

ОСОБЕННОСТИ НАДБАРЬЕРНОГО γ -ИЗЛУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ СВЕРХВЫСОКОЙ ЭНЕРГИИ В ОРИЕНТИРОВАННЫХ МОНОКРИСТАЛЛАХ

Ю.В.Конец, И.С.Тупицын¹

Российский научный центр "Курчатовский институт"
123182 Москва, Россия

¹Королевский институт технологий
S-100 44 Стокгольм, Швеция

Поступила в редакцию 25 февраля 1994 г.

Впервые проведен теоретический анализ спектров γ -излучения сверхбыстрых электронов в тонком кристалле в условиях сильной конкуренции когерентных и магнито-тормозных эффектов. Исследованы свойства осевых и плоскостных когерентных резонансов, возникающих в излучении при переходе от осевой ориентации кристалла к плоскостной.

1. Недавние эксперименты, проведенные в ЦЕРН [1], выявили новые особенности γ -излучения суперрелятивистских электронов в кристаллах - в условиях перехода от осевой ориентации мишени к плоскостной, наряду с яркими низкочастотными максимумами, связанными с влиянием усредненных силовых полей атомных кристаллических плоскостей, в спектрах излучения наблюдаются интенсивные высокочастотные пики, обусловленные эффектами когерентности на близких цепочках атомов (осевые когерентные резонансы - ОКР)¹.

В наиболее интересной области углов θ между направлением первичного пучка и выделенной системой атомных цепочек кристалла

$$\theta \sim \theta_d \equiv (2d/a_{TF})^{1/2} \theta_L, \quad (1)$$

где интенсивность пиков ОКР особенно высока, на длине когерентности процесса происходит существенное отклонение траектории излучающей частицы от прямолинейной, и, следовательно, адекватное описание свойств γ -излучения в этих условиях требует выхода за рамки теории когерентного тормозного излучения (КТИ) [3, 4], которая основана на приближении прямолинейных траекторий. Здесь d - расстояние между когерентно действующими атомными цепочками, a_{TF} - радиус экранировки Томаса - Ферми отдельного атома, $\theta_L = (2U_0/E)^{1/2}$ - критический угол Линдхарда [5], определяющийся глубиной U_0 эффективного потенциала цепочки и энергией E излучающего электрона.

2. Настоящая работа посвящена изложению результатов, полученных путем точных расчетов интегралов по времени τ , составляющих общую квазиклассическую формулу Байера - Каткова [3]:

$$\frac{dI}{d\xi} = \frac{\alpha mc^3}{\pi \lambda_c} \xi \left\{ \int_0^\infty \left[1 + \frac{1 + (1 - \xi)^2 \gamma^2}{4(1 - \xi)} \frac{\gamma^2}{c^2} [\mathbf{v}_\perp(\tau) - \mathbf{v}_\perp(-\tau)]^2 \right] \frac{\sin f(\tau)}{\tau} d\tau - \frac{\pi}{2} \right\}, \quad (2)$$

$$f(\tau) = \frac{c}{\ell_c(\omega, E)} \left\{ 2\tau + \frac{\gamma^2}{c^2} \left[\int_{-\tau}^{\tau} v_\perp^2(\tau') d\tau' - \frac{1}{2\tau} [\mathbf{r}_\perp(\tau) - \mathbf{r}_\perp(-\tau)]^2 \right] \right\}. \quad (3)$$

¹Родственные явления найдены при теоретическом анализе спектров фоторождения e^+e^- -пар [2] в аналогичной физической ситуации.

Здесь ℓ_c - длина когерентности процесса излучения γ -кванта с частотой ω :

$$\ell_c(\omega, E) = 2\gamma\lambda_c(1 - \xi)/\xi, \quad \gamma = E/mc^2, \quad \xi = \hbar\omega/E. \quad (4)$$

Постоянная Планка, постоянная тонкой структуры, скорость света, масса и комптоновская длина волны электрона имеют стандартные обозначения.

Поперечные координаты $r_{\perp}(\tau)$ и скорости $v_{\perp}(\tau)$ подчиняются обычным классическим уравнениям движения электрона с энергией E в эффективном потенциале системы атомных цепочек и удовлетворяют начальным условиям

$$r_{\perp}(0) = r_{\perp}^0, \quad v_{\perp}(0) = v_{\perp}^0. \quad (5)$$

Выражение (2) обычно интерпретируется как частотное распределение фотонов, испускаемых электроном в единицу времени в момент прохождения точки r_{\perp}^0 со скоростью v_{\perp}^0 (парциальный спектр). Физически наблюдаемый спектр $d\bar{I}/d\xi$ для излучения в тонком слое кристалла получается интегрированием (2) по dr_{\perp}^0 и dv_{\perp}^0 с функцией распределения электронов по r_{\perp}^0 и v_{\perp}^0 .

