

РЕЗОНАНСНОЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ПЛАЗМЕ

К.Ю.Платонов, Г.Д.Флейшман[†]

Санкт-Петербургский государственный технический университет
195251 Санкт-Петербург, Россия

[†] Физико-технический институт им.А.Ф.Иоффе РАН
194021 Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 17 января 1994 г.

Исследовано резонансное поляризационное тормозное излучение частиц произвольной энергии в изотропной плазме. Показано, что в области плазменной частоты спектры содержат большой узкий пик. Корректное вычисление формы этого пика с учетом пространственной дисперсии показывает, что его высота в c/v_T раз больше, чем считалось ранее при анализе поляризационного излучения.

Поляризационным тормозным излучением (ПТИ) называется излучение, возникающее в результате конверсии квазистационарного поля заряженной частицы на равновесных микронеоднородностях среды (например, на тепловых флуктуациях плазмы) в распространяющиеся волны. Эффект ПТИ в плазме был исследован Акоюном и Цытовичем [1] в двух предельных случаях высоких и низких частот. На высоких частотах, $\omega_p \ll \omega \ll \omega_p v/v_T$, где ω_p – плазменная частота, v – скорость быстрой частицы и v_T – тепловая скорость электронов плазмы, его интенсивность имеет вид:

$$I_{\omega}^p = \frac{16}{3} I_0 \epsilon^{-3/2} \left(\ln \frac{v \omega_p}{v_T \omega} - \frac{1}{2} \right), \quad I_0 = \frac{e^2 q^2 e_i^2 n_i}{v m^2 c^3}, \quad (1)$$

где q – заряд быстрой частицы, e и m – заряд и масса электрона, e_i и n_i – заряд и концентрация ионов в плазме. Этот результат получается стандартными методами теории излучения в средах (см. например, [2]) при пренебрежении пространственной дисперсией в фотонных функциях Грина. Легко видеть, что выражение (1) стремится к бесконечности при формальном стремлении частоты к плазменной частоте, $\omega \rightarrow \omega_p$. Поэтому в работе [1] область низких частот, $(\omega - \omega_p)/\omega_p \ll v_T^2/v^2$, где важно учесть пространственную дисперсию в функциях Грина, но можно принять $\omega = \omega_p$, рассмотрена отдельно, и для интенсивности ПТИ получено выражение

$$I_{\omega}^p = \frac{2}{27} I_0 \epsilon^{1/2} \left(\frac{v}{v_T} \right)^4. \quad (2)$$

Этот же результат приведен в монографиях [2,3] с численным коэффициентом 2 вместо 2/27 (по-видимому, в силу опечатки). Однако в более поздней монографии [3, с.57–60] указано, что формула (1) имеет более широкую область применимости, $(\omega - \omega_p)/\omega_p \gg v_T^2/v^2$, а на частотах $(\omega - \omega_p)/\omega_p \approx v_T^2/v^2$ обе формулы (1), (2) дают одинаковый и правильный по порядку величины результат:

$$I_{max} \sim I_0 (v/v_T)^3. \quad (3)$$

Эффект увеличения интенсивности ПТИ вблизи плазменной частоты был назван в [3] резонансным ПТИ (РПТИ). Заметим, что количественная оценка величины эффекта была сделана на основе экстраполяции правильных асимптотик за пределы их области применимости, тогда как корректный совместный

учет временной и пространственной дисперсии в фотонных функциях Грина проведен не был.

В настоящей работе вычислены спектры ПТИ, справедливые на любых частотах $\omega_p \leq \omega \ll \omega_p v/v_T$, и показано, что истинное значение РПТИ в максимуме примерно в c/v_T раз превосходит оценку (3) [3], а асимптотика (1) справедлива лишь при $\omega > 2\omega_p$.

