

# Структурные свойства конденсата в двумерных мезоскопических системах сильно-коррелированных экситонов

Ю. Е. Лозовик<sup>1)</sup>, С. Ю. Волков<sup>1)</sup>, М. Вилландер<sup>+</sup>

Институт спектроскопии, 142190 Московская обл., Троицк, Россия

<sup>+</sup> Чалмерсовский технологический институт, Гетеборг, Швеция

Поступила в редакцию 5 апреля 2003 г.

Рассматривается двумерная мезоскопическая бозе-система диполей в 2D ловушке с помощью компьютерного моделирования квантовым методом Монте-Карло интегрирования по траекториям. Модель описывает разреженную систему пространственно непрямых экситонов в удерживающем потенциале. Исследуется бозе-конденсация, сверхтекучие и структурные свойства системы в широком диапазоне значений величины межчастичных пространственных корреляций: от почти идеального бозе-газа до режима сильнокоррелированной системы. Обнаружено, что при сильных межчастичных корреляциях частицы в конденсате образуют кристаллоподобную структуру. При этом пространственные корреляции частиц в конденсате выражены слабее, чем корреляции надконденсатных частиц. В режиме сильных межчастичных корреляций наблюдается эффект возвратной кристаллизации.

PACS: 03.75.F, 36.40.Ei, 67.80.-s, 68.65.+g, 71.35.Lk

**1. Введение.** Успехи развития экспериментальной техники в последнее время позволили исследовать явление бозе-конденсации в различных системах [1–3], долгое время бывшее объектом лишь теоретических рассуждений. В частности, особый интерес представляет исследование возможности бозе-конденсации в системах пониженной размерности [4, 5].

Одной из наиболее интересных физических систем для экспериментального изучения эффекта бозе-конденсации, наряду с атомами в ловушках, является система пространственно разделенных электронов и дырок, находящихся в связанных квантовых ямах, когерентные свойства которой были предсказаны в работах [6]. В настоящее время эта система интенсивно исследуется экспериментально [4, 5] и недавно было сообщено об обнаружении бозе-конденсации непрямых экситонов в связанных квантовых ямах [4, 5].

При низких температурах электроны и дырки из разных ям образуют связанное состояние – пространственно непрямой (межямный) экситон, имеющий в основном состоянии электрический диполь  $d_{dip} = e \cdot D$ , где  $D$  – расстояние между квантовыми ямами,  $a$  – радиус экситона вдоль квантовых ям. При не очень больших концентрациях экситонов ( $na^2 < 1$ ) обменные эффекты за счет барьера, связанного с диполь-дипольным отталкиванием, экспоненциально подавлены, и непрямые экситоны с большой точностью можно считать бозе-частицами. Ес-

ли расстояние между экситонами вдоль квантовых ям больше эффективного размера экситона (им является характерный размер связанного состояния [6]), то его можно считать бесструктурной бозе-частицей. Таким образом, можно в качестве модели рассматриваемой системы исследовать задачу о  $N$  дипольных бозе-частицах в двумерном гармоническом удерживающем потенциале с частотой  $\omega$  [7–9]. Число экситонов в ловушке с размером порядка 1 мкм при плотности экситонов в  $10^{10}$  см<sup>-2</sup> (что отвечает, например, условиям экспериментов Тимофеева и сотр. [4]) составляет 100 экситонов, то есть система в определенном смысле является мезоскопической.

В этой связи большой интерес представляет рассмотрение мезоскопических систем частиц, демонстрирующих существенные отличия в фазовой диаграмме по сравнению с протяженными системами [6, 16]. В рассмотренной нами в настоящей работе мезоскопической системе диполей в области сильных корреляций эффект мезоскопичности системы оказывается принципиальным: критическая температура бозе-конденсации уменьшается с ростом числа частиц, и происходит уменьшение конденсата ростом числа частиц – как известно, в термодинамическом пределе в системе с межчастичным взаимодействием конденсат при ненулевой температуре отсутствует [26, 27]. При этом эффект влияния взаимодействия в области сильных корреляций на критическую температуру сильнее, чем влияние эффекта конечного числа частиц.

