Письма в ЖЭТФ, том 37, вып. 9, стр. 440 – 443 *5 мая 1983 г.*

ВЫЧИСЛЕНИЕ ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ВОСПРИИМЧИВОСТИ В $SU(3)$ КАЛИБРОВОЧНОЙ ТЕОРИИ НА РЕШЕТКЕ

Н.В.Махалдиани, М.Мюллер-Пройскер

Получено значение топологической восприимчивости в калибровочной теории с $SU(3)$ группой симметрии на основе вычислений по методу Монте-Карло. Результат согласуется с ранее вычисленным значением в случае $SU(2)$ группы и примерно на два порядка меньше величины, необходимой для принятого решения $U_A(1)$ проблемы.

К сегодняшнему дню расчеты по Монте-Карло в калибровочных теориях на решетке представляет собой наиболее эффективное средство для получения непертурбационных величин, таких как натяжение струны, массы глюболов и мезонов, температура фазового перехода деконфайнмента [1]. Особый интерес представляют вакуумные средние от составных глюонных и кварковых операторов. Вычисление этих величин позволяет с одной стороны получить представления о структуре основного состояния, с другой – провести независимую проверку на самосогласованность феноменологических подходов, например, подхода правил сумм ИТЭФ [2].

В данной работе рассмотрим "топологическую восприимчивость", χ, вакуумного состояния в теории Янга – Миллса

$$\chi \equiv - \frac{d^2 P}{d\theta^2}\bigg|_{\theta=0} = \int d^4 x < Q(x)\, Q(0) >_{\text{нет кварков}}, \qquad (1)$$

где (1)

$$Q(x) = \frac{g^2}{64\pi^2} G^a_{\mu\nu}\,\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\,G^a_{\rho\sigma}(x) -$$

плотность топологического заряда; P и Q соответственно давление и фаза вакуума.

Величина χ играет фундаментальную роль в решении $U_A(1)$ проблемы на основе тождеств Уорда, учитывающих аномалию $U_A(1)$ тока и существование топологически нетривиальных полевых конфигураций (инстантоны и др.). В пределе большого числа цветов, Виттен [3] установил связь между величиной χ и массой η' мезона. Подход эффективных лагранжианов позволяет уточнить это соотношение [4]

$$\chi = \frac{1}{2N_l} F_\pi^2 (m^2_{\eta'} + m^2_\eta - m^2_{K^0} - m^2_{K^+}) \cong (182\ \text{МэВ})^4, \tag{2}$$

где $N_l = 3$ – число легких фермионов; $F_\pi \cong 95$ МэВ – константа распада пиона.

Недавно топологическая восприимчивость была определена для $SU(2)$ калибровочной теории на основе монте-карловских расчетов, используя разные определения для плотности топологического заряда на решетке [5]. Полученный результат $\chi_{SU(2)} = (55 \pm 10\ \text{МэВ})^4$ – на два порядка меньше значения (2). Поэтому представляет интерес вопрос не улучшается ли соотношение между вычисленным и феноменологическим значениями в случае реалистической калибровочной теории с группой $SU(3)$.

Рассмотрим определение плотности топологического заряда

$$Q_L(n) = -\frac{1}{2^9\pi^2} \sum_{\mu\nu\rho\sigma=\pm 1}^{\pm 4} \tilde{\epsilon}_{\mu\nu\rho\sigma}\,\mathrm{tr}\,(U(n)_{\mu\nu} U(n)_{\rho\sigma})$$

$$\xrightarrow[a\to 0]{} a^4 Q(x_n) + O(a^5), \tag{3}$$

где $\tilde{\epsilon}_{1234} = -\tilde{\epsilon}_{2134} = -\tilde{\epsilon}_{-1234} = \ldots = 1$, a – шаг решетки; $U(n)_{\mu\nu}$ – матрица плакетки, находящейся в узле n и плоскости $\mu - \nu$. Величину χ определим из "данных" для коррелятора

$$a^4 \chi_L \equiv \sum_n \langle Q_L(n) Q_L(0) \rangle \tag{4}$$

полученных на решетках с числом узлов 4^4 и 6^4 при периодических граничных условиях. В области слабой связи χ_L ведет себя так

$$\pi^4 2^{18} a^4 \chi_L = c_1 g_0^6 + c_2 g_0^8 + \ldots + \pi^4 2^{18} (\beta_0 g_0^2)^{-2\beta_1/\beta_0^2} \exp\left(-\frac{2}{\beta_0 g_0^2}\right)\frac{\chi}{\Lambda_L^4}, \tag{5}$$

где $\beta_0 = 11/16\pi^2$, $\beta_1 = 102/256\pi^4$;
$c_1 = 400{,}9$ (для решетки 4^4). При больших значениях g_0 результаты вычисления хорошо воспроизводили высокотемпературное разложение

