Письма в ЖЭТФ, том 60, вып.8, стр.595 - 599 © 1994г. 25 октября

ФЛУКТУАЦИОННЫЙ ПРЕДЕЛ ИЗМЕРЕНИЙ ОТНОСИТЕЛЬНОГО УДЛИНЕНИЯ МАГНИТОСТРИКЦИОННОГО ЦИЛИНДРА

А.И.Головашкин, А.В.Гуденко, Л.Н.Жерихина, О.М.Иваненко, К.Ю.Мицен, А.М.Цховребов

Физический институт им.П.Н.Лебедева РАН

117024 Москва, Россия

Поступила в редакцию 14 июля 1994 г.;

После переработки 15 сентября 1994 г.

Предлагается метод регистрации малых изменений длины с помощь системы QUID – магнитостриктор. Показано, что используя современный SQUID с разрешающей способностью $10^{-6}\Phi_0/\sqrt{\text{Гц}}$ можно создать систему для измерений относительного удлинения на уровне $10^{-21}/\sqrt{\text{Гц}}$ и менее. Эта оценка демонстрирует возможности использования системы SQUID – магнитостриктор в качестве приемника гравитационных волн. Анализ разрешающей способности системы производился с учетом флуктуаций намагниченности магнитостриктора.

Идею использования эффекта обратной магнитострикции в задачах тензометрии вряд ли можно считать оригинальной. Подробные описания действующих тензометрических систем, основанных на этом принципе, предлагаются не только в специальных обзорах [1], но встречаются даже в курсах общей физики [2].

В настоящей работе оцениваются предельные возможности этого классического метода в случае регистрации магнитного отклика сверхпроводящим квантовым интерферометром (SQUID). Разрешающая способность по потоку современного коммерческого SQUID'а ограничивается найквистовским шумом и составляет обычно $3\cdot10^{-5}\Phi_0/\sqrt{\text{Гц}} = 6,2\cdot10^{-20}\,\text{Вб}/\sqrt{\text{Гц}}$, где $\Phi_0 = \hbar/2e = 2,07\cdot10^{-15}$ Вб – квант магнитного потока [3]. В отдельных экспериментах [4–6] достигнута разрешающая способность порядка $\delta\Phi = 10^{-6}\Phi_0/\sqrt{\text{Гц}} = 2,07\cdot10^{-21}\,\text{Вб}/\sqrt{\text{Гц}}$.

Проведем оценку относительного удлинения $\Delta L/L$ стержня из магнитострикционного материала сечением S, которое вызывает изменение магнитного потока, пронизывающего стержень, $\Delta\Phi = \delta\Phi$, если последний размещен во внешнем поле H. Простейшей характеристикой обратного магнитострикционного эффекта является постоянная магнитострикционной чувствительности Λ, которая связывает изменение магнитной индукции в материале с упругим напряжением, вызывающим это изменение [7]. Обычно Λ имеет значение порядка $2\cdot10^{-9}$ Тл/Па (и выше). Упругое напряжение, возникающее в стержне вследствие его удлинения, определяется законом Гука. Для оценки воспользуемся типичным значением модуля Юнга у твердых тел, $E = 200$ ГПа. Тогда $\delta\Phi = \Delta\Phi = S\Lambda E\frac{\Delta L}{L}$ и, полагая $S = 2\cdot10^{-2}\,\text{м}^2$ ($= 200\,\text{см}^2$), получаем минимальное обнаружимое удлинение $\delta L/L = 2,5\cdot10^{-22}/\sqrt{\text{Гц}}$.

Чтобы такое удлинение $\delta L/L$ действительно можно было бы зарегистрировать, необходимо, кроме того, чтобы флуктуации магнитного потока $\delta\Phi_{\text{м}}$, генерируемые "самим" магнитострикционным стержнем, были малы по сравнению с найквистовским шумом SQUID'а. Попробуем в этом убедиться.

В качестве эмпирической оценки сверху спектральной плотности шума ферромагнитного сердечника можно привести данные из ранних работ по магнитной энцефалографии, когда биомагнитное поле регистрировалось без использования SQUID'a [3, 8]. В этих экспериментах общий шум катушки с сердечником при $T = 300\,\text{K}$ ("комнатная" температура) составлял $3 \cdot 10^{-17}\,\text{Вб}/\sqrt{\text{Гц}}$. По утверждению автора [8], эта величина определялась найквистовским шумом сопротивления катушки, то есть шум ферритового сердечника был значительно меньше.