<sup>1)</sup>e-mail: lozovik@isan.troitsk.ru

Другая интересная реализация рассматриваемой модели дипольных частиц в удерживающем потенциале – двумерная ловушка для бозе-атомов с дипольным моментом, наведенным статическим электрическим полем или электромагнитным полем с частотой, резонансной внутриатомным переходам.

Большой интерес представляет изучение бозе-конденсации и других свойств такой системы дипольных экситонов, в частности, в неизученной до сих пор области сильных межчастичных пространственных корреляций. Особый интерес представляют структурные свойства системы, в частности, пространственная структура бозе-конденсата. Другой интересной проблемой является проблема существования суперсолида (“supersolid”), то есть возможность бозе-системы иметь одновременно пространственный межчастичный “кристаллоподобный” порядок и в то же время сверхтекучие свойства.

Структурные свойства бозе-системы и конденсата рассматривались рядом исследователей, но только для слабого взаимодействия между частицами (см., например, [3, 7, 19–23]). Радиальные распределения частиц в системе (и в конденсате) в рассмотренной области параметров оставались монотонными функциями. Мы же в настоящей работе обнаружили (см. ниже), что в мезоскопических кластерах в области более сильных корреляций указанные распределения становятся немонотонными и имеют структуру “кристаллоподобного” (оболочечного) порядка.

Мы обнаружили, что конденсат в ловушке имеет кристаллоподобную структуру (возникает мезоскопический “суперсолид”). Кроме того, в рассматриваемой системе был обнаружен эффект возвратной кристаллизации.

**2. Модель.** Мы рассматриваем данную задачу с помощью квантового метода Монте-Карло интегрирования по траекториям [13].

Гамильтониан модельной системы имеет вид

$$H = \sum_i^N \left( -\frac{\hbar^2}{2m_{\text{eff}}} \nabla_i^2 + \frac{m_{\text{eff}} \omega^2}{2} r_i^2 \right) + \sum_{i < j}^N \frac{d_{\text{dip}}^2}{r_{ij}^3},$$

где  $m_{\text{eff}}$  – эффективная масса непрямого экситона. Второй член в гамильтониане описывает удерживающий потенциал для экситонов, который может быть связан с удерживающим потенциалом в искусственной полупроводниковой квантовой точке либо с неоднородным электрическим полем, созданным металлическим электродом, либо с рельефом случайного потенциала в системе связанных квантовых ям.

Обезразмерив гамильтониан, вводя единицы длины  $r_0 = \sqrt{\hbar/m_{\text{eff}}\omega}$  и энергии  $E_0 = \hbar\omega$ , получим:

$$H = \sum_i^N \left( -\frac{1}{2} \nabla_i^2 + \frac{1}{2} r_i^2 \right) + \sum_{i < j}^N \frac{d}{r_{ij}^3},$$

где введен безразмерный квантовый управляющий параметр системы  $d = d_{\text{dip}}^2/E_0 r_0^3$ , играющий роль безразмерной константы взаимодействия экситонов. Экспериментально этот параметр можно варьировать путем изменения дипольного момента бозонов, то есть расстояния между ямами в случае непрямых экситонов, или параметром удерживающего потенциала. Другими управляющими параметрами являются число частиц  $N$  и безразмерная температура  $T/\hbar\omega$ .

Мы предполагаем выполненным условие применимости нашей модели – среднее расстояние между частицами значительно больше размеров экситона  $n^{-1/2} \gg a_{\text{exc}}$ .

**3. Обсуждение результатов моделирования.** Мезоскопическая система квантовых диполей в гармоническом удерживающем потенциале исследуется с помощью квантового метода Монте-Карло интегрирования по траекториям [13]. Исследование проводится в широком диапазоне безразмерного управляющего параметра  $d$ , температуры и числа частиц в системе. Особый интерес представляет изучение явления бозе-конденсации и сверхтекучести в данной системе в режиме сильных пространственных межчастичных корреляций, а также определение критических температур фазовых переходов в зависимости от управляющих параметров задачи. При этом мы рассматриваем зависимости энергии, доли конденсата и сверхтекучей компоненты от температуры при различных значениях  $d$ . Для изучения структурных свойств системы и происходящих в ней структурных преобразований мы рассматриваем полные радиальные, пооболочечные угловые распределения частиц в системе, а также парные полные и угловые пооболочечные распределения, определяющие межчастичные корреляции, а для изучения структуры конденсата – эти же функции распределения, но только для конденсатных частиц. Особенный интерес представляет исследование этих функций в области сильных межчастичных корреляций. Другой величиной, выявляющей структурные преобразования, является параметр Линдемана (см., например, [16]).