Мы рассматриваем излучение, возникающее вблизи плазменной частоты, где фазовые скорости поперечных волн $v_{ph} \gg c$ — скорости света, поэтому для любых частиц $v/v_{ph} \ll 1$ и при вычислении РПТИ достаточно ограничиться учетом продольной функции Грина (нерелятивистское приближение). Диэлектрическая проницаемость, входящая в эту функцию Грина, должна быть записана с учетом пространственной дисперсии $\epsilon(\omega, k) = \epsilon(\omega) - 3k^2 d^2 + i\epsilon''$. Тогда интенсивность РПТИ представится в виде (это выражение легко выводится из стандартных формул для интенсивности излучения в среде, см. [2, 4])

$$I_{n,\omega}^p = \frac{8\pi z^2 e^4 q^2 \epsilon^{1/2}}{m^2 c^3} \int k'^2 dk' \frac{[nk']^2 \delta[\omega - (k - k')v] |\delta N|_{k'}^2 d \vartheta \cos \vartheta}{(k - k')^4 [(\epsilon(\omega) - 3(k - k')^2 d^2) + \epsilon''^2]}, \quad (4)$$

где $|\delta N|_{k'}^2 \approx n_i / (2\pi)^3$ — спектр тепловых флуктуаций в плазме при $k' \ll d^{-1}$, $d = v_T / \omega_p$ — дебаевский радиус, $z = e_i / e$, а мнимая часть диэлектрической проницаемости ϵ'' учтена для устранения расходимости при интегрировании (4). Заметим, что на рассматриваемых частотах $\epsilon(\omega) \ll 1$ и $k \ll k'_{min} = \omega_p / v < k'$. Это позволяет пренебречь k по сравнению с k' везде, кроме резонансного знаменателя. После этого удобно проинтегрировать (4) по углам вектора n , то есть найти энергию, излучаемую в полный телесный угол (диаграмма направленности в данном случае соответствует диполю [3]):

$$I_{\omega}^p = \frac{32\pi^3 z^2 e^4 q^2 \epsilon^{1/2}}{vm^2 c^3} \int_{\omega/v}^{d^{-1}} \frac{dk'}{k'} |\delta N|_{k'}^2 \int_{-1}^1 \frac{\sin^2 \vartheta d \cos \vartheta}{(\epsilon(\omega) + 6kk'd^2 \cos \vartheta - 3k'^2 d^2) + \epsilon''^2}. \quad (5)$$

Здесь было также проведено тривиальное интегрирование по азимутальному углу: $\int d\varphi \dots = 2\pi$, а ϑ — угол между вектором k' и скоростью частицы v . Разбиение на простейшие и интегрирование по углу приводят к результату:

$$I_{\omega}^p = \frac{32\pi^3 z^2 e^4 q^2 \epsilon^{1/2}}{vm^2 c^3} \int_{\omega/v}^{d^{-1}} \frac{dk'}{k'} |\delta N|_{k'}^2 \frac{J_{\vartheta}}{36k^2 k'^2 d^4}, \quad (6)$$

где

$$J_{\vartheta} = a \ln \frac{(a+1)^2 + b^2}{(a-1)^2 + b^2} - 2 + \frac{1+b^2-a^2}{b} (\pi\theta(1-a^2) + \text{arctg} \frac{2b}{a^2 + b^2 - 1}), \quad (7)$$

$a = [3k'^2 d^2 - \epsilon(\omega)] / 6kk'd^2$, $b = \epsilon'' / 6kk'd^2$. Остановимся подробнее на анализе выражения J_{ϑ} (7). Случай непоглощающей среды соответствует пределу $b \rightarrow 0$. Тогда при $a^2 \leq 1$ величина $J_{\vartheta} \rightarrow \infty$, как π/b . Эта расходимость имеет простое физическое происхождение. Дело в том, что при $a^2 \leq 1$ оказывается выполненным условие излучения Вавилова-Черенкова для продольных (плазменных) волн. Поэтому поле частицы для соответствующих значений ω , k , k' является не квазистационарным, а распространяющимся, и его взаимодействие с неоднородностями плазмы соответствует рассеянию уже излученных

