РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ПИСЬМА
В ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ
И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОСНОВАН В 1965 ГОДУ
ВЫХОДИТ 24 РАЗА В ГОД

ТОМ 60, ВЫПУСК 8
25 ОКТЯБРЯ, 1994

Письма в ЖЭТФ, том 60, вып.8, стр.553 - 559

УНИВЕРСАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ СТРУН И ДВУМЕРНАЯ (СУПЕР)ГРАВИТАЦИЯ

А.М.Семихатов

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН
117924 Москва, Россия

Поступила в редакцию 16 сентября 1994 г.

Построено явное отображение между двумя различными описаниями двумерной квантовой гравитации и соответствующими алгебрами симметрии: $s\ell(2)$-ковариантным формализмом и $N=2$-суперсимметричным описанием, обобщающим формализм ДДК. Тем самым продемонстрирована возможность расширения идеологии Универсальной теории струн на гравитационный сектор.

Известный рецепт Давида–Дистлера–Каваи (ДДК) [1, 2] взаимодействия материи с гравитацией в конформной калибровке составляет, как теперь хорошо известно, часть формулировки, основанной на топологической инвариантности [3, 4]. Другим хорошо известным фундаментальным свойством двумерной гравитации является существование $s\ell(2)$-ковариантного формализма для ее описания в киральной калибровке [6–10]. Интересно выяснить, как связаны между собой два различных ("комплементарных") свойства одной и той же физической теории. Мы показываем, каким образом можно построить *отображение* между двумя формулировками двумерной квантовой гравитации. ДДК-формулировка оказывается "фактор-пространством" $s\ell(2)$-формулировки по некоторой топологической конформной теории. Подобное же соотношение имеется и для соответствующих суперсимметричных расширений. Ситуация оказывается аналогичной идеологии Универсальной теории струны [13–20], но примененной к *гравитационному* сектору теории. Кроме того, приводимые ниже конструкции можно интерпретировать как вложения (не)критических теорий струн в модели Весса–Зумино–Виттена (ВЗВ) (см. также [21], где развивается несколько иная техника).

Как известно [3, 4], топологическая конформная алгебра может быть реализована при одевании обычной материи мультиплетом гравитации, то есть духами bc и скалярным полем ϕ (Лиувилль). Имеется вариант этой же конструкции, когда духи выбираются имеющими спин 1 [3] и топологические генераторы имеют вид

$$\begin{aligned}
\mathcal{T} &= T - \tfrac{1}{2}(\partial\phi)^2 + \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}\partial^2\phi - b^{[1]}\partial c^{[1]}, \qquad \mathcal{J} = b^{[1]}, \\
\mathcal{G} &= c^{[1]}\Big(T - \tfrac{1}{2}(\partial\phi)^2 + \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}\partial^2\phi\Big) - b^{[1]}\partial c^{[1]}c^{[1]} + \sqrt{2}\alpha_+\partial c^{[1]}\partial\phi + \tfrac{1}{2}(1-2\alpha_+^2)\partial^2 c^{[1]}, \\
\mathcal{H} &= -b^{[1]}c^{[1]} - \sqrt{2}\alpha_+\partial\phi,
\end{aligned} \tag{1}$$

где $\alpha_+ = \frac{1}{\sqrt{k+2}}$, $\alpha_- = -\sqrt{k+2}$, $\alpha_0 = \alpha_+ + \alpha_-$. Добавив к этой системе дополнительный скаляр v_*, приходим к представлению алгебры токов $s\ell(2)_k \oplus u(1)_{BC}$, где $u(1)_{BC}$ обозначает в действительности духовую BC систему. Токи, строящиеся как

$$\begin{aligned}
J^+ &= e^{\sqrt{2}\alpha_+(v_*-\phi)}, \qquad J^0 = b^{[1]}c^{[1]} + \sqrt{2}\alpha_+\partial\phi - \Big(\frac{\alpha_-}{\sqrt{2}} + \sqrt{2}\alpha_+\Big)\partial v_*, \\
J^- &= \Big\{\alpha_-^2\Big(T - \tfrac{1}{2}(\partial\phi)^2 + \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}\partial^2\phi\Big) + \\
&\quad + 2b^{[1]}\partial c^{[1]} - \alpha_-^2\,\partial(b^{[1]}c^{[1]}) + \sqrt{2}\alpha_-\partial\phi\cdot b^{[1]}c^{[1]}\Big\}e^{-\sqrt{2}\alpha_+(v_*-\phi)},
\end{aligned} \tag{2}$$