При малых значениях параметра  $d$  система близка к идеальному газу в ловушке и рассчитанные величины слабо отличаются от соответствующих величин для идеального газа (см. рис.1, 2) и хорошо согла-

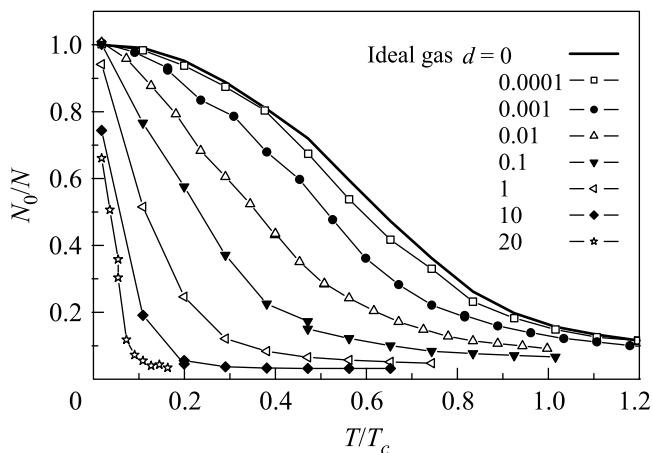


Рис.1. Доля конденсатных частиц как функция температуры при различных значениях безразмерного параметра  $d$

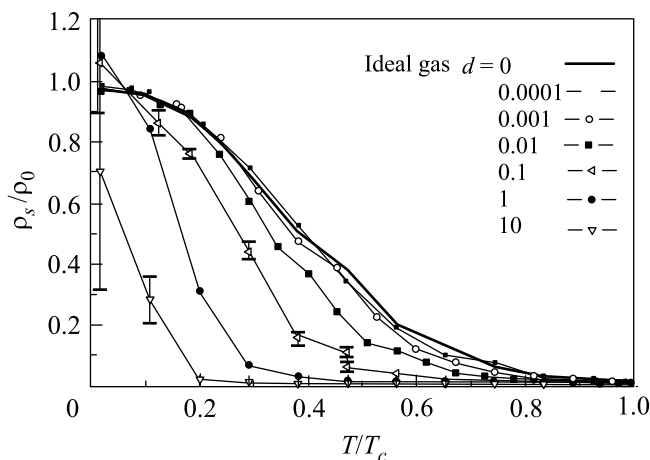


Рис.3. Доля сверхтекучей компоненты как функция температуры при различных значениях безразмерного параметра  $d$

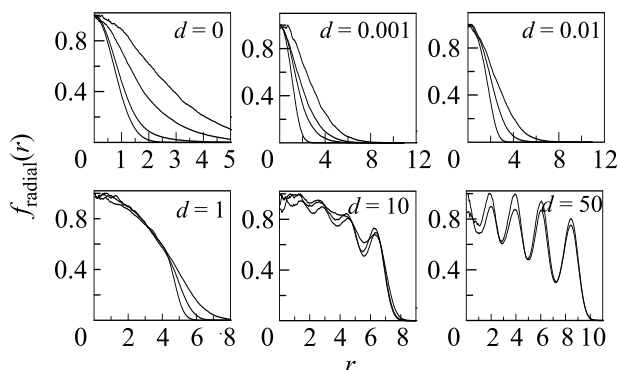


Рис.2. Эволюция полных радиальных распределений при различных значениях  $d$  с изменением температуры

судется с результатами работ, посвященным слабо неидеальному бозе-газу (см., например, [3] и указанные там ссылки).