Чтобы произвести теоретическую оценку $\delta\Phi_\text{м}$, воспользуемся флуктуационно-диссипативной теоремой [9]. Тогда

$$\langle \delta\Phi_\text{м}^2 \rangle = \frac{\hbar}{\pi} \int_0^\infty \alpha''_\text{м}(\omega) \operatorname{cth}(\hbar\omega/2kT)\, d\omega,$$

где $\alpha''_\text{м}(\omega)$ – мнимая часть обобщенной восприимчивости магнитной системы на частоте ω, $\operatorname{cth}(\hbar\omega/2kT) = 2[(\exp(\hbar\omega/kT) - 1)^{-1} + 1/2]$ – множитель, учитывающий бозе-статистику "магнитных осцилляторов" и вклад нулевых колебаний. Обобщенная восприимчивость системы выражается через магнитную восприимчивость $\chi(\omega)$ магнитострикционного цилиндра в виде $\alpha_\text{м}(\omega) = (S\mu_0/L)\chi(\omega)$, где μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, L и S – длина и сечение цилиндра. Мнимую часть магнитной восприимчивости можно оценить, подставляя экспериментальные данные по ферромагнитному резонансу в формулу для $\chi''(\omega)$, полученную из решения блоховских уравнений [10]:

$$\chi''(\omega) = \frac{\chi''_0 \omega_0(B)\tau}{1 + (\omega - \omega_0(B))^2\tau^2}$$

(при этом мнимая часть обобщенной восприимчивости оказывается нечетной функцией $\alpha''_\text{м}(\omega, B) = -\alpha''_\text{м}(-\omega, -B)$ благодаря изменению знака резонансной частоты $\omega_0(B)$ при смене знака магнитного поля B). Так, например, для железо-иттриевого граната, находящегося в поле $B = 0{,}11\,\text{Тл}$, $\chi''_0 = 1{,}3 \cdot 10^{-7}$, $\omega_0(B)/2\pi = 3{,}3 \cdot 10^9\,\text{Гц}$, а время поперечной релаксации $\tau = 1{,}7 \cdot 10^{-6}/2\pi\,\text{с}$. Определив таким образом подынтегральное выражение, в формуле, передающей смысл флуктуационно-диссипативной теоремы, можно получить частотную зависимость спектральной плотности шума, генерируемого стержнем:

$$\delta\Phi_\text{м}^2(\omega) = \frac{\mu_0\hbar S}{\pi L} \frac{\chi''_0 \omega_0(B)\tau}{1 + (\omega - \omega_0(B))^2\tau^2} \operatorname{cth}(\hbar\omega/2kT).$$

При $kT \gg \hbar\omega$ $\operatorname{cth}(\hbar\omega/2kT) \to 2kT/\hbar\omega$, тогда

$$\delta\Phi_\text{м}(\omega) = \left[\frac{2\mu_0 SkT}{\pi L\omega} \frac{\chi''_0 \omega_0(B)\tau}{1 + (\omega - \omega_0(B))^2\tau^2}\right]^{1/2}.$$

Из последней формулы следует, что при $\omega \to 0$ спектральная плотность зависит от частоты аналогично спектру фликкер-шума (то есть $1/f$-шума).

К примеру, на частоте $1000\,\text{Гц}$ в полосе $1\,\text{Гц}$ шум, генерируемый магнитострикционным стержнем с размерами $L = 1\,\text{м}$ и $S = 2 \cdot 10^{-2}\,\text{м}^2$ при $T = 4{,}2\,\text{K}$ ("гелиевая" температура), составляет согласно последней формуле $\delta\Phi_\text{м} = 1{,}5 \cdot 10^{-22}\,\text{Вб}/\sqrt{\text{Гц}}$. Сравнивая полученное значение $\delta\Phi_\text{м}$ с найквистовским шумом SQUID'a $\delta\Phi = 2{,}07 \cdot 10^{-21}\,\text{Вб}/\sqrt{\text{Гц}}$, можно убедиться, что флуктуации магнитного потока, вызываемые стержнем, должны быть достаточно малыми и не должны снижать разрешающей способности системы. Значение $\delta\Phi_{\text{м}}$, определенное выше, соответствует поперечным флуктуациям потока, однако простой тригонометрический пересчет вклада поперечных флуктуаций в продольные (с которыми и следовало бы сравнивать найквистовский шум SQUID'а) показывает, что они малы даже по сравнению с $\delta\Phi_{\text{м}}$ в меру малости $\delta\Phi_{\text{м}}/\Phi$, где Φ – постоянный продольный магнитный поток. Масштаб флуктуаций магнитного потока, полученный из теории Гинзбурга–Ландау, качественно совпадает с приведенной выше оценкой. Также было показано, что возмущения магнитного момента цилиндра, вызванные термодинамическими флуктуациями температуры (магнонный вклад) [9, 11], в низкотемпературной области тоже достаточно малы. Разумеется, приведенные оценки следовало бы дополнить прямыми измерениями флуктуаций магнитного потока в магнитострикционных материалах при гелиевых температурах, что делает актуальным постановку такого эксперимента.