порождают алгебру Каца–Муди $s\ell(2)_k$, а духи BC имеют вид

$$B = c^{[1]}e^{\sqrt{2}\alpha_+(v_*-\phi)}, \qquad C = b^{[1]}e^{-\sqrt{2}\alpha_+(v_*-\phi)}. \tag{3}$$

БРСТ-инвариантные примарные состояния топологической конформной алгебры характеризуются своим топологическим $U(1)$ зарядом:

$$\mathcal{H}_0|\mathrm{h}\rangle_{top} = \mathrm{h}|\mathrm{h}\rangle_{top}, \quad \mathcal{L}_{\geq 0}|\mathrm{h}\rangle_{top} = \mathcal{H}_{\geq 1}|\mathrm{h}\rangle_{top} = \mathcal{G}_{\geq 1}|\mathrm{h}\rangle_{top} = \mathcal{J}_{\geq 0}|\mathrm{h}\rangle_{top} = 0 \tag{4}$$

и строятся в данном конкретном представлении в виде

$$|\mathrm{h}(r,s)\rangle_{top} = |r,s\rangle \otimes |p_M(r,s)\rangle_L \otimes |0\rangle^{[1]}, \tag{5}$$

где $|p_M(r,s)\rangle_L$ – состояние в теории Лиувилля с импульсом $p_M(r,s) = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha_+(r-1) + \alpha_-(s-1))$. Допустимые $s\ell(2)_k$-старшие веса со спином

$$j(r,s) = \frac{r-1}{2} - (k+2)\frac{s-1}{2} \tag{6}$$

теперь получаются из топологических примарных состояний тензорным умножением на состояние с определенным импульсом в теории ∂v_*:

$$|j(r,s)\rangle_{s\ell(2)} \otimes |0\rangle_{BC} = |r,s\rangle \otimes |p_M(r,s)\rangle_L \otimes |0\rangle^{[1]} \otimes |-p_M(r,s)\rangle_*. \tag{7}$$

Тем самым обычная материя вкладывается в теорию ВЗВ.

Интересно суперсимметричное расширение этой конструкции. $N=1$-материя описывается тензором энергии-импульса T_m и его суперпартнером G_m:

$$
\begin{aligned}
T_m(z)T_m(w) &= \frac{d/2}{(z-w)^4} + \frac{2T_m(w)}{(z-w)^2} + \frac{\partial T_m(w)}{z-w}, \\
T_m(z)G_m(w) &= \frac{3/2\,G_m(w)}{(z-w)^2} + \frac{\partial G_m(w)}{z-w}, \\
G_m(z)G_m(w) &= \frac{2d/3}{(z-w)^3} + \frac{2T_m(w)}{z-w},
\end{aligned}
\tag{8}
$$

где $d=\frac{15}{2}-3\alpha_-^2-3\alpha_+^2$ и $\alpha_-=-1/\alpha_+$. Взаимодействие с $N=1$-супергравитацией в конформной калибровке описывается введением поля супер-лиувилля с компонентами ϕ (скаляр) и ψ (майорана-вейлевский фермион), и фермионных и бозонных духов bc и $\beta\gamma$. Эта теория имеет в действительности (скрученную) $N=3$-симметрию [4]. Как и в бозонном случае, имеется "двойственный" вариант теории, в котором духи bc имеют спин 1, а духи $\beta\gamma$ – спин $\frac{1}{2}$. Такая теория по-прежнему обладает $N=3$-суперсимметрией. Тензор энергии-импульса в этой реализации $N=3$-супералгебры имеет вид

$$
\mathcal{T}=T_m-\tfrac{1}{2}\partial\phi\partial\phi+\tfrac{1}{2}(\alpha_+-\alpha_--4x)\partial^2\phi-\tfrac{1}{2}\partial\psi\,\psi-b\partial c-\tfrac{1}{2}\beta\partial\gamma+\tfrac{1}{2}\partial\beta\,\gamma,
\tag{9}
$$