Для изучения механизма вымывания конденсата вследствие межчастичного взаимодействия мы изучили зависимость доли конденсатных частиц и сверхтекучей компоненты от температуры при различных значениях параметра взаимодействия  $d$ . При малых значениях параметра  $d$  эти зависимости имеют ту же форму, что и для идеального газа (для доли конденсата  $N_0/N = 1 - (T/T_{bec}^0)^2$ ), однако взаимодействие дает слабую поправку к критической температуре – см. рис.1,3. При больших же значениях управляющего параметра  $d$  изменяется не только значение критической температуры, но и сам закон зависимости доли конденсата от температуры, которая теперь очень быстро падает с температурой.

При больших значениях параметра  $d$  в системе наблюдаются сильные межчастичные простран-

ственные корреляции, проявляющиеся в специфической “оболочечной” структуре распределений частиц в системе (см. рис.2, 4, 5). Наличие этих корреляций приводит к тому, что свойства системы в данном режиме сильно отличаются от свойств слабо неидеального газа в ловушке. В частности, появляется ряд новых интересных эффектов: образование “кристаллоподобной” (оболочечной) структуры в конденсате и во всей системе, возвратная кристаллизация, наличие границы у облака частиц.

Как известно, при малых температурах дипольные системы классических частиц имеют выраженную оболочечную структуру [8]. Квантовые системы, однако, при достаточно низкой температуре испытывают квантовое плавление – кристаллоподобная структура размывается из-за квантовых флуктуаций [8, 16]. При больших же температурах квантовая система близка по свойствам к классической, и кристаллическая структура, если таковая имеется, должна испытывать “классическое” плавление, размываясь с ростом числа равновесных фононов. При этом мы обнаружили, что начиная с некоторых значений  $d$  (см. рис.6), существует кристаллоподобная структура в промежуточной области температур, то есть наблюдается возвратная кристаллизация (для протяженной двумерной системы такого явления не обнаружено, см. [12]). Для анализа этого вопроса мы рассмотрели систему из 40 частиц при значении  $d = 50$  (доля конденсата  $n_0 = 0.24$  при  $T = 0.1$ ) (см. рис.4). При температуре  $T = 0.1$  структура слегка размыва. С ростом температуры, однако, угловые и радиальные распределения становятся более четкими (происходит процесс, обратный квантовому плавлению, –

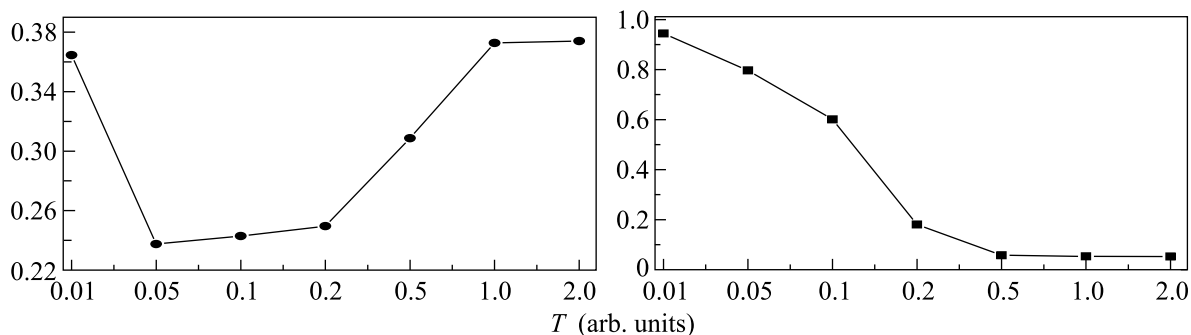
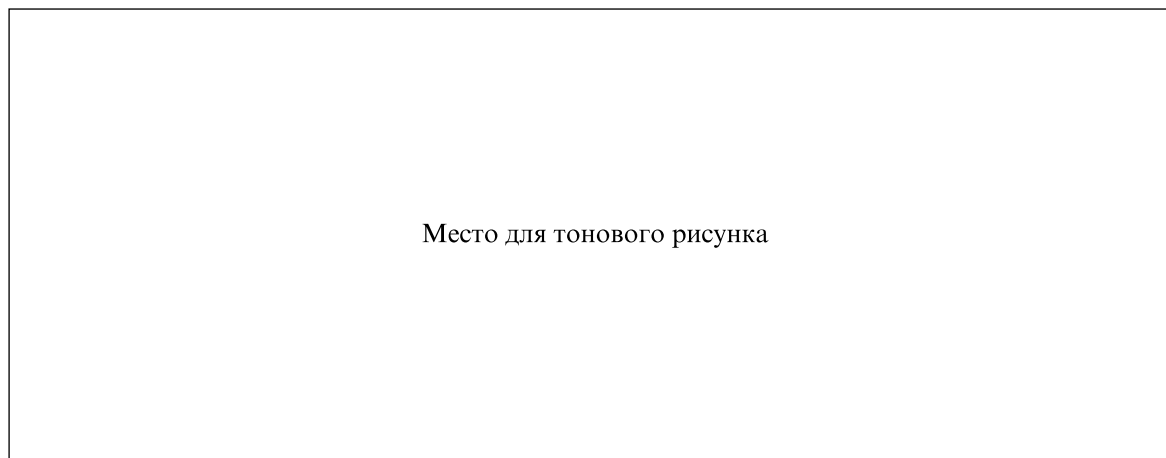