3. Для понимания наших результатов важны следующие моменты.

а) Парциальные спектры в теории КТИ имеют зубчатую структуру со скачками спектральных функций на частотах, для которых

$$q_{min}(\omega, E) = K_{\perp}v^0/2v^0, \quad (6)$$

где K_{\perp} - произвольный вектор обратной двумерной решетки, отвечающей рассматриваемому семейству кристаллических осей, а $\hbar q_{min}$ - минимальный импульс, передаваемый кристаллу в процессе излучения²⁾:

$$q_{min}(\omega, E) = A\ell_c^{-1}(\omega, E), \quad A = 1 + \frac{\gamma^2}{c^2} (\langle v_{\perp}^2 \rangle - \langle v_{\perp} \rangle^2). \quad (7)$$

Фактор A определяет перенормировку q_{min} , связанную со средней квадратичной флуктуацией скорости электрона на длине формирования γ -кванта³⁾.

Строгие корреляции между пространственными (имеется в виду зависимость от r_{\perp}^0) и временными фурье-компонентами скорости v_{\perp} , реализующиеся в теории КТИ, в сочетании с пренебрежением зависимостью перенормировки q_{min} от r_{\perp}^0 приводят для однородного пространственного распределения электронов к исчезновению большого семейства скачков интенсивности в интегральном спектре, сохраняя только те "зубья", которым отвечают удвоенные вектора обратной решетки в уравнениях (6).

б) Изменение скорости электрона на пути между соседними атомными цепочками, зависимость перенормировки q_{min} от расположения траектории электрона в кристалле и разрушение упомянутых выше корреляций между пространственными и временными фурье-компонентами скорости электрона в реальной физической ситуации должны превращать зубья интенсивности интегрального спектра в сглаженные пики. При этом вблизи частот, удовлетворяющих равенству (6) с $K_{\perp}/2 \neq K'_{\perp}$, могут возникать "антирезонансные" структуры с минимумами интенсивности.

²⁾ Таким образом, скачок в парциальном спектре указывает, что избыток импульса, возникающий в процессе излучения на частоте скачка, "уносится" половиной некоторого вектора обратной решетки. Парциальные спектральные функции, не будучи физически измеримыми величинами, не являются положительно определенными и имеют скачки "интенсивности" произвольного знака.

³⁾ Стандартная теория КТИ пренебрегает перенормировкой q_{min} ; модифицированный же вариант этой теории [3], учитывающий перенормировку q_{min} путем введения эффективной массы m_* электрона, "не замечает", что коэффициенты A для сосуществующих осевых и плоскостных когерентных резонансов (см. ниже) сильно различаются ввиду различия эффективных временных интервалов, по которым усредняются флуктуации скорости в A .

в) При $\theta \lesssim \theta_0 \equiv U_0/mc^2$ характерный угол отклонения электрона в поле атомной цепочки $\Delta\theta \gtrsim \gamma^{-1}$, а характерное время $\tau_\gamma = a_{\text{ТФ}}/c\theta_0$ отклонения на угол γ^{-1} не зависит ни от θ , ни от γ . В этих условиях основные частоты ОКР удовлетворяют соотношению

$$q_{\text{min}}^{-1}(\omega, E) = c\tau_\gamma\theta_*/\theta, \quad \theta_* \equiv \theta_0 d/2\pi a_{\text{ТФ}}, \quad (8)$$

которое показывает, что при $\theta \lesssim \theta_*$ процессы формирования пиков ОКР подвержены сильному влиянию магнито-тормозных эффектов. Очевидны два вытекающих отсюда следствия: 1) слабая зависимость перенормировки q_{min} от γ и θ , определяемая временем τ_γ (простая оценка дает при этом эффективную величину $A \simeq 5/4$); 2) ослабление закона возрастания интенсивности пиков ОКР с ростом γ при $\gamma\theta = \text{const}$ по сравнению с результатами теории КТИ и усиление магнито-тормозных тенденций в "фоновой" части спектра.