а соответствующие супер-генераторы –

$$
\begin{aligned}
\mathcal{G}^+ &= b,\quad \mathcal{G}^0 = -G_m+b\gamma-\partial c\beta-\psi\partial\phi+(\alpha_+-\alpha_--4x)\partial\psi, \\
\mathcal{G}^- &= 4cT_m+2\gamma G_m-b\gamma\gamma-4b\partial c\,c-2c\beta\partial\gamma-2c\partial\phi\,\partial\phi+2c\partial\beta\,\gamma-2c\partial\psi\,\psi+ \\
&+(-2\alpha_-+2\alpha_+-8x)c\partial^2\phi+2\psi\gamma\partial\phi+4x\psi\partial\gamma-8x\partial c\,\partial\phi+4\partial c\,\beta\gamma+ \\
&+(2\alpha_--2\alpha_++4x)\partial\psi\,\gamma-8x^2\partial^2c,
\end{aligned}
\tag{10}
$$

где, исходя только из условия замыкания $N=3$-алгебры, возможны два значения параметра x, $x=\pm\frac{1}{2}\alpha_\pm$. Начиная с этого момента, мы выберем для определенности значение $x=\frac{1}{2}\alpha_+$. Тогда алгебра токов $osp(1|2)$ строится, как и в бозонном случае, после умножения теории на одно скалярное поле ∂v_* с тензором энергии-импульса

$$
T_*=\tfrac{1}{2}\partial v_*\partial v_*+\frac{\alpha_++\alpha_-}{2}\partial^2v_*.
\tag{11}
$$

Именно, конструкция для $osp(1|2)$-токов имеет вид

$$
\begin{aligned}
J^{++} &= e^{2\alpha_+(\phi-v_*)},\qquad J^+ = \sqrt{2}\psi e^{\alpha_+(\phi-v_*)}, \\
J^0 &= \tfrac{1}{2}\alpha_-\partial\phi+bc+\tfrac{1}{2}\alpha_-\sqrt{7\alpha_+^2-2}\beta\gamma, \\
J^- &= \left(\alpha_-\sqrt{\frac{1+\alpha_+^2}{2}}\psi\partial\Phi+\sqrt{2}bc\psi\mp\frac{\alpha_-}{\sqrt{2}}G_m+\frac{\alpha_-^2-2}{\sqrt{2}}\partial\psi\right)e^{-\alpha_+(\phi-v_*)}, \\
J^{--} &= \frac{\alpha_-^2}{2}\Big(-\tfrac{1}{2}(1+\alpha_+^2)\partial\Phi\partial\Phi+\tfrac{1}{2}(3\alpha_+-\alpha_-)\sqrt{1+\alpha_+^2}\partial^2\Phi+2\alpha_+\sqrt{1+\alpha_+^2}bc\partial\Phi- \\
&-(1-3\alpha_+^2)b\partial c-(1+\alpha_+^2)\partial b\,c+(1+\alpha_+^2)T_{eff}\Big)e^{-2\alpha_+(\phi-v_*)},
\end{aligned}
\tag{12}
$$

где мы определили

$$\begin{aligned}\partial\Phi &= \frac{\alpha_+}{\sqrt{1+\alpha_+^2}}\left(-(2\alpha_- + 3\alpha_+)\partial\phi + (\alpha_- + 3\alpha_+)\partial v_* - \alpha_-\sqrt{7\alpha_+^2 - 2}\beta\gamma\right),\\ T_{eff} &= \frac{1}{1+\alpha_+^2}T_m \pm \frac{\alpha_+}{1+\alpha_+^2}G_m\psi + \frac{1-2\alpha_+^2}{2(1+\alpha_+^2)}\partial\psi\,\psi\,.\end{aligned} \tag{13}$$