Рис.4. Распределения частиц в системе, параметр Линдемана и доля конденсата при разных температурах

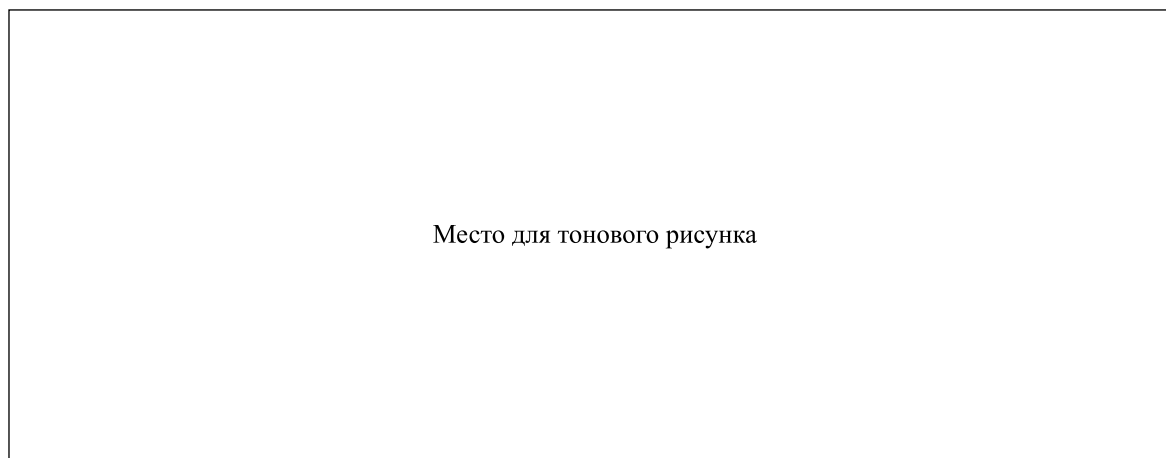


Рис.5. Распределения частиц в системе

“возвратная кристаллизация”) . С дальнейшим ростом температуры эта структура опять размывается. Параметр Линдемана  $U_r$  как функция температуры достаточно четко выявляет этот эффект, см. рис.7. Начиная с некоторого значения  $d$ ,  $U_r$  ведет себя не монотонно как функция температуры, а именно, появляется минимум (см. рис.7), и можно утверждать, что в минимуме этого параметра система максималь-

но упорядочена (только в ограниченной области значений  $d$ ). Этот эффект виден также из полного распределения частиц в системе и наблюдается только при достаточно больших значениях параметра  $d$ , то есть в режиме очень сильных межчастичных корреляций. Интересно отметить, что доли конденсата и сверхтекучей компоненты еще не равны нулю в сис-