4. Имея в виду, что конкуренция между магнито-тормозными и когерентными эффектами должна наиболее ярко проявляться в кристаллах тяжелых элементов, мы провели конкретные расчеты радиационных спектров для электронов с энергией $75 \text{ ГэВ} \div 4,8 \text{ ТэВ}$ в $\langle 110 \rangle$ -ориентированном монокристалле Ge при температуре $T = 293 \text{ К}$ в диапазоне углов падения, отвечающих переходу от $\langle 110 \rangle$ -осевой ориентации мишени к $\{001\}$ -плоскостной.

Потенциал взаимодействия электронов с системой атомных $\langle 110 \rangle$ -цепочек кристалла описывался суперпозицией температурно-усредненных потенциалов типа Дойля - Тернера [6]. Одномерная амплитуда тепловых колебаний атомов Ge при $T = 293 \text{ К}$, в соответствии с [7], полагалась равной $u_1 = 0,0829 \text{ \AA}$. Основные параметры, характеризующие исследуемую физическую ситуацию, таковы:

$$\theta_0 = 4,3 \cdot 10^{-4} \text{ рад}, \quad a_{\text{ТФ}} = 0,1476 \text{ \AA}, \quad d = 4,0008 \text{ \AA}, \quad b = 1,4145 \text{ \AA}. \quad (9)$$

Здесь d - расстояние между $\langle 110 \rangle$ -цепочками атомов в плоскости $\{001\}$, b - расстояние между атомными плоскостями $\{001\}$.

При компьютерном интегрировании уравнений поперечного движения использовались начальные условия (5) с $v_{1x}^0 = c \sin \theta \cos \varphi$, $v_{1y}^0 = c \sin \theta \sin \varphi$, где φ - азимутальный угол, определяющий направление падающего однородного пучка электронов и отсчитываемый от направления $\langle 1\bar{1}0 \rangle$ в плоскости $\{110\}$ (см. ориентационную схему в верхней части рис.1б). Вычислительный алгоритм основан на идее о том, что при больших временах $|\tau| \geq \tau_* \gg \ell_c/c$ детали силового поля не играют роли и излучающую частицу можно считать свободной. Величина τ_* контролируется величиной погрешности вычисления, которая для представленных на рис.1, 2 спектральных кривых не превышает 2% в основной области частот.

5. На рис.1а показана серия кривых, описывающая зависимость спектров γ -излучения от угла θ при падении пучка электронов с $E = 300 \text{ ГэВ}$ параллельно системе $\{001\}$ -плоскостей ($\varphi = 0$). Точный расчет для $\theta = 0$ дает спектр (кривая 1), совпадающий в основной области частот (с точностью до ошибки вычислений) со спектром, вычисленным в приближении постоянного поля (СФА) [3]. Кривые 2 и 3, с одной стороны, демонстрируют быстрое увеличение количественных расхождений с результатами СФА при возрастании θ в области $\theta \lesssim \theta_0$, а с другой - показывают, как в этих условиях формируются пики ОКР.

При дальнейшем росте θ (кривые 4 и 5) спектральные распределения в области низких частот приближаются к пунктирной кривой, представляющей спектр СФА в усредненном потенциале атомных $\{001\}$ -плоскостей.

