Письма в ЖЭТФ, том 77, вып. 11, с. 764 – 765 © 2003 г. 10 июня

Индукционное возбуждение двумерной электронной системы

А. В. Чаплик[1)]

Институт физики полупроводников Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 29 апреля 2003 г.

Обсуждается возможность измерения недиагональной компоненты тензора магнетопроводимости двумерного электронного газа при возбуждении его переменным линейным током.

PACS: 73.43.–f

В обычных постановках экспериментов по эффекту Холла (в том числе и квантовому) измеряются либо ρ_{xy} и ρ_{xx} в геометрии прямоугольного образца, либо σ_{xx} для диска Корбино. Интересно прямое измерение компоненты σ_{xy} тензора магнетопроводимости. В настоящем письме предлагается новый тип нестационарного, но низкочастотного (т.е. дисперсия магнетопроводимости еще пренебрежимо мала) эксперимента, который позволяет, в принципе, измерить величину σ_{xy}.

Речь идет об исследовании отклика двумерной электронной системы на переменный линейный ток, расположенный вблизи нее. Пусть на расстоянии Δ от плоскости $x-y$ двумерных электронов проходит прямолинейный тонкий сверхпроводящий провод параллельный оси y, в котором поддерживается заданный ток частоты ω и амплитуды J_0. Сверхпроводник выбран для того, чтобы исключить из рассмотрения градиент скалярного потенциала вдоль провода. Тогда единственным возмущением, действующим на систему, остается y-компонента вектор-потенциала A_{y_0}, созданная током в проводе (разумеется, речь здесь идет лишь о затравочном возмущении, что отмечено индексом 0, без учета экранирующего эффекта двумерных электронов). Необходимо, чтобы провод оставался сверхпроводящим в магнитных полях порядка нескольких тесла, при которых разыгрывается квантовый эффект Холла. Измеряемой величиной является напряжение V на частоте ω, возникающее в направлении оси x между двумя точками, расположенными по разные стороны от возмущающего линейного тока.

Для вычисления искомой величины V с учетом экранирующего действия электронов необходимо самосогласованно решить систему уравнений Максвелла и материальное уравнение, дающее связь тока с полем. Удобно ввести скалярный φ и векторный $\mathbf{A}$ потенциалы и воспользоваться уравнением непрерывности. В фурье-представлении по x, y и времени имеем

$$\varphi_{\mathbf{k}\omega} = \frac{2\pi}{\varepsilon R}\rho(\mathbf{k},\omega)e^{-R|z|}, \tag{1}$$

$$\mathbf{A}_{\mathbf{k}\omega} = \frac{2\pi}{cR}\left[\mathbf{j}(\mathbf{k},\omega)e^{-R|z|} + \mathbf{e}_y J_0 e^{-R|z-\Delta|}\right], \ \mathbf{kj} = \omega\rho,$$
$$\mathbf{j} = \hat{\sigma}\left(\frac{i\omega}{c}\mathbf{A} - i\mathbf{k}\varphi\right). \tag{2}$$

Здесь $R = \sqrt{k^2 - \varepsilon\omega^2/c^2}$, $\mathbf{j}$ и ρ – поверхностные плотности тока и заряда, ε – фоновая диэлектрическая проницаемость. Второй член в квадратных скобках соответствует возмущающему линейному току вида $J_0\delta(x)\delta(z-\Delta)\mathbf{e}_y$, где $\mathbf{e}_y$ - орт оси y; $\hat{\sigma}$ означает тензор магнетопроводимости, который для исходно изотропной среды обладает свойствами: $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} \equiv \sigma_0$, $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} \equiv \sigma_1$.

Подставим в уравнение (2) выражения для потенциалов и исключим φ и ρ с помощью уравнения непрерывности. В результате придем к двум линейным уравнениям относительно компонент тока j_x и j_y. Решение для j_x имеет вид

$$j_x(\mathbf{k},\omega) = \frac{2\pi i\omega\sigma_1}{c^2 R} \times$$
$$J_0 e^{-R\Delta}\left[1 + \alpha^2 + \frac{2\pi i\sigma_0\left(k^2 - \frac{2\varepsilon\omega^2}{c^2}\right)}{\varepsilon\omega R}\right]^{-1},$$
$$\alpha^2 \equiv \frac{4\pi^2}{\varepsilon c^2}(\sigma_0^2 + \sigma_1^2). \tag{3}$$

Квадратная скобка (знаменатель) в формуле (3) соответствует учету экранировки возмущения двумерными электронами. Без учета экранирующего эффекта выражение в скобке обращается в единицу, а в области холловских плато $\sigma_0 \ll \sigma_1 \ll c$ оно мало отличается от единицы. В то же время в интервалах между плато для частот порядка 10 Гц и выше и характерных расстояний от провода ~ 1 см экранирующий фактор может превышать единицу на несколько

[1)]e-mail: chaplik@isp.nsc.ru

порядков в образцах достаточно высокой подвижности.