Соответствующие фермионные (BC) и бозонные $(\beta\gamma)$ духи даются формулами

$$\begin{aligned}B &= be^{-2\alpha_+(\phi - v_*)}, \qquad & C &= ce^{2\alpha_+(\phi-v_*)},\\ \beta &= \beta e^{\sqrt{7\alpha_+^2-2}(\phi-v_*)}, \qquad & \gamma &= \gamma e^{-\sqrt{7\alpha_+^2-2}(\phi-v_*)}.\end{aligned} \tag{14}$$

Рассматривая духи (14) и $osp(1|2)$-токи как независимые поля, введем для них тензоры энергии-импульса

$$\begin{aligned}T_{ghosts} &= -B\partial C + \tfrac{1}{2}\partial\beta\gamma - \tfrac{1}{2}\beta\partial\gamma,\\ T_{Sug} &= 2\alpha_+^2(J^0J^0 + \tfrac{1}{2}J^{++}J^{--} + \tfrac{1}{2}J^{--}J^{++} + \tfrac{1}{4}J^+J^- - \tfrac{1}{4}J^-J^+) + \partial J^0.\end{aligned} \tag{15}$$

Прямым вычислением проверяем тогда "условие полноты"

$$T_{Sug} + T_{ghosts} = \mathcal{T} + T_*, \tag{16}$$

означающее, что описания системы в терминах "составных" полей $(B, C, \beta, \gamma, J^{++}, J^+, J^0, J^-, J^{--})$ и в терминах "элементарных" полей $(T_m, G_m, b, c, \beta, \gamma, \partial\phi, \psi, \partial v_*)$ эквивалентны. $N = 1$-материя, одетая супергравитацией и еще одним бозонным током, таким образом, вкладывается в алгебру токов $osp(1|2)$.

Продемонстрируем некоторые приложения построенных конструкций (2), (12) к двумерной гравитации и супергравитации (см. также [5]). Начнем с супергравитации. Напомним, что она допускает $osp(1|2)$-описание [11, 12]. Сектор материи содержит некоторую $N=1$-теорию с генераторами T'_m и G'_m, удовлетворяющими соотношениям (8) с заменой d на $d' = \frac{15}{2} + 3\alpha_-^2 + 3\alpha_+^2$. При включении супергравитации возникают $osp(1|2)$-токи и набор бозонных и фермионных духов: $b^{[2]}c^{[2]}$ (репараметризационные духи), $\beta^{[\frac{3}{2}]}\gamma^{[\frac{3}{2}]}$ (их суперпартнеры), $b^{[1]}c^{[1]}$ (духи спина 1, соответствующие калиброванию тока J^{++}) и $\beta^{[\frac{1}{2}]}\gamma^{[\frac{1}{2}]}$ (их суперпартнеры спина $\frac{1}{2}$). Кроме того, требуется [11] еще один майорана–вейлевский фермион χ с тензором энергии-импульса $T_\chi = \frac{1}{2}\partial\chi\,\chi$. Полный центральный заряд $d' + c_{Sug} - 26 + 11 - 2 - 1 + \frac{1}{2} = 0$ (где $c_{Sug} = 10 - 3\alpha_+^2 - \alpha_-^2$ – центральный заряд сугаваровского тензора (15)).

Объединяя теперь $osp(1|2)$-токи с духами $b^{[1]}c^{[1]}$ и $\beta^{[\frac{1}{2}]}\gamma^{[\frac{1}{2}]}$ (и отождествляя последние с BC и $\beta\gamma$ соответственно), выразим их с помощью представления (12), (14) через $N = 3$-ингредиенты и v_*-материю. В результате получим следующий набор полей с центральными зарядами:

$$\begin{array}{ccccc} matter' & \chi & matter & bc & \beta\gamma\\ \dfrac{15}{2} + 3\alpha_+^2 + 3\alpha_-^2 & \dfrac{1}{2} & \dfrac{15}{2} - 3\alpha_+^2 - 3\alpha_-^2 & -2 & -1\\ \partial\phi & \psi & \partial v_* & b^{[2]}c^{[2]} & \beta^{[\frac{3}{2}]}\gamma^{[\frac{3}{2}]}\\ -5 + 3\alpha_+^2 + 3\alpha_-^2 & \dfrac{1}{2} & 7 - 3\alpha_+^2 - 3\alpha_-^2 & -26 & 11 \end{array} \tag{17}$$

