соответствующих непрерывной теории ($4/g^2 > 2,2$), вклад $S^A_{\mathcal{P}}$ составляет не менее 0,85% в полное действие, множители $\cos\phi_i$ мало флуктуируют, и основную динамическую роль играет множитель $\cos\theta_{\mathcal{P}}$, который является ничем иным, как плакетным действием компактной электродинамики. Таким образом, если пренебречь членами фиксирующими калибровку, детерминантом Фаддеева–Попова и флуктуациями $\cos\phi_i$, то $SU(2)$-глюодинамика сводится к компактной электродинамике. Это утверждение объясняет множество фактов, которые показывают, что в МАА калибровке основную роль в динамике невылетания играют абелевы монополи, построенные из углов $\theta_{x,x+\mu}$. Например, "абелево" натяжение струны, вычисленное в МАА проекции через абелевы переменные $\theta_{x,x+\mu}$, с большой точностью совпадает с полным натяжением струны [5]. Конденсат монополей, извлеченный из полей θ в МАА проекции отличен от нуля в области невылетания и зануляется при критической температуре (T_c) [6], в других же проекциях конденсат монополей не обращается в нуль при $T = T_c$. Выделенность МАА калибровки видна также из того, что в ней фрактальная размерность D_f линий токов монополей нетривиальна (> 1) при $T > T_c$, в других калибровках D_f не является параметром порядка для температурного фазового перехода [7].

Рассмотрим теперь "минимальную" абелеву (МИА) калибровку, в которой вместо максимума (1) ищется минимум:

$$\min_{\Omega} \sum_{x,\mu} \mathrm{Tr}(U'_{x\mu}\sigma_3 U'^{+}_{x\mu}\sigma_3) \;, \qquad U'_{x\mu} = \Omega^+_x U_{x\mu} \Omega_{x+\hat{\mu}} \;, \tag{5}$$

Нетрудно заметить, что при такой проекции $SU(2) \to U(1)$, в плакетное действие максимальный вклад вносит слагаемое, пропорциональное $S^I_{\mathcal{P}} = \sin\phi_1 \sin\phi_2 \sin\phi_3 \sin\phi_4 \cos\chi_{\tilde{\mathcal{P}}}$, $\chi_{\tilde{\mathcal{P}}} = \chi_1 - \chi_2 + \chi_3 - \chi_4$. Таким образом, динамику системы теперь определяют поля материи χ_i, которые нестандартно взаимодействуют через $\cos\chi_{\tilde{\mathcal{P}}}$. Обычное плакетное действие $\cos\chi_{\mathcal{P}}$ не инвариантно относительно $U(1)$-калибровочных преобразований.

Предположим, что для данной конфигурации полей на решетке фиксирована МАА калибровка. Тогда, сделав над полями калибровочное преобразование, определяемое матрицами калибровочных преобразований $\Omega_x =$

$\frac{i}{2}\left((-1)^{x_1+x_2+x_3+x_4}+1\right)\sigma_2$ (x_k – целочисленные координаты, σ_2 – матрица Паули) мы переходим к МИА калибровке. Условие (1) переходит в (5), $U(1)$-калибровочные поля θ переходят в "векторные голдстоуновские" поля χ (фазы недиагональных полей), и теперь они играют основную роль в динамике. Монополи, обеспечивающие невылетание в МАА калибровке, переходят в специфические топологические дефекты, построенные из полей χ. Эти дефекты мы будем обсуждать в отдельной публикации. Отметим, что как и в любой другой абелевой проекции, в МИА проекции существуют $U(1)$-монополи, но они оказываются не важными для динамики системы, основную роль в динамике играет фаза недиагональных полей $\chi_{x\mu}$ и построенные из нее топологические дефекты.

М.И.П. выражает глубокую благодарность Российскому фонду фундаментальных исследований (код проекта 93-02-3609) за финансовую поддержку. М.Н.Ч. благодарен Японской Ассоциации поддержки науки (JSPS) за финансовую помощь, полученную в рамках программы поддержки ученых бывшего СССР.

---

1. G.'t Hooft, Nucl. Phys. **B190[FS3]**, 455 (1981).
2. S.Mandelstam, Phys. Rep. **23C**, 245 (1976).
3. G. 't Hooft. "High Energy Physics", Zichichi, Editrice Compositori, Bolognia. 1976.
4. A.S.Kronfeld, G.Schierholz and U.-J.Wiese, Nucl. Phys. **B293**, 461 (1987).
5. T.Suzuki and I.Yotsuyanagi, Phys. Rev. **D42**, 4257 (1990).
6. T.L.Ivanenko, A.V.Pochinsky and M.I.Polikarpov, Phys. Lett. **302B**, 458 (1993).
7. T.L.Ivanenko, M.I.Polikarpov and A.V.Pochinsky, Phys. Lett. **252B**, 631 (1990).