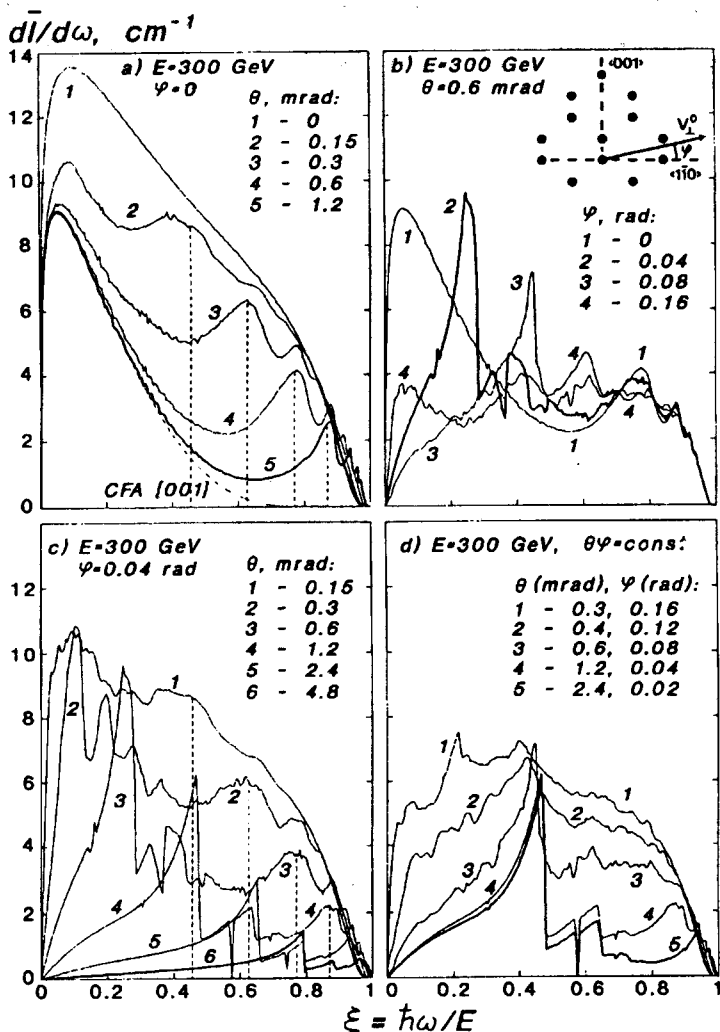


Рис.1. Спектры γ -квантов, испускаемых на единице пути, в зависимости от направления электронного пучка с энергией $E = 300$ ГэВ в $\langle 110 \rangle$ -ориентированном монокристалле Ge при температуре $T = 293$ К. а) CFA-пики и осевые резонансы при падении электронов параллельно плоскостям $\{001\}$. б) Исчезновение осевых резонансов и изменение структуры $\{001\}$ -плоскостных резонансов с ростом угла φ при $\theta = 6 \cdot 10^{-4}$ рад; вверху справа - схема ориентации начальной поперечной скорости электронов в двумерной решетке системы $\langle 110 \rangle$ -осей. в) Спектры γ -излучения в зависимости от θ при $\varphi = 0,04$ рад. д) Зависимость формы $\{001\}$ -плоскостных резонансов от ориентации электронного пучка при фиксированном произведении $\varphi\theta = 4,8 \cdot 10^{-5}$ рад²

Форма гладких пиков ОКР существенно отличается от формы остроконечных "зубьев" пилообразных спектров теории КТИ, а положения их максимумов хорошо описываются формулой

$$\xi_{ax}^{(i)} = (1 + A_{ax}d/4\pi i\lambda_c\gamma \sin \theta)^{-1}, \quad i = 1, 2, \dots, \quad (10)$$

с постоянной $A_{ax} = 1,282$ (точки на оси ξ , удовлетворяющие (10), отмечены пунктирными вертикалями), демонстрируя, что эффективная перенормировка q_{min} для пиков ОКР практически не зависит от θ в области значений θ , ширина которой значительно превышает θ_0 ⁴⁾.

Из простых физических соображений ясно, что при

$$|\varphi| > \varphi_* \equiv a_{TP}/d \quad (11)$$

должно происходить "замазывание" пиков ОКР. Кривые, приведенные на рис.1б, показывают, что при $|\varphi| \leq \varphi_* \approx 0,04$ форма пиков ОКР меняется незначительно по сравнению с ситуацией для $\varphi = 0$, но уже при $|\varphi| = 2\varphi_*$ пики ОКР полностью исчезают, уступая место сглаженному распределению.

б. С ростом $|\varphi|$ от нуля, наряду со сглаживанием пиков ОКР, происходит существенная перестройка спектра в области низких частот, где плоскостные СФА-пики сменяются плоскостными когерентными резонансами (ПКР), возникающими в результате когерентного влияния соседних {001}-плоскостей.

При малых φ пики ПКР сосуществуют с пиками ОКР (см. рис.1б - d) и в случае $\theta > \theta_0$ их свойства находятся в более близком соответствии со свойствами "зубьев" интенсивности из теории КТИ. Их правые фронты характеризуются скачкообразным спадом интенсивности на частотах

$$\xi_{pl}^{(i)} = [1 + A_{pl}(\theta, \varphi)b/4\pi i\lambda_c\gamma \sin \psi]^{-1}, \quad \sin \psi = \sin \theta \sin \varphi, \quad i = 1, 2, \dots, \quad (12)$$

где ψ - угол между направлением пучка электронов и плоскостью {001}. Величина A_{pl} быстро стремится к единице с ростом ψ : $A_{pl} - 1 \propto \psi^{-2}$. Это подтверждается расположением скачков на кривых рис.1с, где четко прослеживается переход к результатам стандартной теории КТИ при больших ψ .