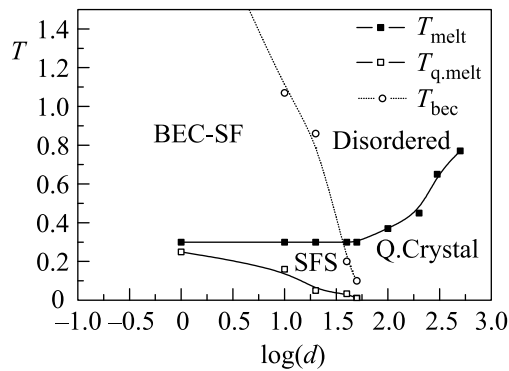


Рис.6. Фазовая диаграмма системы. Область Q.Crystal – область существования квантового кристалла,  $T_{melt}(d)$  – кривая плавления квантового кристалла при увеличении температуры,  $T_{q.melt}(d)$  – кривая плавления квантового кристалла за счет нулевых квантовых колебаний, область BEC-SF – область существования бозе-конденсата и сверхтекучей компоненты в системе

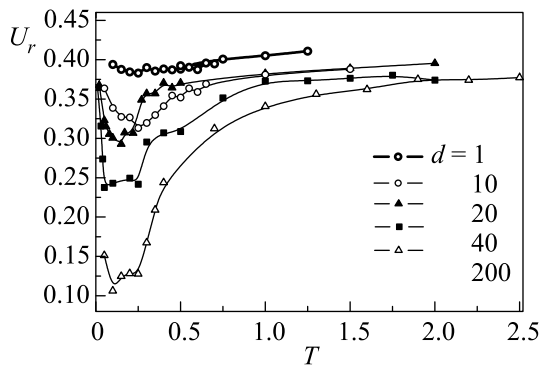


Рис.7. Параметр Линдемана как функция температуры. Резкий рост параметра свидетельствует о плавлении в системе

теме с явно выраженной “оболоченной” структурой (см. рис.5).

В связи с исследованием структуры системы представляет интерес следующий вопрос: а какая при этом пространственная структура у конденсата? Для исследования этого вопроса мы рассчитали радиальные распределения частиц в конденсате – см. рис.8, 9. Интересно, что это распределение с ростом температуры в системе становится уже, а максимум находится в центре системы. При этом у конденсатного радиального распределения появляется вытянутый “хвост”. Дело в том, что конденсатные частицы в основном находятся вблизи центра системы. Температурные возбуждения начинают вымывать конденсат, начиная с его поверхности. Таким образом, система в целом, оказывается, имеет следующее строение: в центре находится конденсат-

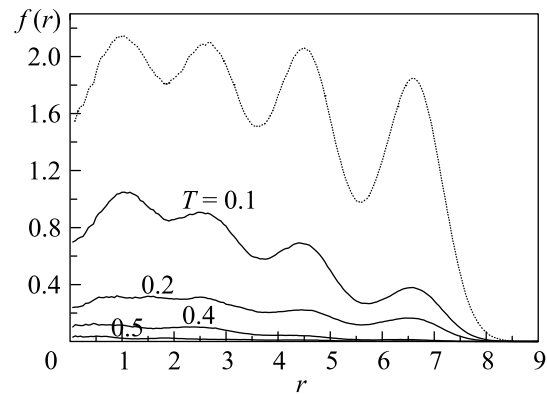


Рис.8. Радиальные распределения частиц в конденсате при различных температурах. Пунктирной линией обозначено полное радиальное распределение в системе. Сверху вниз: радиальные распределения конденсатных частиц с уменьшением температуры

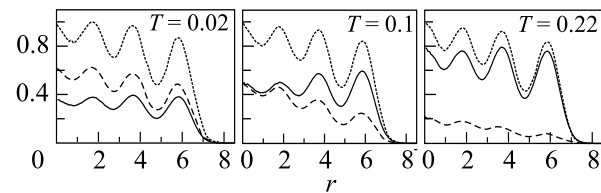


Рис.9. Радиальные распределения частиц в системе при различных температурах при  $N = 30$  и  $d = 20$ : частицы в конденсате – штриховая линия, надконденсатные частицы – сплошная линия, все частицы – пунктирная линия

ное ядро, уменьшающееся в размере по мере роста температуры, а снаружи находится оболочка из надконденсатных частиц.

