Письма в ЖЭТФ, том 77, вып. 11, с. 728 – 730 © 2003 г. 10 июня

Уточнение адронного вклада в аномальный магнитный момент μ-мезона и в $\alpha(M_z^2)$

Б. В. Гешкенбейн[1)]

Институт теоретической и экспериментальной физики, 117218 Москва, Россия

Поступила в редакцию 16 апреля 2003 г.

После переработки 29 апреля 2003 г.

Уточнен вклад в поляризацию вакуума аномального магнитного момента мюона $a_\mu(\mathrm{hadr})$ и в электромагнитную константу связи $\alpha(q^2)$ при $q^2 = M_z^2$ в связи с новым более точным значением электронной ширины ρ-мезона. Использовалась модель КХД с бесконечным числом векторных мезонов. Получены значения: $a_\mu(\mathrm{hadr}) = 678(7)\cdot 10^{-10}$, $\delta\alpha_{\mathrm{hadr}}(M_z^2) = 0.02786(6)$.

PACS: 14.60.Ef

Цель настоящей работы – уточнить значение вклада сильных взаимодействий в величины $a_\mu(\mathrm{hadr})$ и $\delta\alpha_{\mathrm{hadr}}(M_z^2)$, полученных в статьях [1,2]. Имеется две причины для написания этой заметки.

1. Получено новое, более точное значение электронной ширины ρ-мезона [3, 4]:

$$\Gamma_0^{ee} = (6.85 \pm 0.11)\ \text{кэВ} \tag{1}$$

вместо величины $\Gamma_0^{ee} = (6.77 \pm 0.32)$ кэВ, использовавшейся в [1], и величины $\Gamma_0^{ee} = (6.72 \pm 0.10)$ кэВ, использовавшейся в [2]. Используемое в [2] значение Γ_0^{ee} было получено автором в работе [5] из анализа старых экспериментов по измерению электромагнитного формфактора π-мезона.

2. Функция $R(s)$ вычислена с помощью новых формул, полученных в статье [6], где требования правильной аналитичности поляризационных операторов КХД комбинировались с ренормализационной группой. Функция $R(s)$ для трех ароматов имеет вид

$$R(s) = \frac{3}{2}(1 + r(s)). \tag{2}$$

Функция $r(s)$ вычислена в [6] с использованием ренормгруппы и требования отсутствия нефизических сингулярностей в поляризационных операторах КХД. Все формулы, необходимые для вычисления $r(s)$, приведены в работе [6].

Основой для вычисления адронного вклада в величины $a_\mu(\mathrm{hadr})$ и $\delta\alpha_{\mathrm{hadr}}(M_Z^2)$ [1,2] явилась развитая в работах [5, 7, 8] модель КХД с бесконечным числом векторных мезонов. Эта модель позволяет удовлетворить всем требованиям вилсоновского операторного разложения. Непертурбативные эффекты [9] в этой модели учитываются автоматически. Эта модель очень полезна для вычисления интегралов от функции

$$R(s) = \frac{\sigma(e^+e^- \to \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)}. \tag{3}$$

Функция $R(s)$ в этой модели записывается в виде

$$R(s) = R_{ud}^{I=1}(s) + R_{ud}^{I=0}(s) + R_s(s) + R_c(s) + R_b(s). \tag{4}$$

Здесь $R_{ud}^{I=1}$ и $R_{ud}^{I=0}$ описывают вклады u и d кварков в состояниях с изотопическим спином $I = 1$ (ρ семейство) и $I = 0$ (ω семейство). $R_s(s)$, $R_c(s)$, $R_b(s)$ описывают вклады s (φ-семейство), c (J/φ-семейство) и b (Υ-семейство) кварков, соответственно. Используется приближение узких резонансов. Если полные ширины резонансов $\Gamma_k \ll M_k$ (M_k – масса k-резонанса) для всех k, приближение узких резонансов справедливо. Если $M_k\Gamma_k \gg M_k^2 - M_{k-1}^2$, тогда, начиная с k-резонанса, функция $R(s)$ будет описываться гладкой кривой, и все формулы модели узких резонансов будут справедливы [10]. Для вычисления интеграла от $R(s)$ в модели КХД с бесконечным числом векторных мезонов достаточно знать только массы и электронные ширины нескольких наиболее легких резонансов. Так, для семейства ρ-мезонов это резонансы $\rho(770)$, $\rho(1450)$, $\rho(1700)$. По сравнению с [1,2] только в $R_{ud}^{I=1}$ внесены исправления, связанные с изменением электронной ширины ρ-мезона. Изменения вкладов остальных семейств незначительны.