квантов, а не генерации новых квантов. Длина пробега черенковских плазмон в бесконечной непоглощающей среде равна бесконечности, что и является причиной указанной расходимости. Чтобы вычислить интенсивность РПТИ, понимаемого как результат конверсии квазистационарного поля частицы в распространяющиеся волны [5], следует исключить значения $a^2 \leq 1$ из области интегрирования по dk' . В этом случае функция J_θ может быть существенно упрощена. Отбрасывая член $\pi\theta(1-a^2)$ и раскладывая $\arctg x$ в ряд в силу малости его аргумента $a^2 > 1$, получим:

$$J_\theta = \left\{ a \ln \frac{(a+1)^2 + b^2}{(a-1)^2 + b^2} - 4 \right\} \theta(a^2 - 1). \quad (8)$$

Величина J_θ имеет особенность при $b \rightarrow 0$, $a^2 \rightarrow 1$, однако эта особенность интегрируемая. В этом легко убедиться, разложив J_θ в ряд по степеням $1/a$, который сходится в круге $1/|a| < 1$. Учет первого неисчезающего члена такого разложения

$$J_\theta \simeq \frac{4}{3a^2} \theta(a^2 - 1) \quad (9)$$

обеспечивает точность во всяком случае не менее 30%. После подстановки (9) в (6) и перехода к безразмерной переменной $\mu = k'v/\omega$, спектр РПТИ представится в виде

$$I_\omega^p = \frac{16}{3} I_0 F(\alpha), \quad F(\alpha) = \frac{\epsilon^{1/2}}{9} \left(\frac{v}{\omega d} \right)^4 \int_1^{\mu_{max}} \frac{d\mu \theta(a^2 - 1)}{\mu (\mu^2 - \alpha)^2}, \quad (10)$$

где $\alpha = \epsilon/3(v/\omega d)^2 \approx \epsilon/3(v/v_T)^2$, $\mu_{max} \approx v\omega_p/v_T\omega$. Интегрирование (10) проводится в элементарных функциях и дает

$$\begin{aligned} F(\alpha) = & \frac{\epsilon^{1/2}}{18} \left(\frac{v}{\omega d} \right)^4 \left\{ \left[\frac{1}{\alpha(1-\alpha)} + \frac{1}{\alpha^2} \ln(1-\alpha) \right] \theta(\omega_1 - \omega) + \right. \\ & + \frac{1}{\alpha^2} \frac{c}{2 \cdot 3^{0,5} v_T} \left[1 - \frac{2 \cdot 3^{0,5} v_T}{c} \ln \frac{c}{2 \cdot 3^{0,5} v_T} \right] \theta(\omega - \omega_1) \theta(\omega_2 - \omega) + \\ & + \left[\frac{1}{\alpha^2} \frac{c}{3^{0,5} v_T} + \frac{1}{\alpha} \left[\frac{1}{1-\alpha} - \frac{1}{\mu_{max}^2 - \alpha} + \frac{1}{\alpha} \ln \frac{(\alpha-1)\mu_{max}^2}{\mu_{max}^2 - \alpha} \right] \right] \theta(\omega - \omega_2) \theta(\omega_3 - \omega) + \\ & + \left[\frac{1}{\alpha^2} \frac{c}{2 \cdot 3^{0,5} v_T} - \frac{1}{\alpha(\alpha-1)} + \frac{1}{\alpha^2} \ln \frac{(\alpha-1)c}{2 \cdot 3^{0,5} v_T} \right] \theta(\omega - \omega_3) \theta(\omega_4 - \omega) + \\ & \left. + \frac{1}{\alpha} \left[\frac{1}{\alpha - \mu_{max}^2} - \frac{1}{\alpha - 1} + \frac{1}{\alpha} \ln \frac{(\alpha-1)\mu_{max}^2}{\alpha - \mu_{max}^2} \right] \theta(\omega - \omega_4) \right\}, \quad (11) \end{aligned}$$