Таким образом, схематично представленная выше регистрирующая система способна в принципе зафиксировать относительное удлинение на уровне $2,5 \cdot 10^{-22}/\sqrt{\text{Гц}}$, что сопоставимо по абсолютной величине с амплитудой возмущения метрического тензора $h = \sqrt{h_{yz}^2 + h_{zz}^2}$, вызываемого прохождением (в направлении X) гравитационной волны интенсивностью порядка 10 эрг/см^2·с (частота $f = 10^3$ Гц) [12]. В принципе это дает возможность использовать предлагаемую схему в качестве приемника гравитационных волн указанной интенсивности. Здесь в определенной степени возможна аналогия с применением пьезоэлектрических кристаллов для регистрации гравитационного излучения [13].

Отметим некоторые особенности измерения отклика от магнитострикционного преобразователя. Магнитострикционный цилиндр естественным способом связывается со SQUID'ом посредством сверхпроводящего трансформатора потока. При учете коэффициента передачи трансформатора потока общая чувствительность системы по потоку может несколько снизиться. Так в работе [14] при чувствительности SQUID'а $\delta\Phi = 6 \cdot 10^{-7}\Phi_0/\sqrt{\text{Гц}}$ разрешающая способность, приведенная ко входу трансформатора потока, составляла $2 \cdot 10^{-5}\Phi_0/\sqrt{\text{Гц}}$, что соответствовало оптимальному коэффициенту передачи 0,01 ($T = 4,2$ K). Однако путем экранирования приемного витка трансформатора дополнительным внешним сверхпроводящим кольцом можно эффективно уменьшить индуктивность приемного витка и, таким образом, увеличить коэффициент передачи трансформатора потока. В расчетах использовалось значение коэффициента передачи 1. Преимуществом данного метода является то, что приемный виток можно располагать вокруг цилиндра без механического контакта с ним, не снижая общей добротности системы. Внешнее поле вводится так же просто при помощи небольшой сверхпроводящей катушки с замороженным потоком (в дальнейшем, намагнитив цилиндр до его "рабочей точки", внешнее поле можно вывести). Если использовать в качестве детектора пьезомагнетики (CoF_2, MnF_2), можно вообще обойтись без внешнего подмагничивания, правда, для сохранения чувствительности сечение цилиндра придется увеличить примерно на два порядка.

Характерной чертой предложенной схемы регистрации является ее в некоторой степени естественная защищенность от паразитных воздействий, никак не связанных с прохождением гравитационной волны (вызванных, скажем, сейсмическими колебаниями). Магнитный отклик в такой системе должен возникать только вследствие удлинения магнитострикционного цилиндра, и в первом приближении не зависит от поступательного движения цилиндра как целого. Также может иметь место и подавление паразитного сигнала, отвечающего повороту оси цилиндра. Действительно, измеряемый магнитный поток в равновесном положении оси максимален, и в силу того, что первая вариация потока вблизи максимума имеет нулевое значение, отклик системы на поворот оси в первом приближении также окажется нулевым.

Ограничение разрешающей способности по относительному удлинению "чисто механического" происхождения в случае магнитострикционного преобразователя не должно качественно отличаться от аналогичного ограничения разрешающей способности других гравитационных приемников. Рассмотрим ограничение, накладываемое продольными упругими колебаниями магнитострикционного цилиндра, для чего воспользуемся флуктуационно-диссипативной теоремой, которая позволяет определить спектральную плотность шумового "удлинения" цилиндра δL^2. Для упругих колебаний частотная зависимость мнимой части обобщенной восприимчивости отличается от аналогичной зависимости у рассмотренных выше магнитных флуктуаций

$$\alpha_L''(\omega) = \frac{8}{\pi^2 m} \frac{\omega\omega_n/Q_n}{(\omega^2 - \omega_n^2)^2 - (\omega\omega_n)^2/Q_n^2}.$$

