

УСТОЙЧИВОСТЬ КРИТИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ СВЕРХПРОВОДНИКА ВТОРОГО РОДА ПРИ ЕГО КОНЕЧНОМ ТЕМПЕРАТУРНОМ ВОЗМУЩЕНИИ

В.Р.Романовский

Российский научный центр "Курчатовский институт"

123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 7 апреля 1994 г.

В рамках модели критического состояния показано сильное влияние конечных температурных возмущений на условия возникновения термомагнитной неустойчивости в сверхпроводнике второго рода. Сформулированы общие критерии адиабатической устойчивости экранирующих токов, индуцируемых внешним магнитным полем.

Одной из основных особенностей сверхпроводников второго рода являются происходящие в них диссипативные процессы, обусловленные термоактивированным движением вихрей. Вызванная этими процессами диссипация энергии, запасенная протекающими по сверхпроводнику экранирующими токами, может сопровождаться разрушением критического состояния, в котором они находятся в ответ на любое внешнее воздействие, приводящее к появлению электрического поля [1]. Это проявляется в виде так называемых неустойчивостей, инициируемых многочисленными внешними возмущениями различной природы. Одна из первых экспериментально обнаруженных неустойчивостей, названная термомагнитной, связана с перераспределением магнитного потока внутри образца. Ее возникновение вызывает увеличение температуры сверхпроводника, и в результате он может перейти в нормальное состояние.

Возникновение и развитие неустойчивости в сверхпроводнике является типичным примером неравновесного переходного процесса в двухфазной диссипативной структуре. Определяющую роль в этом играют коллективные процессы, слабо зависящие от микроскопических свойств среды. Это позволило сформулировать в рамках макроскопических моделей ряд важнейших критериев устойчивости критического состояния. Например, устойчивое к бесконечно малым возмущениям распределение магнитного поля в сверхпроводящей пластине описывается так называемым критерием адиабатической стабильности [2-6]

$$\frac{\mu_0 a^2 J_{c0}^2}{C(T_c - T_0)} < 3, \quad (1)$$

где $C = \text{const}$ – объемная теплоемкость сверхпроводника, a – полуширина пластины, T_0 – температура хладагента, J_{c0} и T_c – критические параметры сверхпроводника.

Однако выполненные теоретические работы, как правило, основывались на исследовании начальной фазы проникновения магнитного потока внутрь сверхпроводника. Позволяя упростить вывод критериев стабильности, они не учитывали физические особенности развития во времени электрического и магнитного полей внутри сверхпроводника и тем самым выпускали из внимания формирование его конечного состояния, к которому он стремится в результате возникновения неустойчивости. Подобный подход способствовал

развитию теории термомагнитной неустойчивости в приближении, когда допустимый перегрев предполагается незначительным. В то же время, в теории тепловой стабилизации сверхпроводников, основанной только на анализе вариации температурного поля образца, экспериментально и теоретически доказана возможность его значительного перегрева при действии внешних температурных возмущений без перехода в нормальное состояние [6–11]. Более того, как показано в [12], между допустимым повышением температуры сверхпроводника на конечную величину и скоростью ввода в него транспортного тока существует нетривиальная связь, когда сверхпроводимость образца тем не менее сохраняется. Причем в наибольшей степени она наблюдается при адиабатических условиях развития возмущения. В связи с этим возникает вопрос о возможности существования диапазона допустимого повышения температуры сверхпроводника без разрушения его критического состояния. Решение этой проблемы расширяет класс явлений, рассматриваемых в феноменологической электродинамике сверхпроводников. Однако проведенные ранее исследования [13, 14] ограничены рамками существующих представлений о роли температурного фактора в условиях возникновения термомагнитной неустойчивости и не позволяют сформулировать общую концепцию о влиянии температуры на процессы, происходящие в сверхпроводниках при воздействии на них переменного магнитного поля или тока.

Целью настоящей работы является анализ условий возникновения термомагнитной неустойчивости в сверхпроводнике второго рода с учетом конечного температурного возмущения его исходного состояния и соответствующей динамики температурного поля в результате развития неустойчивости.