Результат вычислений адронного вклада в мюонный $(g-2)$ фактор следующий:

[1)]e-mail: geshken@heron.itep.ru

$$a_\mu(\mathrm{hadr}) = \frac{\alpha^2}{3\pi^2}\int\limits_{4m_\pi^2}^{\infty} dsK(s)R(s)/s = 678(7)\cdot 10^{-10}, \tag{5}$$

где

$$K(s) = x^2(1-x^2/2) + (1+x^2)(1+x^{-2})\times$$
$$\times\left[\ln(1+x) - x + x^2/2\right] + \frac{1+x}{1-x}x^2\ln x;$$

$$x = \frac{1-(1-4m_\mu^2/s)^{1/2}}{1+(1-4m_\mu^2/s)^{1/2}}. \tag{6}$$

Экспериментальное значение a_μ^{exp}, полученное в работах [11-15] равно:

$$a_\mu^{\mathrm{exp}} = 11659203\ (8)\cdot 10^{-10}. \tag{7}$$

Для сравнения предсказаний Стандартной Модели с экспериментом разделим a^{SM} на различные вклады:

$$a_\mu^{SM} = a_\mu^{QED} + a_\mu^{\mathrm{tot}}(\mathrm{hadr}) + a_\mu^{\mathrm{weak}} \tag{8}$$

с

$$a_\mu^{\mathrm{tot}}(\mathrm{hadr}) = a_\mu(\mathrm{hadr}) + a_\mu^{HO}(\mathrm{hadr}) + a_\mu^{LBL}(\mathrm{hadr}), \tag{9}$$

где $a_\mu^{QED} = 116584706(3)\cdot 10^{-11}$ – чисто электромагнитная поправка [16, 17], $a_\mu^{HO}(\mathrm{hadr}) = -100(6)\cdot 10^{-11}$ – адронный вклад порядка $(\alpha/\pi)^3$ [18, 19], $a_\mu^{LBL}(\mathrm{hadr}) = 86(35)\cdot 10^{-11}$ вклад адронного рассеяния света на свете [20 – 22]. $a_\mu^{\mathrm{weak}} = 154(3)\cdot 10^{-11}$ – вклад слабых взаимодействий [23]. Сложив все вклады, получаем:

$$a_\mu^{SM} = 1165916930(78)\cdot 10^{-11},$$
$$a_\mu^{exp} - a_\mu^{SM} = 404(112)\cdot 10^{-11} \tag{10}$$

то есть a_μ^{SM} на 3.6σ меньше экспериментального значения a_μ^{exp}.

Результат (5), (10) следует сравнить с недавними наиболее точными вычислениями $a_\mu(\mathrm{hadr})$, полученными интегрированием формулы (5) с измеренными сечениями аннигиляции $e^+e^- \to$ адроны [24, 25]:

$$a_\mu(\mathrm{hadr}) = 6847(70)\cdot 10^{-11},$$
$$a_\mu^{\mathrm{exp}} - a_\mu^{SM} = 337(108)\cdot 10^{-11} \quad [24] \tag{11}$$

Значение a_μ^{SM} на 3σ меньше экспериментального значения a_μ^{exp} в [24]. В работе [25] получено:

$$a_\mu(\mathrm{hadr}) = 6831(61)\cdot 10^{-11},$$
$$a_\mu^{\mathrm{exp}} - a_\mu^{SM} = 361(108)\cdot 10^{-11} \quad [25]. \tag{12}$$

Значение a_μ^{SM} на 3.3σ меньше экспериментального значения a_μ^{exp} в [25]. Отметим, что разногласие между a_μ^{SM} и a_μ^{exp}, полученное из анализа адронного распада τ-лептона, равно 0.9σ.

Перейдем к вычислению адронного вклада в электромагнитную константу связи в $\alpha(M_z)$. Для адронного вклада в $\alpha(M_z)$ получено значение

$$\delta\alpha_{\mathrm{hadr}} = \frac{\alpha M_z^2}{3\pi}P\int\limits_{4m_\pi^2}^{\infty}\frac{R(s)ds}{(M_z^2-s)s} = 0.02786(6). \tag{13}$$

Результат (13) следует сравнить с результатами работ [26 – 36]: $\delta\alpha_{\mathrm{hadr}} = 0.02744(36)$ [26] , $\delta\alpha_{\mathrm{hadr}} = 0.02803(65)$ [27], $\delta\alpha_{\mathrm{hadr}} = 0.02780(6)$ [2], $\delta\alpha_{\mathrm{hadr}} = 0.0280(7)$ [28], $\delta\alpha_{\mathrm{hadr}} = 0.02754(46)$ [29], $\delta\alpha_{\mathrm{hadr}} = 0.02784(22)$ [30], $\delta\alpha_{\mathrm{hadr}} = 0.02778(16)$ [31], $\delta\alpha_{\mathrm{hadr}} = 0.02779(20)$ [32], $\delta\alpha_{\mathrm{hadr}} = 0.02770(15)$ [33], $\delta\alpha_{\mathrm{hadr}} = 0.02787(32)$ [21], $\delta\alpha_{\mathrm{hadr}} = 0.02778(24)$ [35], $\delta\alpha_{\mathrm{hadr}} = 0.02741(19)$ [36], полученными интегрированием в уравнении (13) экспериментального сечения e^+e^--аннигиляции в адроны.