Такая частотная зависимость восприимчивости приводит в пределе $kT \gg \hbar\omega$ к независимости спектральной плотности шумового удлинения от частоты (то есть шум оказывается "белым"). Тогда интенсивность флуктуаций относительного удлинения может быть представлена в виде $(\delta L/L)^2 = 16kT/\pi^6 S Q_n V_s^3 \rho n^3$. Здесь m – масса цилиндра, ρ – плотность магнитострикционного материала, Q_n – механическая добротность системы, ω_n – резонансная частота, n – номер обертона (целое нечетное число), V_s – скорость продольного звука. Ограничение разрешающей способности при гелиевых температурах, соответствующее младшему обертону с добротностью порядка 10^3, составляет $\delta L/L = 10^{-20}/\sqrt{\text{Гц}}$. Очевидно, что этот шумовой порог можно существенно понизить, увеличивая насколько возможно добротность Q_n, а также площадь сечения цилиндра S (в численной оценке для S принято $2 \cdot 10^{-2}\,\text{м}^2$, $\rho = 8 \cdot 10^3\,\text{кг/м}^3$, $V_s = 5 \cdot 10^3\,\text{м/с}$. При этом больший эффект следует ждать именно от увеличения S, поскольку в этом случае вместе с уменьшением $(\delta L/L)^2$ растет "чувствительность" $(\Delta\Phi = S\Lambda E(\Delta L/L))$, увеличение которой, помимо остального, "компенсирует" и рост магнитных флуктуаций $\delta\Phi_{\text{м}}^2(\omega)$, пропорциональных S, так что магнитное шумовое удлинение $\delta L_{\text{м}}^2/L^2 = \delta\Phi_{\text{м}}^2(\omega)/S^2\Lambda^2E^2$ уменьшается с ростом S как $1/S$.

В заключение отметим еще одну особенность магнитострикционного детектора. Как видно из представленных формул, флуктуации $\delta L/L$ не зависят от длины цилиндра L, а амплитуда рассмотренных ранее магнитных флуктуаций $\delta\Phi_{\text{М}}(\omega)$ пропорциональна $1/\sqrt{L}$, то есть зависит от L слабо. Учитывая, что "чувствительность" предлагаемой системы регистрации не зависит от длины цилиндра $(\Delta\Phi = S\Lambda E(\Delta L/L))$, можно заключить, что в выборе L имеется достаточный произвол. В случае пьезоэлектрического детектора такой произвол невозможен, ибо его "чувствительность" пропорциональна линейному размеру $(\Delta U = \frac{LdE}{\epsilon_0\epsilon}\frac{\Delta L}{L}$, где ΔU – разность потенциалов, вырабатываемая датчиком, d – пьезоэлектрический модуль, $\epsilon_0\epsilon$ – диэлектрическая проницаемость). Такая "свобода выбора" L позволяет создать компактный магнитострикционный детектор гравитационых волн. В то же время следует отметить, что для оценки чувствительности системы были использованы "оптимистичные" значения таких параметров, как коэффициент передачи трансформатора потока, чувствительность SQUID'а и др., достичь которые в реальной установке достаточно непросто.

---

1. К.П.Белов, Магнитострикционные явления и их технические приложения. М.: Наука, 1987.
2. К.А.Путилов, Курс физики, т. 2. М.: Физ.-мат. лит., 1963.
3. Слабая сверхпроводимость. Сборник статей под редакцией Б.Б.Шварца, С.Фонера, М.: Мир, 1980.
4. R.F.Voss, R.B.Laibowitz, S.I.Raider, and J.Clarke, J. Appl. Phys. **51**, 2306 (1980).
5. M.B.Ketchen and F.Voss, Appl. Phys. Lett. **35**, 812 (1979).
6. J.Clarke, IEEE Trans. Electron Dev. **ED-27**, 1896 (1980).
7. Г.М.Свердлин, Прикладная гидроакустика, Л.: Судостроение, 1990.
8. D.Cohen, Science **161**, 784 (1968).
9. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Статистическая физика, часть 1. Теоретическая физика, т. 5. М.: Физ.-мат. лит., 1976.
10. Н.М.Померанцев, В.М.Рыжков, Г.В.Скроцкий, Физические основы квантовой магнитометрии. М.: Физ.-мат. лит., 1972.
11. Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский, Статистическая физика, часть 2. Теоретическая физика, т. 9. М.: Физ.-мат. лит., 1978.
12. И.Бичак, В.Н.Руденко, Гравитационные волны и проблема их обнаружения. М.: МГУ, 1987.
13. J.Weber, Phys. Rev. **117**, 306 (1960).
14. M.B.Ketchen and J.M.JAycox, Appl. Phys. Lett. **40**, 736 (1982).