Рассмотрим систему уравнений

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \mu_0 \frac{\partial J_c}{\partial t}, \quad (2)$$

$$C(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + E J_c(T), \quad (3)$$

$$J_c = J_{c0} \frac{T_c - T}{T_c - T_0}$$

с условиями на границе [4–6]

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x}(a, t) = 0, \quad E(0, t) = 0, \quad \frac{\partial E}{\partial x}(a, t) = 0, \quad (4)$$

и с начальным условием

$$T(x, 0) = T_i > T_0, \quad (5)$$

описывающими изменение температуры T и электрического поля E внутри сверхпроводящей плоскопараллельной теплоизолированной пластины с коэффициентом теплопроводности λ в результате полного проникновения магнитного поля в образец, температура которого отлична от температуры хладагента в силу действия какого-либо возмущения.

Как показано в [4–6], система (2), (3) следует из общей системы уравнений Фурье и Максвелла в предположении малого влияния резистивной компоненты общего тока, протекающего по сверхпроводнику. Она описывает диссипативные процессы в сверхпроводниках второго рода в предельном случае, когда

отношение коэффициентов термической и магнитной диффузии много меньше единицы, а развитие неустойчивости происходит в адиабатических условиях. При этом для простоты изложения уравнение критического состояния описано моделью Бина.

Из (2) нетрудно найти распределение электрического поля по сечению пластины:

$$E = \mu_0 \frac{\partial J_c}{\partial t} \left(\frac{x^2}{2} - ax \right).$$

Поскольку новое равновесное состояние сверхпроводника, к которому он стремится в результате развития неустойчивости, в основном определяется уровнем запасенной сверхпроводником энергии, то для получения критериальных соотношений можно пренебречь пространственной неоднородностью температурного поля по сечению пластины. (Соответствующее численное решение задачи о неизотермической диффузии магнитного потока в сверхпроводник в более общей постановке с учетом изменения температуры, электрического и магнитного полей в пространстве и во времени подтверждает полученные ниже результаты и приводит только к изменению динамики промежуточных состояний, предшествующих конечному равновесному распределению температуры сверхпроводника.)

Проинтегрируем уравнение (3) в пределах от 0 до a и перейдем к усредненному по пространственной координате уравнению

$$C(T) \frac{dT}{dt} = \frac{J_c(T)}{a} \int_0^a E dx.$$

После подстановки $E(x)$ оно преобразуется к виду

$$C(T) \frac{dT}{dt} = -\frac{\mu_0 a^2}{6} \frac{dJ_c^2}{dt}, \quad T(0) = T_i. \quad (6)$$

Так как при увеличении температуры критическая плотность тока может уменьшаться до нуля, то решения данного уравнения зависят от конечного теплового состояния, которое будет иметь место в результате действия неустойчивости.

В случае, когда конечная температура будет превышать соответствующую критическую температуру, для ее определения из (6) получим уравнение

$$\int_{T_i}^{T_k} C dT = \frac{\mu_0 a^2}{6} J_{c0}^2 \left(\frac{T_c - T_i}{T_c - T_0} \right)^2. \quad (7)$$

При $T_k = T_c$ оно определяет граничные значения исходных параметров, для которых термомагнитная неустойчивость всегда сопровождается переходом сверхпроводника в нормальное состояние. Поэтому, в частности, для всех

$$a > a'_k = \frac{1}{J_{c0}} \frac{T_c - T_0}{T_c - T_i} \sqrt{\frac{6}{\mu_0} \int_{T_i}^{T_c} C dT} \quad (8)$$

критическое состояние неустойчиво. Принимая во внимание связь между индукцией магнитного поля на поверхности пластины и критическими параметрами сверхпроводника в начальный момент времени, запишем условие, определяющее верхнюю границу допустимого перепада магнитного поля в образце:

$$B_m > B'_m = \sqrt{6\mu_0 \int_{T_i}^{T_c} C dT}, \quad (9)$$

после достижения которого спонтанный разогрев сверхпроводника будет сопровождаться разрушением сверхпроводящего состояния.

Уравнение (7) приводит также к существованию характерного значения начальной температуры сверхпроводника T'_x , являющегося решением уравнения

$$\int_{T'_x}^{T_c} C dT = \frac{\mu_0 a^2}{6} J_{c0}^2 \left(\frac{T_c - T'_x}{T_c - T_0} \right)^2.$$

Поскольку с увеличением температуры начального возмущения плотность критического тока падает, а значит, уменьшается энергия экранирующих токов, то по своему физическому смыслу T'_x соответствует такому граничному значению T_i , при превышении которого сверхпроводник не будет переходить в нормальное состояние.

