РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ПИСЬМА В ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОСНОВАН В 1965 ГОДУ
ВЫХОДИТ 24 РАЗА В ГОД

ТОМ 60, ВЫПУСК 2
25 ИЮЛЯ, 1994

Письма в ЖЭТФ, том 60, вып.2, стр.69 - 71

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ, ИНДУЦИРОВАННОЕ ГРАВИТАЦИОННОЙ ВОЛНОЙ В ПОЛЕ ЛАЗЕРНОГО ЛУЧА

Н.И.Колосницын

Научно-исследовательский центр по изучению свойств поверхности и вакуума
117331 Москва, Россия

Поступила в редакцию 17 мая 1994 г.

В поле лазерного луча превращение гравитационной волны в электромагнитную происходит примерно на 25 порядков эффективнее, чем в постоянном магнитном поле. Генерируются две гармоники $\omega_0 \pm \omega_g$. Обсуждаются условия их детектирования методами лазерной спектроскопии сверхвысокого разрешения.

Взаимопревращение гравитационной и электромагнитной волн исследовалось рядом авторов (см. [1–6]). В частности, было показано, что в постоянном магнитном поле H_0 протяженностью L гравитационная волна индуцирует электромагнитную волну с энергетическим коэффициентом превращения (см. [5])

$$\alpha = GH_0^2L^2/c^4. \tag{1}$$

В земных лабораторных условиях $\alpha \sim 10^{-35}$, что слишком мало для обнаружения индуцированного излучения. В данной статье показано, что в лазерном луче преобразование гравитационного излучения происходит со значительно большей эффективностью.

Используем уравнения Максвелла в векторной форме (см. [7]). В поле слабой гравитационной волны они приводятся к виду, аналогичному приведенному в ([5]):

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^{0\,2}} - \Delta\mathbf{E} = \mathbf{F}_E, \qquad \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial x^{0\,2}} - \Delta\mathbf{H} = \mathbf{F}_H, \tag{2}$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_E &= -\frac{\partial^2(\hat{h}\mathbf{E})}{\partial x^{0\,2}} - \frac{\partial \mathrm{rot}(\hat{h}\mathbf{H})}{\partial x^0} + \mathrm{grad}(\mathrm{div}(\hat{h}\mathbf{E})), \\ \mathbf{F}_H &= -\frac{\partial^2(\hat{h}\mathbf{H})}{\partial x^{0\,2}} + \frac{\partial \mathrm{rot}(\hat{h}\mathbf{E})}{\partial x^0} + \mathrm{grad}(\mathrm{div}(\hat{h}\mathbf{H})). \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь $\hat{h} = (h_{\alpha\beta})$ – метрика поперечной бесследовой гравитационной волны.

Пусть луч лазера распространяется вдоль оси x между зеркалами 1 и 2, разнесенными на расстояние L друг от друга. Гравитационное излучение распространяется в направлении $\mathbf{n}_g$:

$$\mathbf{n}_g = (\sin\theta\cos\varphi,\ \sin\theta\sin\varphi,\ \cos\theta). \tag{4}$$

Решение уравнений (3) ищем в виде суммы опорной и индуцированной волн:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \tilde{\mathbf{E}}, \qquad \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \tilde{\mathbf{H}}, \tag{5}$$

считая опорную и гравитационную волны плоскими. В системе координат гравитационной волны тензор $\hat{h}$ имеет две независимые компоненты $h_{011} = -h_{022} = a$, $h_{012} = h_{021} = b$. Гравитационное излучение всех известных астрофизических и искусственных источников является очень слабым ($h \sim 10^{-19} - 10^{-22}$) и низкочастотным ($\omega_g/2\pi \sim 10^3$ Гц), так что отношение волновых векторов гравитационной и опорной волн $k_g/k_0 \sim 10^{-12}$. Расчет индуцированного излучения можно вести, используя разложение по двум малым параметрам h и k_g/k_0, пренебрегая в $\mathbf{F}_E$ и $\mathbf{F}_H$ членами порядка h^2 и k_g/k_0. В результате при опорной волне, распространяющейся по оси x и обратно, для вектора $\mathbf{F}_E$ получаем

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{E\pm} &= \pm\mathbf{k}\frac{1}{4}k_0^2 E_{0\pm}(h_{33}+h_{22})\{\exp i\,[(\omega_0+\omega_g)t - (\mathbf{k}_0+\mathbf{k}_g)\mathbf{r}\,]+ \\ &\quad + \exp i\,[\,(\omega_0 - \omega_g)t - (\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_g\,)\mathbf{r}\,]\} + \text{к.с.} \end{aligned} \tag{6}$$

Здесь $(h_{33}+h_{22}) = -h_{11} = -a(\cos^2\theta\cos^2\varphi - \sin^2\varphi) + b\sin 2\varphi\cos\theta$.