Для идеального бозе-газа форма волновой функции конденсата не зависит от температуры. Для слабо неидеального газа волновая функция конденсата в ловушке модифицируется из-за наличия взаимодействия – она уширяется (имея при этом вид  $\sim \exp(-(r/\sigma)^2)$ ), что хорошо согласуется с результатами работы [3]. При этом волновая функция уже зависит от температуры. С ростом величины корреляций (параметра  $d$ ) функция меняется с гауссовой на  $\sim A - (r/\sigma')^2$  (режим Томаса–Ферми, см. [3]). Мы обнаружили, что с дальнейшим ростом параметра  $d$  в области сильных пространственных корреляций (однако достаточно малых для наличия конденсата в системе) распределение конденсатных частиц обнаруживает интересное явление: на фоне зависимости  $\sim A - (r/\sigma')^2$  проявляется немонотонное распределение, то есть оказывается, что распределение в целом имеет существенно немонотонную зависимость от радиуса (см. рис.8, 9) и имеет оболочечную струк-

туру, в целом повторяющую (при низкой температуре) распределение всех частиц системы, но выражена эта структура слабее, чем в случае надконденсатных частиц – см. рис.9. По мере вымывания конденсата с ростом температуры пространственные корреляции в конденсате уменьшаются (см. рис.8). Особый интерес представляет тот факт, что пространственные межчастичные корреляции частиц в конденсате выражены слабее, чем корреляции надконденсатных частиц.

Таким образом, в системе присутствует одновременно “диагональный” и “недиагональный” порядок, то есть это состояние можно считать мезоскопическим суперсолидом (supersolid). Это – мезоскопический эффект, ибо, как показывают наши расчеты, с ростом полного числа частиц в системе (при фиксированных температуре и силе взаимодействия) доля конденсата уменьшается (в термодинамическом пределе двумерная система с межчастичным взаимодействием не имеет конденсата при ненулевой температуре, см. [26]).

На рис.4 и 5 показаны распределения конденсатных частиц для систем из 40 и 30 частиц, соответственно, при значении  $d = 50$  и  $d = 40$ , соответственно. При температуре  $T = 0.1$  структура, образованная конденсатными частицами, уже слегка размыта по сравнению с полной структурой системы. С ростом температуры конденсат истощается и конденсатная структура размывается – происходит ее плавление.

Обсудим фазовую диаграмму системы, см. рис.6. В некоторой области (Q.Crystal на рис.6) в системе существует пространственное упорядочение частиц – квантовый кристалл, при этом  $T_{\text{melt}}(d)$  является кривой “классического” плавления системы при увеличении температуры, а  $T_{\text{q,melt}}(d)$  – кривой квантового плавления кристалла (например, за счет нулевых квантовых колебаний). В области BEC – SF в системе имеется бозе-конденсат и сверхтекучая компонента. Приведем основные результаты работы: 1. В области сильных пространственных межчастичных корреляций частицы в конденсате в мезоскопической системе образуют кристаллоподобную структуру. При этом корреляции частиц в конденсате выражены слабее, чем корреляции всех частиц. С ростом температуры разрушение этой структуры происходит раньше, чем полное плавление всей системы. Оболочечная пространственная структура распределения могла бы проявляться в кольцеобразной картине фотолуминесценции межямных экситонов. 2. При некоторых промежуточных значениях безразмерного управляющего квантового параметра  $d$  на-

блюдается эффект возвратной кристаллизации: при малых температурах кристаллический порядок в системе отсутствует из-за квантовых флуктуаций, затем, с ростом температуры, в системе происходит образование кристаллоподобной структуры, которая с дальнейшим ростом температуры плавится классическим образом.

Работа поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований, ИНТАС и Министерства образования. С. Ю. Волков благодарен за поддержку фонду “Династия” и МЦФФМ. Ю.Е.Л. очень признателен Л. В. Келдышу, В.Д.Кулаковскому и В. Б. Тимофееву за полезное обсуждение результатов.