Подчеркнем существенную роль температуры в условиях устойчивости сверхпроводящего состояния, которая следует из проведенного анализа. Отличие начальной температуры сверхпроводника от температуры хладагента приводит не только к количественному изменению существующих изотермических критериев, но и к качественно новому результату – наличию характерного значения температуры возмущения, отделяющего область с неизбежным переходом сверхпроводника в нормальное состояние от области с его нагревом до температуры ниже критической. При этом сформулированные критерии дают ответ на принципиально важный вопрос о том, при каких условиях критическое состояние разрушается бесконечно малыми возмущениями, – только при соблюдении (8), (9) для всех $T_0 < T_i < T'_x$. В интервале температур $T'_x < T_i < T_c$ критическое состояние хотя и претерпевает изменение, но сверхпроводимость образца сохраняется. Поэтому, если потребовать выполнение равенства $T'_x = T_0$, то для всех параметров, удовлетворяющих условию

$$6 \int_{T_0}^{T_c} C dT > \mu_0 a^2 J_{c0}^2, \quad (10)$$

произвольное внешнее изменение температуры сверхпроводника вплоть до критической не будет приводить к его последующему переходу в нормальное состояние, несмотря на развитие в сверхпроводнике неустойчивости. В терминах теории тепловой стабилизации сверхпроводников [6] критерий (10) означает устойчивость сверхпроводящего состояния к температурному возмущению в диапазоне от T_0 до T_c . Тем самым предположение о возможности повышения температуры сверхпроводника на конечную величину является связующим звеном между теориями термомагнитной неустойчивости и тепловой стабилизации.

Данные выводы расширяют область допустимых параметров, обеспечивающих сохранение образцом сверхпроводящих свойств. В то же время роль температурного возмущения в устойчивости критического состояния сверхпроводника является несколько неожиданной и с точки зрения его тепловой стабильности, так как оказывается, что диапазон устойчивых состояний лежит в области температурных возмущений, прилегающей к критической.

Рассмотрим изменение условий возникновения термомагнитной неустойчивости для всех $T_i > T'_x$, когда $T_k < T_c$. В этом случае из (6) нетрудно получить выражение

$$\int_{T_i}^{T_k} C dT = \frac{\mu_0 a^2 J_{c0}^2}{6(T_c - T_0)^2} (T_k - T_i)(2T_c - T_k - T_i) \quad (11)$$

для определения конечной температуры нагрева сверхпроводника. Из простых физических соображений ясно, что существуют такие состояния, когда левая часть уравнения (11) может превышать его правую часть. Действительно, при увеличении начальной температуры сверхпроводника уменьшается энергия экранирующих токов. Поэтому, начиная с некоторого значения T_i , любое изменение энтальпии будет больше энергии, выделяемой в результате действия неустойчивости, и, следовательно, изменения исходного теплового состояния не произойдет. Это означает, что термомагнитная неустойчивость не будет иметь место. Выполняя в (11) предельный переход $T_i \rightarrow T_k$, запишем критерий отсутствия неустойчивости в виде

$$\frac{\mu_0 a^2 J_{c0}^2}{C(T_i)(T_c - T_0)} \frac{T_c - T_i}{T_c - T_0} < 3. \quad (12)$$

(Отметим, что данное неравенство можно вывести более строго из (11), анализируя условия изменения знака у производной dT_k/dT_i .)

Из (12) следуют ограничения, накладываемые на параметры сверхпроводника, обеспечивающие полную устойчивость критического состояния. Сформулируем некоторые из них. Так, например, перепад магнитного поля в образце должен удовлетворять условию

$$B_m < B''_m = \sqrt{3\mu_0 C(T_i)(T_c - T_i)}. \quad (13)$$

Это будет иметь место, если полутолщина пластины не превышает значения

$$a < a''_k = \frac{T_c - T_0}{J_{c0}} \sqrt{\frac{3}{\mu_0} \frac{C(T_i)}{T_c - T_i}}.$$

В случае, если начальная температура сверхпроводника будет находиться в интервале $T''_x < T_i < T_c$, где T''_x является решением уравнения

$$3C(T''_x)(T_c - T_0)^2 - \mu_0 a^2 J_{c0}^2 (T_c - T''_x) = 0,$$

то для заданных параметров сверхпроводника его спонтанный разогрев не произойдет. Поэтому из условия $T''_x = T_0$ найдем критерий

$$\frac{\mu_0 a^2 J_{c0}^2}{C(T_0)(T_c - T_0)} < 3,$$

означающий не только полную устойчивость критического состояния, как это следует из изотермического критерия (1), но и тепловую стабильность сверхпроводника к температурному возмущению в диапазоне от T_0 до T_c .