Имеем здесь $d'+d=15$, так что материя$'$ + материя + $b^{[2]}c^{[2]}$ + $\beta^{[\frac{3}{2}]}\gamma^{[\frac{3}{2}]}$ образуют суперсимметричный сектор Дистлера–Каваи, в котором материя$'$ и материя играют двойственные роли "собственно материи" и Лиувилля (напомним, что обе эти теории $N=1$-суперсимметричны).

Сверх того, имеется еще одна теория с центральным зарядом 0, составленная полями

$$\begin{array}{cccccc} bc & \partial\phi & \partial v_* & \chi & \beta\gamma & \psi \\ -2 & (-5+3\alpha_+^2+3\alpha_-^2) & (7-3\alpha_+^2-3\alpha_-^2) & \frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \end{array} \tag{18}$$

Замечательным образом скаляр ∂v_* и "экстра-"дух χ комбинируются здесь в суперсимметричную $N=1$-теорию, которую мы будем называть $*$-материей, чтобы отличать ее от $N=1$-материи из (8):

$$T_{m*} = \tfrac{1}{2}\partial v_*\partial v_* + \tfrac{1}{2}(\alpha_+ + \alpha_-)\partial^2 v_* + \tfrac{1}{2}\partial\chi\,\chi\,, \quad G_{m*} = \partial v_*\,\chi + (\alpha_+ + \alpha_-)\partial\chi. \tag{19}$$

Эта $*$-материя становится частью (скрученной) $N=3$-алгебры посредством формул типа (9), (10), но с заменой T_m и G_m на T_{m*} и G_{m*}. Назовем эту алгебру $*$-$N=3$-алгеброй, чтобы отличать ее от той $N=3$-алгебры, в которой участвует небозонизованная материя. Имеем следующие взаимоотношения между различными алгебрами:

$$T^{\mathrm{KPZ}} = \overbrace{t^{[2]} + t^{[\frac{3}{2}]} + T'_m + T_m}^{\textit{super-DDK}} + \overbrace{T_\phi + t_{bc} + T_\psi + t_{\beta\gamma} + \overbrace{T_* + T_\chi}^{T_{m*}}}^{T_{N=3*}} \tag{20}$$

$$\underbrace{\underbrace{T_m + T_\phi + t_{bc} + T_\psi + t_{\beta\gamma}}_{T_{N=3}} + T_*}_{T_{Sug}+t_{BC}+t_{\beta\gamma}}$$

Прочитав правую часть как $t^{[2]} + t^{[\frac{3}{2}]} + T'_m + T_{Sug} + t_{BC} + t_{\beta\gamma} + T_\chi$, будем иметь $osp(1|2)$ описание супергравитации. Другая интерпретация той же теории, как видно из диаграммы, позволяет рассматривать ее как *super*-DDK + $T_{N=3*}$. В чисто бозонном случае аналогичным образом имеем разбиение $s\ell(2)$-гравитации в ДДК-сектор и $*$-топологическую (скрученную $N=2$) теорию. Эквивалентность описаний ДДК и Книжника–Полякова–Замолодчикова (КПЗ) требует, чтобы эта "лишняя" топологическая теория была тривиальна. Ключевое обстоятельство состоит в том, что $*$-материя, входящая в соответствующую $*$-алгебру, явным образом бозонизована через свободный скаляр. В результате такого представления для $*$-материи возникают экранирующие операторы, среди которых есть фермионный экранирующий оператор, коммутирующий с БРСТ-оператором. Такой фермионный экранирующий оператор отсутствует для "собственно" суперадгебр, получаемых одеванием "собственно" материи, которая *не* предполагается бозонизованной. Наоборот, именно в секторе $*$-материи фермионный экранирующий оператор может служить независимым БРСТ-операторам, как это объяснялось в [4]. Выбор "физического" БРСТ-оператора определяется предъявляемыми к теории требованиями и в этом смысле фиксируется посторонними соображениями (можно сказать, что теория должна быть доопределена [22][1]). В рассматриваемом контексте все состояния $*$-алгебр могут быть сделаны БРСТ-тривиальными выбором когомологий *двойного* БРСТ-комплекса в качестве физических состояний.