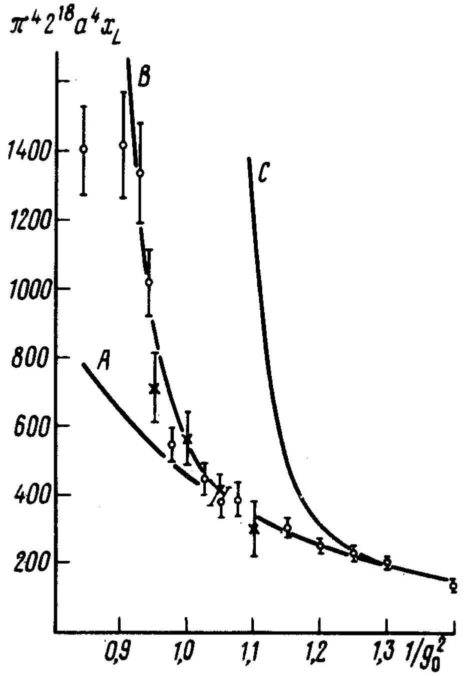
$$\pi^4 2^{18} a^4 \chi_L = 768\,(1 + \frac{2}{3} g_0^{-2} + \frac{7}{3} g_0^{-4} + O(g_0^{-6})).$$

Расчеты велись на ЭВМ ЕС 1060 в ОИЯИ по алгоритму теплового резервуара [6] со случайным – в случае 4^4 – выбором ребер решетки. Для каждого рассмотренного значения g_0 мы усредняли по 180 и 130 состояниям для решетки с размером 4^4 и 6^4, соответственно.

В скейлинговой области ($0{,}9 \lesssim g_0^{-2}$) найдено четкое указание на наличие непертурбационного вклада. Пертурбационный фон достаточно хорошо описывается слагаемым низшего порядка, $O(g_0^6)$; фит по χ^2 следующего слагаемого дает относительно малую величину, $c_2 = 42 \pm 20$ (кривая A). Из уравнения (5) определяем в единицах Λ параметра ($\Lambda_L = (0{,}007 \pm 0{,}001)\sqrt{\sigma}$, $\sqrt{\sigma} \cong 420$ МэВ)

$$\chi_{SU(3)} = (1{,}0 \pm 0{,}2) \cdot 10^5 \Lambda_L^4 \cong (52 \pm 8 \text{ МэВ})^4, \qquad (6)$$

(ср. кривую B). Согласие со значением $\chi_{SU(2)}$ подтверждает точку зрения, что $\chi_{SU(N_c)} = O(N_c^0)$ при условии, что натяжение струны σ не зависит от N_c. Разногласие с феноменологически ожидаемой величиной (2), очевидно, (кривая C). Причина разногласия, как можно было ожидать, не связана с малостью рассмотренной решетки. Это видно из данных полученных для решетки 6^4, как раз в области, где наблюдается отклонение от теории возмущений.



Топологическая восприимчивость для калибровочной теории с группой $SU(3)$. Точки и крестики обозначают данные для решеток 4^4 и 6^4 соответственно, их ручки указывают среднеквадратическое отклонение. Кривые A, B, и C построены по формуле (5) при $c_4 \cong 40$, $\chi = 0$; $1{,}0 \cdot 10^5 \Lambda_L^4$; $1{,}5 \cdot 10^7 \Lambda_L^4 \cong (182 \text{ МэВ})^4$ соответственно

В заключении отметим, что

1) прежде чем убедиться в несправедливости принятого решения U_A (1) проблемы, рекомендуется проверить значение (6) и в случае плотности топологического заряда не содержащего пертурбационный фон [8]. Однако следует отметить, что использованный нами метод оправдал себя в аналогичном определении глюонного конденсата [9]. 2) Квазиклассический подход (инстантоны) пока не дает указание о (не) справедливости оценки (6). Полученные ограничения снизу [10] и сверху [11] удовлетворяют нашим результатом.

Авторы благодарят профессоров М.Г.Мещерякова и Д.В.Ширкова за поддержку, Э.-М.Ильгенфрица и Ю.М.Макеенко за полезные обсуждения. Один из авторов (М.М.-П) признателен профессорам Г.Венециано и П. Ди Веккия за обсуждение предварительных результатов данной работы и за информацию о подобном расчете, проведенном К.Фабрициусом и Г.К.Росси.

Литература

1. *Макеенко Ю. М.* Препринт ИТЭФ 124, 125, 126, М., 1982.
2. *Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I.* Nucl. Phys., 1978, B147, 385, 448.
3. *Witten E.* Nucl. Phys., 1979, B156, 269.

4. *Veneziano G.* Nucl., Phys., 1979, **B159**, 213 ; *Di Vecchia P.* Phys. Lett., 1979, **85B**, 357, см. и ссылки, указанные в [5].

5. *Di Vecchia P. et al.* Nucl. Phys., 1981, **B192**, 392; Phys. Lett., 1982, **108B**, 323.

6. *Pietarinen E.* Nucl. Phys., 1981, **B190**, [FS3], 349.

7. *Ильгенфриц Э.-М., Мюллер-Пройскер М.* Препринт ОИЯИ Е2-82-473, Дубна, 1982 ; z. f. Phys. C, to appear.

8. *Lüscher M.* Preprint BUTP-10, Bern, 1981.

9. *Ilgenfritz E.-M., Müller-Preussker M.* Phys. Lett., 1982, **119B**, 375.

10. *Lüscher M.* Nucl. Phys., 1982, **B205**, [FS5], 483.

11. *Müller-Preussker M.* Preprint CERN, TH. 3351, Geneva, 1982; Phys. Lett. B, to appear.

Объединенный
институт ядерных исследований

Поступила в редакцию
12 февраля 1983 г.