1. M. H. Anderson and J. R. Ensher, *Science* **269**, 198 (1995); J. R. Ensher, D. S. Jin, M. R. Matthews et al., *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4984 (1996).
2. W. Ketterle and N. J. Druten, *Phys. Rev.* **A54**, 656 (1996).
3. F. Daflavo, S. Giorgini, and L. P. Pitaevskii, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463 (1999).
4. А. В. Ларионов, В. Б. Тимофеев, П. А. Ни et al., *Письма в ЖЭТФ* **75**, 699 (2002); A. V. Larionov, V. B. Timofeev, J. M. Hvam et al., *JETP Lett.* **75**, 200 (2002); *JETP* **90**, 1093 (2000).
5. L. V. Butov, *Sol. St. Comm.* **127**, 89 (2003).
6. Yu. E. Lozovik and O. L. Berman, *JETP Lett.* **64**, 573 (1996); Yu. E. Lozovik and V. I. Yudson, *JETP* **44**, 389 (1976); Yu. E. Lozovik and V. A. Mandelshtam, *Phys. Lett.* **A165**, 469 (1992).
7. W. Krauth, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3695 (1996).
8. Yu. E. Lozovik, S. A. Verzakov, and M. Willander, *Phys. Lett.* **A260**, 400 (1999); A. I. Belousov and Yu. E. Lozovik, *JETP Lett.* **68**, 858 (1998).
9. L. Santos, G. V. Shlyapnikov, P. Zoller et al., *Phys. Rev. Lett.* **85**, 1791 (2000); V. V. Konotop and V. M. Perez-Garcia, *cond-mat/0106488*(2001); S. Goinavazzi, A. Gorlitz, and T. Pfau, *cond-mat/0204352* (2002); K. Bernardet, G. G. Batrouni, J.-L. Meunier et al., *cond-mat/0110314* (2001).
10. S. De Palo, F. Rapisarda, and G. Senatore, *cond-mat/0201414* (2002).
11. S. A. Moskalenko and D. W. Snoke, *Bose-Einstein Condensation of Excitons and Biexcitons and Coherent Nonlinear Optics with Excitons*, Cambridge University Press, New-York, 2000; V. V. Krivolapchuk, E. S. Moskalenko, and A. L. Zhmodikov, *Phys. Rev.* **B64**, 045313 (2001).
12. Yu. E. Lozovik and V. M. Farztdinov, *Sol. St. Commun.* **54**, 725 (1985).
13. D. M. Ceperley and E. L. Pollock, *Phys. Rev.* **B39**, 2084 (1989).

14. D. M. Ceperley, *Rev. Mod. Phys.* **67**, 279 (1995).
15. S. Heinrichs and W. J. Mullin, *cond-mat/9807331* (1998).
16. A. V. Filinov, M. Bonitz, and Yu. E. Lozovik, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3851 (2001).
17. M. Bayindir and B. Tanatar, *Phys. Rev.* **A58**, 3134 (1998).
18. G. Schmid, S. Todo, M. Troyer, and A. Dorneich, *cond-mat/0110024* (2001).
19. G. E. Astrakharchik and S. Giorgini, *cond-mat/0212512* (2002).
20. M. Holzmann and Y. Castin, *arXiv:physics/9812029* (1998).
21. T. D. Lee, K. Huang, and C. N. Yang, *Phys. Rev.* **106**, 1135 (1957).
22. F. Daflavo and S. Stringari, *Phys. Rev.* **A53**, 2477 (1996).
23. K. Goral and L. Santos, *Phys. Rev.* **A66**, 023613 (2002); K. Goral, K. Rzazewski, and T. Pfau, *Phys. Rev.* **A61**, 051601(R) (2000).
24. Yu. Kagan, V. A. Kashurnikov, A. V. Krasavin et al., *cond-mat/9811090* (1998).
25. D. S. Fisher and P. C. Hohenberg, *Phys. Rev.* **B37**, 4936 (1988).
26. W. J. Mullin, *J. Low Temp. Phys.* **106**, 615 (1997); *Phys. Rev.* **B33**, 4632 (1986).
27. W. J. Mullin, *cond-mat/9610005* (1996); W. J. Mullin, *cond-mat/9709077* (1996).
28. J. Shumway and D. M. Ceperley, *cond-mat/9909434* (1999).
29. W. Deng and P. M. Hui, *cond-mat/9704095* (1997).
30. S. Grossmann and M. Holthaus, *Phys. Lett.* **A208**, 188 (1995).