[1] Например, минимальную модель, одетую гравитацией, можно превратить в топологическую минимальную модель, добавляя фермионный экранирующий ток к БРСТ-току [4, 22].

Обращая конструкцию, то есть стартуя с суперсимметричного сектора ДДК, мы можем тензорно умножить его на скрученную $*$-$N=3$-теорию, что приведет к появлению скрытой $osp(1|2)$-симметрии и позволит воспроизвести формализм $osp(1|2)$-супергравитации. Интересно при этом, что поле χ, требуемое для суперсимметризации ∂v_*-материи, сохраняется в $osp(1|2)$-формализме и становится "дополнительным духом" из [11].

Несколько злоупотребляя обозначениями, можно записать уравнение (16) в виде следующей косет-конструкции для скрученной $N=3$-алгебры:

$$\frac{osp(1|2)\oplus u(1)\oplus u(1)\oplus u(1)}{u(1)}=\mathcal{T}_{N=3}, \tag{21}$$

где $\mathcal{T}_{N=3}$ обозначает всю $N=3$-алгебру, а $u(1)$ в знаменателе порождается током ∂v_*. В то же время $u(1)$ в числителе представляют духи, в соответствии с "грубым" соответствием (фермионные духи) $\leftrightarrow$ (один скаляр), (бозонные духи) $\leftrightarrow$ (два скаляра). Инвариантное описание этого косета (без обращения к явной конструкции в терминах "элементарных" полей) использует нелокальный ток $\partial\log J^{++}$ (который становится локальным в нашем конкретном представлении). Он может быть задан своими операторными произведениями: нулевым операторным произведением с самим собой и с J^{++} и J^{+}, а также

$$\partial\log J^{++}(z)J^0(w)=\frac{1}{(z-w)^2},\quad \partial\log J^{++}(z)j^-(w)=\frac{1}{(z-w)^2}J^{+}(J^{++})^{-1}(w),$$
$$\partial\log J^{++}(z)J^-(w)=\frac{1-\alpha_-^2}{(z-w)^3}(J^{++})^{-1}(w)-\frac{1}{(z-w)^2}(2J^0-k\partial\log J^{++})(J^{++})^{-1}(w), \tag{22}$$

где *уровень* k определяется формулой $k=\frac{\alpha_-^2-3}{2}$. Используя $\partial\log J^{++}$, можно определить $u(1)$-ток в знаменателе косет-конструкции как

$$\partial v_*=2\alpha_+BC-\sqrt{7\alpha_+^2-2}\,\beta\gamma-2\alpha_+J^0-\tfrac{1}{2}(\alpha_-+3\alpha_+)\partial\log J^{++} \tag{23}$$

(токи, соответствующие ингредиентам супергравитации, bc, $\beta\gamma$ и $\partial\phi$ также выражаются через $\beta\gamma$, BC, J^0 и $\partial\log J^{++}$).