Индуцированная волна ищется в виде

$$\mathbf{E}^{\pm} = \frac{1}{2}\,i\mathbf{A}^{\pm}(x)\exp[i(\omega t \mp kx)] + \text{к.с.} \tag{7}$$

Амплитуду $\mathbf{A}^{\pm}(x)$ считаем медленно меняющейся функцией: $k \mid A_x \mid \gg \mid A_{xx} \mid$. При выполнении условий синхронизма: $\omega = \omega_0 \pm \omega_g$, $k = k_0 \pm k_g$ для определения $\mathbf{A}^{\pm}(x)$ получаем следующее уравнение:

$$-(k_0 \pm k_g)\frac{d\mathbf{A}^{\pm}}{dx} = \mathbf{k}\frac{1}{4}k_0^2 E_{01}(h_{33}+h_{22})\exp\left[\pm ik_g(1 \mp \sin\theta\cos\varphi)x\right] + \text{к.с.} \tag{8}$$

Для амплитуды волны после N отражений от зеркал с нулевыми начальными условиями с учетом и условий отражения на зеркалах получаем

$$\mathbf{A}^{-}(0) = -\mathbf{k}\frac{k_0}{2}E_{01}NLR^{N-\frac{1}{2}}\left[\frac{\sin Z^{+}}{Z^{+}} + \frac{\sin Z^{-}}{Z^{-}}\right](h_{33}+h_{22}), \tag{9}$$

где

$$Z^{\pm} = k_g L(1 \pm \sin\theta\cos\varphi).$$

Аналогичный результат получается для магнитной компоненты индуцированного поля. В итоге находим поток энергии индуцированных гармоник $\omega_0 \pm \omega_g$:

$$W^{\pm}_{ind} = \frac{A_N^2 + B_N^2}{8\pi}c = W_0 W_g \frac{4\pi G}{c^5}(LN)^2 R^{2N-1}\left(\frac{\omega_0}{\omega_g}\right)^2 f(\theta,\varphi). \tag{10}$$

Здесь W_0 и W_g – потоки энергии лазерного излучения и гравитационных волн, соответственно

$$W_0 = \frac{E_{01}^2 + H_{01}^2}{8\pi} c, \qquad W_g = \frac{c^3 \omega_g^2}{8\pi G} a^2;$$

$f(\theta, \varphi)$ – диаграмма направленности, которая при $a = b$ имеет вид

$$f(\theta, \varphi) = \frac{1}{2} (\cos^2\theta \cos^2\varphi - \sin^2\varphi - \sin 2\varphi \cos\theta)^2.$$

Согласно (10), энергетический коэффициент превращения имеет вид

$$\alpha' = \frac{W_{ind}}{W_g} = \frac{G(E_{01}^2 + H_{01}^2)(L2N)^2}{c^4} R^{2N} \left(\frac{\omega_0}{\omega_g}\right)^2. \tag{11}$$

При мощности лазера $P = SW_0 = 1$ Вт, поперечном сечении луча $S = \pi r^2 = \pi$ ($r = 1$ см), $L = 3$ км, $\omega/2\pi = 6 \cdot 10^{14}$ Гц ($\lambda = 500$ нм), $R = 0,9999$, $N = N_{opt} = 1/(1 - R)$ коэффициент превращения α' благодаря большому множителю $(\omega_0/\omega_g)^2$ равен $2 \cdot 10^{-10}$, что на 25 порядков больше, чем в постоянном магнитном поле. Мощность индуцированного излучения при амплитуде гравитационной волны $a = 10^{-20}$, времени измерения $t = 1$ с составляет $\delta I_g/I = 3,84 \cdot 10^{-12}$ – часть интенсивности лазерного луча, что равно $4,84 \cdot 10^6$ фотонов в каждой гармонике $\omega_o \pm \omega_g$. Эти гармоники проявляются в виде слабых пиков на контуре спектральной линии лазера, отстоящих на расстоянии $\pm\nu_g$ от центра линии. При лоренцевой форме линии фон δI_c, на котором наблюдаются пики в полосе естественной ширины линии $\delta\nu$, оценивается по формуле

$$\frac{\delta I_c}{I} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{\delta\nu}{2\nu_g}\right)^2. \tag{12}$$

Здесь I – интенсивность спектральной линии лазера. Полагая, что пики, отстоящие на расстояние $\nu_g = 10^3$ Гц от центра линии, наблюдаются с достаточно хорошим контрастом, определяемым условием

$$\delta I_g/I_c = 1, \tag{13}$$

из (12) и (13) находим $\delta\nu \sim 6$ Гц. Современные лазеры, согласно [8, 9], можно стабилизировать в полосе ~ 1 нс. Требования к стабилизации лазера можно смягчить, если наблюдения проводить при слабом контрасте и использовать зеркала с еще большим коэффициентом отражения. В отличие от известного проекта лазерно-интерферометрического детектора гравитационного излучения (США) (см. [10]) рассматриваемая схема имеет одно плечо и зеркала с жестким креплением.

Автор выражает свою благодарность В.Н.Руденко за полезные обсуждения.

1. М.Е.Герценштейн, ЖЭТФ **41**, 113 (1961).
2. Л.А.Водяницкий, Ф.А.Диманштейн, Укр. физ. ж. **13**, 1403 (1968).
3. D.Boccaletti, et al., Nuovo Cim. **70B**, 129 (1970).
4. В.К.Дубрович, Бюллетень САО **6**, 27 (1972).
5. Я.Б.Зельдович, И.Д.Новиков, Строение и эволюция Вселенной, М.: Наука, 1975.
6. В.И.Пустовойт, Л.А.Чернозатонский, Письма в ЖЭТФ **34**, 241 (1981).
7. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Теория поля, М.: Наука, 1976.
8. W.Demtroder. Laser spectroscopy. Basic concepts and instrumentation. Springer-Verlag. Berlin, Heidelberg, New York, 1982.
9. В.С.Летохов, П.В.Чеботаев, Нелинейная лазерная спектроскопия сверхвысокого разрешения, М.: Наука, 1990.
10. R.E.Vogt. The sixth Marcel Grossman meeting on General Relativity. Eds. H.Sato, T.Nakamura.World Scientific. Singapore-New Jersey-London-Hong Kong. 1992. Part A, 244.