В согласии со сказанным выше в п.3б, в спектрах ПКР (см. рис.1с) вплоть до углов $\theta = 2,4 \cdot 10^{-3}$ рад хорошо просматриваются узкие "антирезонансные" провалы на частотах, соответствующих полуцелым i в (12), особенно выделяющиеся в случае $i = 3/2$. Их ширины растут с уменьшением θ . Одновременно все более округляются вершины пиков ПКР, и при $\theta \leq \theta_0$ вид спектра в области ПКР и интенсивность излучения в максимумах и минимумах существенно отличаются от предсказываемых модифицированной теорией КТИ.

Примечательно, что яркие пики ПКР продолжают существовать и при $|\varphi| > 2\varphi_*$ (см. рис.1б), то есть в условиях, когда "осевая дискретность" структуры {001}-плоскостей серьезно сказывается на характере поперечного движения излучающих электронов, приводя к исчезновению пиков ОКР. Физически это объясняется тем, что свойства ПКР отражают лишь характеристики движения электронов, усредненные вдоль выделенной системы плоскостей⁵⁾.

⁴⁾В модифицированной теории КТИ $A_{ax} - 1 \propto (\theta_0/\theta)^2$. Выполнение этого закона привело бы к сильному смещению пиков ОКР на кривых 2 и 3 на рис.1а в сторону низких частот. Значение $A_{ax} = 1,282$ хорошо коррелирует с оценкой $A_{ax} \approx 5/4$, упомянутой выше в п.3в, а расширение области постоянства A связано с тем, что параметрам (9) отвечает $\theta_* = 4,3\theta_0 \gg \theta_0$.

⁵⁾Если при $|\varphi| \gg \varphi_*$ направление электронного пучка близко к параллельному системе атомных плоскостей более высокого порядка, то в области низких частот левее {001}-плоскостного резонанса возможно появление СФА-пика и пика ОКР, которые отвечают этой высокоиндексной системе плоскостей. Такая ситуация реализуется на рис.1б и 1д (кривые 4 и 1, соответственно).