Нетрудно построить и *состояния* алгебры $osp(1|2)$, исходя из состояний материи (в секторе Неве–Шварца). Пусть – примарное состояние алгебры (8), со стандартной размерностью

$$\Delta(r,s)=\tfrac{1}{8}(\alpha_+^2(r^2-1)+\alpha_-^2(s^2-1)+2-2rs) \tag{24}$$

Примарное состояние $N=3$-алгебры строится как

$$|\mathsf{h}(r,s)\rangle=|r,s\rangle\otimes|p_M(r,s)\rangle_L\otimes|0\rangle_\psi\otimes|0\rangle_{bc}\otimes|0\rangle_{\beta\gamma}, \tag{25}$$

где $p_M(r,s)=\frac{1}{2}(r-1)\alpha_++\frac{1}{2}(s-1)\alpha_-$. Из этого $|\mathsf{h}(r,s)\rangle$ строим далее $osp(1|2)$-состояние старшего веса просто как

$$|j(r,s)\rangle=|\mathsf{h}(r,s)\rangle\otimes|-p_M(r,s)\rangle_*. \tag{26}$$

Мы построили представления алгебр токов $s\ell(2)$ и $osp(1|2)$, получаемые одеванием (супер)минимальной материи, продемонстрировали вложения некоторых некритических теорий струн в модели ВЗВ, а также построили явные отображения, позволяющие установить эквивалентность различных формализмов для двумерной квантовой (супер)гравитации. Интересно изучить соответствия предлагаемого подхода с работой [21], где осуществляются с первого взгляда иные конструкции. Работа поддержана частично грантом #MQM000 от International Science Foundation и грантом РФФИ.

---

1. F.David, Mod. Phys. Lett. **A3**, 1651 (1988).
2. J.Distler and H.Kawai, Nucl. Phys. **B321**, 509 (1989); J.Distler, Z.Hlousek, and H.Kawai, Int. J. Mod. Phys. **A5**, 391 (1990).
3. B.Gato-Rivera and A.M.Semikhatov, Nucl. Phys. **B408**, 133 (1993).
4. M.Bershadsky, W.Lerche, D.Nemeschansky, and N.P.Warner, Nucl. Phys. **B401**, 304 (1993).
5. C.M.Hull and A.M.Semikhatov, Universal Gravity, to appear.
6. A.M.Polyakov, Mod. Phys. Lett. **A2**, 893 (1987).
7. V.G.Knizhnik, A.M.Polyakov, and A.B.Zamolodchikov, Mod. Phys. Lett. **A3**, 819 (1988).
8. K.Itoh, Nucl. Phys. **B342**, 449 (1990).
9. T.Kuramoto, Phys. Lett. **B233**, 363 (1989).
10. Z.Horváth, L.Palla, and P.Vecsernyés, Int. J. Mod. Phys. **A4**, 5261 (1989).
11. A.M.Polyakov and A.B.Zamolodchikov, Mod. Phys. Lett. **A3**, 1213 (1988).
12. R.Ch.Rashkov, Mod. Phys. Lett. **A5**, 991, 2385 (1990). .
13. N.Berkovits and C.Vafa, On the uniqueness of string theory, HUTP-93/A031.
14. J.M.Figueroa-O'Farrill, On the universal string theory, QMW-PH-93-29; The mechanism behind the embeddings of string theories, QMW-PH-93-30, hep-th/9312033.
15. H.Ishikawa and M.Kato, Note on $N=0$ string as $N=1$ string, UT-Komaba/93-23, hep-th/9311139.
16. N.Ohta and J.L.Petersen, $N=1$ from $N=2$ superstrings, NBI-HE-93-76, hep-th/9312187.
17. F.Bastianelli, N.Ohta, and J.L.Petersen, Toward the universal theory of strings, NORDITA-94/6 P, hep-th/9402042.
18. N.Berkovits, M.Freeman, and P.West, A W-string realisation of the bosonic string, KCL-TH-93-15, hep-th/9312013.
19. C.M.Hull, New realisations of minimal models and the structure of W-strings, QMW-93-14.
20. N.Berkovits and N.Ohta, Embeddings for Non-Critical Superstrings KCL-TH-94-6, hep-th/9405144.
21. A.Boresch, K.Landsteiner, W.Lerche, and A.Sevrin, Superstrings from hamiltonian reduction, CERN-TH.7379/94.
22. W.Lerche, Chiral rings and integrable systems for models of topological gravity, CERN-TH.7128/93.