Далее можно двигаться двумя путями. Имея выражения для токов j_x и j_y, можно вычислить электрические поля E_x и E_y, пользуясь формулой $\mathbf{j} = \hat{\sigma}\mathbf{E}$ для однородной безграничной среды. Затем интеграл от E_x между точками $x_1 = -L$, $x_2 = L$ дает разность потенциалов V. Вторая возможность заключается в нахождении плотности заряда $\rho(x)$ из уравнения непрерывности и последующем решении уравнения Пуассона. Оказывается, что под действием возмущения образец поляризуется: в x - направлении возникает дипольный момент(осциллирующий с частотой ω). Оба способа расчета приводят к одному выражению для x-компоненты электрического поля в плоскости системы:

$$E_x(x, z = 0) = \frac{2\pi(1+\alpha^2)\sigma_1 J_0}{\varepsilon c^2} \int\limits_0^\infty \frac{e^{-k\Delta}\cos kx dk}{(1+\alpha^2)^2 + \gamma^2 k^2},$$
$$\gamma \equiv \frac{2\pi\sigma_0}{\varepsilon\omega}. \tag{4}$$

Формула (4) получена в предположении, что длина электромагнитной волны на частоте ω много больше характерных расстояний x и $1/\gamma$, и можно положить $R = |k|$. Разность потенциалов $V(-L, L)$ выражается в общем случае довольно громоздкой формулой, однако при $\Delta \ll L, 1/\gamma$ ответ упрощается:

$$V(L, -L) = \frac{4\pi^2 J_0 \sigma_1}{\varepsilon c^2(1+\alpha^2)} \left[1 - \exp\left(\frac{\varepsilon(1+\alpha^2)\omega L}{2\pi\sigma_0}\right)\right]. \tag{5}$$

В области плато σ_0 может быть на 7 - 8 порядков меньше $\sigma_1 = e^2/h \sim 3 \cdot 10^7$ см/с. Тогда для $L \sim 1$см экспонента в (5) ничтожно мала уже при $\omega/2\pi \sim 10$ Гц, а приближение $R = |k|$ выполняется с точностью до $(\omega L/2\pi c)^2 \sim 10^{-19}$. Таким образом, измеряемое напряжение V оказывается в основном пропорциональным σ_{xy}. В промежутках между холловскими плато V (при тех же малых частотах) уменьшается на несколько порядков величины, так как $\omega L \ll \sigma_0$, и становится пропорциональным частоте и отношению σ_1/σ_0. Порядок величины эффекта в области $\sigma_0 \ll \sigma_1$: $V \sim 0.1$ В при $J_0 = 1$ А, $(\varepsilon = 12)$, ω и L таковы, что экспонентой в (4) можно пренебречь.

Обсудим теперь применимость расчета, проделанного для бесконечной однородной среды, к реальным конечным образцам. Необходимо учесть, что локальная связь тока с полем, даваемая уравнением (2) с постоянными компонентами тензора σ, нарушается из-за присутствия краевых каналов вблизи границ прямоугольного образца. Эту трудность можно обойти, если использовать диск Корбино. Провод с током в этом случае должен образовать кольцо (почти замкнутое, так как в некотором месте к нему подходят соединения с полюсами генератора переменного тока), расположенное над внутренней частью структуры, то есть над двумерным электронным газом. Роль оси y играет азимутальное направление, а оси x - радиальное. Разность потенциалов V измеряется между внутренним и внешним электродами диска Корбино. Полученные выше результаты применимы количественно к данной ситуации, если ширина области, занятой двумерными электронами ($2L$), много меньше ее радиуса, так что локально можно пользоваться прямоугольной системой координат. В то же время, величина $2L$ должна быть велика по сравнению с характерной длиной $2\pi\sigma_0/\varepsilon\omega$, на которой затухает электрическое поле (см. (4)), чтобы справедливы были нулевые граничные условия на бесконечности, фактически использованные в расчете. В области плато при $\sigma_0 \sim 10^{-7}\sigma_1$ эта длина становится меньше 10^{-2} см уже при $\omega > 10$ Гц. Если же мы находимся в областях между плато, где σ_0 гораздо больше приведенной оценки, то для применимости полученных формул необходимо соответственно повышать частоту возбуждающего тока. Заметим, что до появления дисперсиии σ_0 и σ_1 имеется большой запас по частоте (7–8 порядков).

Благодарю В. А. Волкова, В. Т. Долгополова, З. Д. Квона, и А. А. Шашкина за полезные замечания. Работа была поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований #02-02-16377 и программами РАН и Минпромнауки.