где

$$\omega_{1,2} = \omega_p \left[1 + \frac{3}{2} \left(\frac{v_T}{v} \right)^2 \left(1 \mp \frac{2 \cdot 3^{0,5} v_T}{c} \right) \right], \quad (12)$$

$$\omega_{3,4} = 2\omega_p \left(1 \mp \frac{3 \cdot 3^{0,5} v_T}{4c} \right). \quad (13)$$

Отметим, что изломы в спектре на частотах $\omega_{1,2}$ связаны с физикой рассматриваемого процесса (свойства излучения меняются скачком, когда параметры системы переходят через черенковский порог), тогда как изломы на частотах

$\omega_{3,4}$ отвечают использованному приближению для $|\delta N|_k^2$. Это, однако, не существенно для рассматриваемого здесь эффекта РПТИ.

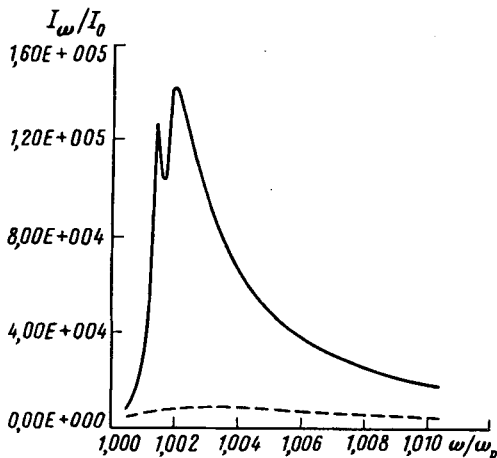
Остановимся на анализе полученных результатов. На высоких частотах $\omega_p \ll \omega \ll \omega_p v/v_T$ корректно вычисленный спектр РПТИ (10), (11) переходит в асимптотику (1). Однако формула (1) оказывается справедливой лишь при $\omega > 2\omega_p$, а не при $(\omega - \omega_p)/\omega_p > v_T^2/v^2$, как считалось ранее [3]. Это является следствием формы спектра тепловых флуктуаций в плазме, остающегося постоянным вплоть до малых масштабов порядка d (поэтому существует вклад верхнего предела в интеграле (10)). На низких частотах, $\omega \rightarrow \omega_p$, имеем

$$I_\omega^p \approx \frac{4}{27} I_0 \epsilon^{1/2} \left(\frac{v}{v_T} \right)^4, \quad (14)$$

в соответствии с (2) (отличие численного множителя в (2) [1] от (14) вдвое по-видимому связано с опечаткой в [1]). Однако в максимуме спектра, $\alpha \approx 1$, имеем

$$I_{max}^p \sim I_0 \frac{v^3 c}{v_T^4} \quad (15)$$

в отличие от оценки (3). Форма пика РПТИ, вычисленного по формуле (11) представлена на рисунке.



Спектр РПТИ вблизи плазменной частоты: сплошная кривая – расчет по формулам (10), (11); пунктирная – расчет на основе асимптотик (1), (2), [3]. Параметры: импульс частицы $p/mc = 10$, $v_T/c = 0,032$

Полная энергия РПТИ, испускаемая на всех частотах, равна

$$I_{tot}^p = \frac{8}{27} I_0 \omega_p \frac{vc}{v_T^2} \quad (16)$$

и в vc/v_T^2 раз превышает мощность обычного ПТИ (без учета пика). Таким образом, до настоящего времени величина эффекта РПТИ существенно занижалась.

1. А.В.Акопян, В.Н.Цытович. Препринт ФИАН №184. М. 1978.
2. В.Л.Гинзбург, В.Н.Цытович. Переходное излучение и переходное рассеяние. М.: Наука, 1984.
3. М.Я.Амусья, В.М.Буймистров, Б.Я.Зон, В.Н.Цытович и др. Поляризованное тормозное излучение частиц и атомов. М.: Наука, 1987.
4. К.Ю.Платонов, Г.Д.Флейшман, ЖЭТФ (1994) направлено.
5. Г.Д.Флейшман, УФН 161(1), 165 (1991).