Таким образом, имеет место сильная зависимость адиабатических условий устойчивости критического состояния сверхпроводника второго рода от температуры начального возмущения. Она приводит к наличию области тепловой стабильности экранирующих токов, индуцируемых внешним магнитным полем. Тем самым ее существование позволяет установить связь между теориями термомагнитной неустойчивости и стабильности сверхпроводящего состояния к температурным возмущениям, расширяя область допустимых состояний.

Проведенное исследование представляет также возможность оценки с новой точки зрения ряда имеющихся экспериментальных и теоретических результатов. Во-первых, хорошо известно, что многочисленные эксперименты по определению поля скачка магнитного потока имеют значительный разброс. Принимая во внимание возможное изменение теплового состояния сверхпроводника в ходе эксперимента, для объяснения подобного отличия наряду с обсуждаемыми в [6] причинами следует привлекать неизотермические модели. Во-вторых, влияние тепловой предыстории образца на условия стабильности требует корректного определения температуры образца, предшествующей скачку магнитного потока. Поэтому априорное задание начальной температуры сверхпроводника при определении его допустимых параметров может исказить конечный результат. Так, согласно изотермической теории [6], допустимое увеличение индукции внешнего магнитного поля при $T_0 \rightarrow 0$ также стремится к нулю. В то же время, из (13) следует, что любое температурное возмущение исходного состояния сверхпроводника, неизбежное при вариации поля или тока, не приведет к подобному предельному переходу, а значит, при неизотермическом анализе поля скачка магнитного потока в области сверхнизких температур допустимые значения индукции магнитного поля будут выше соответствующих изотермических значений. Кроме этого, изотермическая теория объясняет наблюдаемое в эксперименте возможное отсутствие скачков магнитного потока при температуре хладагента, близкой к критической температуре сверхпроводника тем, что в этой области поле скачка потока больше соответствующего значения индукции магнитного поля, при котором оно полностью проникло в сверхпроводник. Однако существование $T_x'' < T_c$ приводит к иной трактовке этого явления: термомагнитная неустойчивость отсутствует в силу тепловой стабилизации сверхпроводника в этой области. В-третьих, существующая теория не дает полного объяснения зависимости поля скачка магнитного потока от скорости изменения внешнего магнитного поля. В частности, критерии устойчивости, сформулированные для сверхпроводников с нелинейной вольт-амперной характеристикой вида $E \sim \exp(J/J_\delta + T/T_\delta)$ (J_δ, T_δ - заданные параметры), в предельном переходе к идеальной вольт-амперной характеристике ($J_\delta, T_\delta \rightarrow 0$) теряют физический смысл, так как приводят к выводу, что в модели критического состояния сверхпроводники не устойчивы в переменном магнитном поле [14]. В то же время, неизотермическая модель допускает объяснение данной связи независимо от вида вольт-амперной характеристики, поскольку при вариации магнитного поля в соответствии с зависимостью допустимого увеличения температуры от скорости изменения поля будет иметь место и изменение поля скачка магнитного потока.

1. B.C.Bean, *Rev. Mod. Phys.* **36**, 31 (1964).
2. S.L.Wipf, *Phys. Rev.* **161**, 404 (1967).
3. P.S.Swartz and C.P.Bean, *J. Appl. Phys.* **39**, 4991 (1968).
4. М.Г.Кремлев, *Письма в ЖЭТФ* **17**, 312 (1973).
5. Р.Г.Минц, А.Л.Рахманов, *УФН* **121**, 499 (1977).
6. Р.Г.Минц, А.Л.Рахманов, *Физика композитных сверхпроводников*, М.: Наука, 1987.
7. C.Schmidt and G.Pasztor, *IEEE Trans on Mag.* **13**, 116 (1977).
8. W.Y.Chen and J.R.Purcell, *J. Appl. Phys.* **49**, 3546 (1978).
9. W.Nick, M.Krauth, and G.Ries, *IEEE Trans. on Mag* **15**, 359 (1979).
10. В.Р.Романовский, *ДАН СССР* **279**, 771 (1984).
11. N.N.Martovetsky, *IEEE Trans. on Mag.* **25**, 1692 (1988).
12. V.E.Keilin and V.R.Romanovskii, *IEEE Trans on Mag.* **28**, 771 (1992).
13. A.L.Rakhmanov, *Cryogenics.* **23**, 487 (1983).
14. E.Yu.Klimenko and N.N.Martovetsky, *IEEE Trans. on Mag.* **25**, 2109 (1988).