Отметим, что величина $\delta\alpha_{\mathrm{hadr}}$ вычислена в настоящей работе с рекордной точностью.

Работа поддержана грантами: Российского фонда фундаментальных исследований, грант # 00-02-17808, грант INTAS # Call 2000, Project # 587, Award # RP2-2247 of the Independent States of the Former Soviet Union (CRDF).

---

1. B. V. Geshkenbein and V. L. Morgunov, Phys. Lett. **B340**, 185 (1994).
2. B. V. Geshkenbein and V. L. Morgunov, Phys. Lett. **B352**, 456 (1995).
3. R. R. Akhmetshin, E. V. Anashkin, A. B. Arbuzov et al., Phys.Lett. **B527**, 161 (2002).
4. Particle Data Group, K. Hagiwara, K. Hikasa, K. Nakakura et al., Phys. Rev. **D66**, 010001-1 (2000).
5. Б. В. Гешкенбейн, ЯФ **59**, 309 (1996).
6. B. V. Geshkenbein, hep-ph/0206094 v1, Phys. Rev. **D67**, 074006 (2002).
7. Б. В. Гешкенбейн, ЯФ **51**, 1121 (1990).
8. Б. В. Гешкенбейн, В. Л. Моргунов, ЯФ **58**, 1873 (1995).
9. M. A. Shifman, A. I. Vainstein, and V. I. Zakharov, Nucl. Phys. **B147**, 385 (1979).
10. Б. В. Гешкенбейн, ЯФ **49**, 1138 (1989).
11. J. Bailey, J. K. Borer, F. Combley et al., Phys. Lett. **B68**, 191 (1977); F. J. M. Farley and E. Picasso, *The muon* $(g-2)$ *Experiments*, Advanced Series on Directions in High Energy Physics, Vol. **7** Quantum Electrodynamics, Ed. T. Kinoshita, World Scientific, 1990.

12. R. M. Carey, W. Earle, E. Efstathiadis et al., Phys. Rev. Lett. **82**, 1632 (1999).
13. H. M. Brown, G. Bunce, R. M. Carey et al., Phys. Rev. **D62**, 091101 (2000).
14. H. N. Brown, G. Bunce, R. M. Carey et al., Phys. Rev. Lett. **86**, 2227 (2001).
15. G. W. Bennet, B. Bousquet, H. N. Brown et al., Phys. Rev. Lett. **89**, 101804 (2002); Erratum-ibid. **89**, 129903 (2002).
16. V. W. Hughes and T. Kinoshita, Rev. Mod. Phys. **71**, s133 (1999).
17. A. Czarnecki and W. J. Marciano, Nucl. Phys. (Proc.Sup.) **B76**, 245 (1999).
18. B. Krause, Phys. Lett. **B390**, 392 (1997).
19. R. Alemany, M. Davier, and A. Höcker, Eur. Phys. J. **C2**, 123 (1998).
20. M. Knecht and A. Nuffeler, Phys. Rev. **D65**, 073034 (2002).
21. M. Hayakawa and T. Kinoshita, Erratum Phys. Rev. **D66**, 019902 (2002); ibid **D57**, 465 (1998).
22. J. Bijnens, E. Pallante, and J. Prades, Nucl. Phys. **B626**, 410(2002).
23. A. Czarnencki, W. J. Marciano, and A. Vainshtein, hep-ph/0212229 (Dec.2002).
24. M. Davier, S. Eidelman, A. Höcker, and L. Zhang, hep-ph/0208177.
25. K. Hagiwara, A. D. Martin, Daisuke Nomura, and T. Teubner, hep-ph/02091187 v2.
26. A. D. Martin and D. Zeppenfeld, Phys. Lett. **B345**, 558 (1995).
27. S. Eidelman and F. Jegerlehner, Z. Phys. **C67**, 585 (1995).
28. H. Burkhardt and B. Pietrzyk, Phys. Lett. **B356**, 398 (1995).
29. M. L. Swartz, Phys. Rev. **D53**, 5268 (1996).
30. M. Davier and A. Höcker, Phys. Lett. **B419**, 419 (1998).
31. J. H. Kühn and M. Steinhauser, Phys. Lett. **B437**, 425 (1998).
32. J. Erler, Phys. Rev. **D59**, 054008 (1999).
33. M. Davier and A. Höcker, Phys. Lett. **B435**, 427 (1998).
34. S. Groote, J. G. Korner, K. Schilcer, and N. F. Nasrallah, Phys. Lett. **B440**, 375 (1998).
35. F. Jegerlehner, hep-ph/9901386.
36. A. D. Martin, J. Outhwaite, and M. G. Ryskin, Phys. Lett. **B422**, 69 (2000).