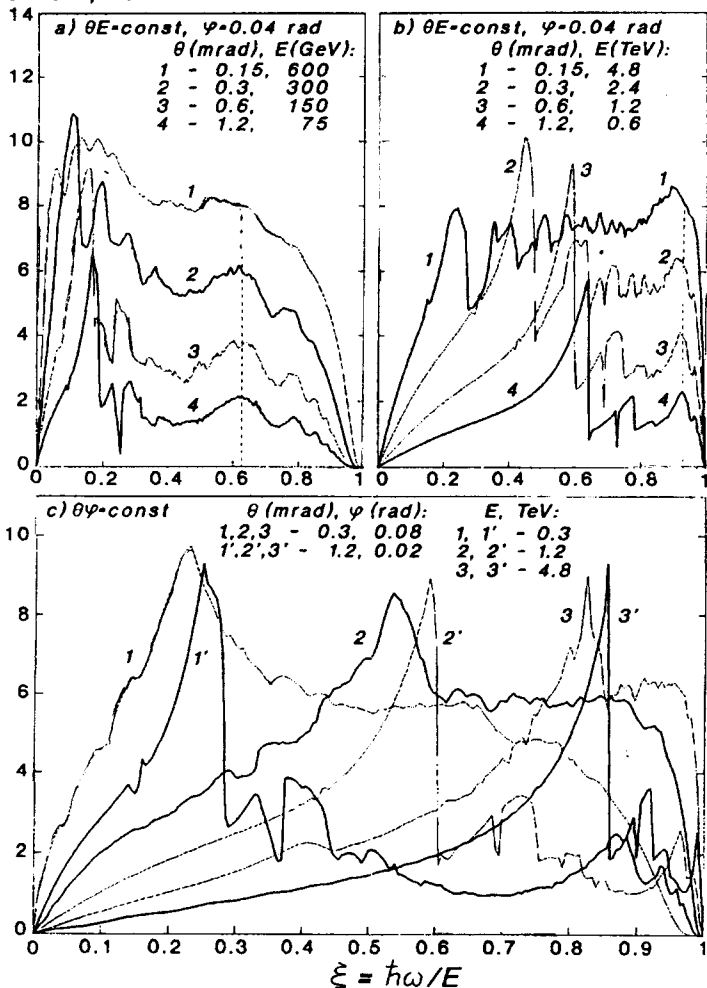
$$\frac{dI}{d\omega}, \text{ cm}^{-1}$$


Рис.2. Теоретические результаты для той же мишени, демонстрирующие магнитотормозные эффекты в спектрах когерентных резонансов (см. подробнее текст). а) Спектры γ -квантов для ряда ориентаций электронного пучка с $\varphi = 0,04$ рад при фиксированном произведении $\theta E = 0,09$ рад·ГэВ в диапазоне энергий электронов $E = 75 \div 600$ ГэВ. б) Те же ориентации электронного пучка, но при $\theta E = 0,72$ рад·ГэВ в интервале $E = 0,6 \div 4,8$ ТэВ. в) Зависимость структуры {001}-плоскостных резонансов в спектрах испускаемых γ -квантов от ориентации и энергии электронного пучка при фиксированном произведении $\varphi\theta = 2,4 \cdot 10^{-5}$ рад²

При фиксированном γ положения и величины скачков интенсивности ПКР в теории КТИ при малых углах зависят только от $\psi = \varphi\theta$. Рис.1d демонстрирует резко усиливающуюся роль магнито-тормозных эффектов при уменьшении θ в области $\theta \lesssim \theta_0$ в условиях $\varphi\theta = \text{const}$, приводящую к значительному уменьшению величины "зубьев" ПКР при одновременном их уширении и росте интенсивности фоновой части спектра, причем так, что общая интенсивность излучения на частоте основного пика ПКР меняется слабо. Некоторое смещение пика в сторону малых частот связано с увеличением флуктуаций скорости электрона. Общий характер такого поведения пиков ПКР в широкой области значений γ подтверждается спектральными кривыми, приведенными на рис.2с.

7. Результаты, представленные на рис.2, позволяют сформулировать следующие основные закономерности надбарьерного γ -излучения при $\theta \lesssim \theta_0$:

а) эффективная перенормировка q_{min} на частотах ОКР близка к постоянной, а на частотах ПКР обладает сильной угловой зависимостью;

б) закон возрастания интенсивности пиков ОКР с ростом γ при фиксированном $\gamma\theta$ резко ослабляется по сравнению с ситуацией в теории КТИ⁶⁾;

в) увеличение γ при фиксированных θ и φ смещает пики ОКР и ПКР к высокочастотному краю спектра согласно законам (10) и (12), соответственно, с незначительными изменениями максимальных значений интенсивности;

г) даже для θ , заметно меньших θ_0 , существует достаточно широкая область значений $|\varphi| \lesssim 2\varphi_*$, внутри которой реализуется мощное подавление излучения в области низких частот $\xi < \xi_{pl}^{(1)}$, обусловленное плоскостной когерентностью и усиливающейся с ростом γ . При этом увеличение γ приводит к концентрации энергии излучения на высокочастотном краю спектра.

Из-за ограниченного объема статьи мы не останавливаемся на других интересных деталях γ -спектров, которые заинтересованный читатель может найти на рис.2, где пунктирные вертикали указывают положения максимумов ОКР, вычисленные с помощью (10) с тем же значением A_{ax} , что и на рис.1.

Отметим в заключение, что основные из установленных выше свойств γ -излучения сверхбыстрых электронов в кристаллах в условиях жесткой конкуренции между когерентными и магнито-тормозными эффектами доступны проверке на современном экспериментальном уровне.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 93-02-2590).

1. R.Medenwaldt, S.P.Møller, B.N.Jensen et al. *Phys. Lett.* **B281**, 153 (1992).

2. Yu.V.Kononets and I.S.Tupitsyn, Письма в ЖЭТФ **57**, 148 (1993).

3. В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко, Электромагнитные процессы при высокой энергии в ориентированных монокристаллах, Новосибирск: Наука, 1989.

4. М.А.Тер-Микаелян, Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях, Ереван: Издательство АН АрмССР, 1969.

5. J.Lindhard, K. *Danske Vidensk. Selsk. Mat.-Fys. Medd.* **34**, N14 (1965).

6. P.A.Doyle and P.S.Turner, *Acta Crystallogr.* **A24**, 390 (1968).

7. O.H.Nielsen and W.Weber, *J. Phys.* **C13**, 2449 (1980).

⁶⁾ Легко показать, с учетом постоянства A_{ax} , что модифицированная теория КТИ в этих условиях дает линейную по γ интенсивность излучения на частотах ОКР.