

ЗАВИСИТ ЛИ НЕЗАТУХАЮЩИЙ ТОК (PERSISTENT CURRENT) В КВАНТОВЫХ КОЛЬЦАХ ОТ МЕЖЭЛЕКТРОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ?

А.О.Говоров, А.В.Чаплик, Л.Вендлер, В.М.Фомин**

*Институт физики полупроводников Сибирского отделения РАН
630090 Новосибирск, Россия*

** Университет Галле, Германия*

Поступила в редакцию 21 сентября 1994 г.

В предельном случае сильной корреляции электронов, образующих вигнеровскую молекулу в одномерном кольце, выяснен механизм "исключения" кулоновского взаимодействия из выражения для PC и показано, в каких случаях теории с учетом взаимодействия и без него приводят к различным результатам.

Незатухающие токи (PC – Persistent current) в квазиодномерных кольцевых структурах обсуждаются в литературе уже довольно давно [1, 2]. Интерес к этому вопросу оживился в последние годы в связи с успехами субмикронной технологии, сделавшими возможными эксперименты как с ансамблем колец [3, 4], так и с одиночными кольцами [5]. В работе Майи, Шапелье и Бенуа [5] измерялась намагниченность одиночного кольца двумерных электронов в гетероструктуре GaAs-GaAlAs. Было показано, что экспериментальные результаты неожиданно хорошо описываются теорией свободных (невзаимодействующих) электронов. Существенно, что длина свободного пробега электронов в исходном материале в 4 – 5 раз превышала диаметр колец, то есть осуществлялся баллистический режим.

Эксперимент [5] стимулировал ряд теоретических работ, в которых авторы с разной степенью общности доказывают независимость PC от межэлектронного взаимодействия. Так в работах [6] утверждается, что электрон-электронное взаимодействие W не влияет на PC, если выполняется условие коммутации $[\hat{L}_z W] = 0$, где \hat{L}_z – проекция суммарного орбитального момента системы на направление магнитного поля, которое перпендикулярно плоскости кольца. Легко видеть, что данное утверждение чересчур сильно. Приведенному условию удовлетворяет любое взаимодействие, зависящее лишь от попарных разностей координат электронов.

Теперь представим себе, что имеется лишь два электрона, взаимодействующих друг с другом не просто по Кулону, а по какому-либо "молекулярному" закону (например, по Леннард-Джонсу). Тогда электроны образуют пару, равновесное расстояние между ними будет определяться параметрами потенциала и может быть много меньше радиуса кольца. Ясно, что в этом случае осцилляции PC как функции магнитного потока будут происходить с периодом $\Phi_0/2$ ($\Phi_0 = hc/e$), что отнюдь не совпадает со случаем невзаимодействующих электронов, когда период равен Φ_0 .

В работе [7] рассматривается одномерный кольцевой вигнеровский кристалл, причем используется модельный гамильтониан сплошной струны, что справедливо в длинноволновом приближении. Авторы получили правильные выражения для баллистического PC, но из комментариев к ним складывается впечатление, что имеется совпадение с теорией свободных электронов также

и в высокотемпературном пределе. Однако простое сопоставление с этой теорией (см. [8]) обнаруживает существенное (показатель экспоненты!) различие двух выражений при $T \gtrsim NB$, где N – число электронов в кольце, B – вращательный квант.

В настоящем сообщении мы рассматриваем дискретную модель – N -электронную молекулу, которая образуется, естественно, при достаточно низкой плотности частиц, когда корреляционная энергия существенно превышает энергию Ферми. Соответствующая оценка получается из сравнения кинетической, $N^2\hbar^2/(ma^2)$, и потенциальной, $N\bar{e}^2/a$, энергий (a – радиус кольца, m – эффективная масса, \bar{e} – эффективный, то есть с учетом диэлектрической проницаемости, заряд). Видно, что кулоновские эффекты доминируют при $a > Na^*$, где a^* – эффективный боровский радиус.

Кольцевая молекула обладает одной вращательной и $N-1$ колебательными степенями свободы (баллистический режим, пиннинга нет). Легко показать, что последние не оказывают влияния на полный РС. Для этого в исходном гамильтониане молекулы в магнитном поле H

$$\hat{H} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{2m} \left(\hat{P}_k - \frac{e}{c} A_k \right)^2 + W \quad (1)$$

совершим переход к переменным Якоби:

$$\varphi_0 = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N \varphi_k, \quad \theta_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\sqrt{1 \cdot 2}}, \quad \theta_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2 - 2\varphi_3}{\sqrt{2 \cdot 3}}, \dots \quad (2)$$

Здесь φ_k – азимутальные углы, дающие положения частиц на окружности, $\hat{P}_k = -i(\hbar/a)\partial/\partial\varphi_k$, $A_k = Ha/2$ и не зависит от k . В новых переменных и для новой искомой функции

$$\chi = \exp(-i\varphi_0\lambda\sqrt{N})\psi(\varphi_0; \theta_1, \dots, \theta_{N-1}), \quad \lambda \equiv \Phi/\Phi_0,$$

получим уравнение, не содержащее магнитного поля:

$$-B \left(\frac{\partial^2}{\partial\varphi_0^2} + \sum_{k=1}^{N-1} \frac{\partial^2}{\partial\theta_k^2} \right) \chi + W\chi = E\chi, \quad B \equiv \frac{\hbar^2}{2ma^2}. \quad (3)$$

Решение, очевидно, имеет вид $\chi = f(\theta_k)\exp(i\kappa\varphi_0)$, а энергия равна $E = E_{int} + B\kappa^2$, где E_{int} – чисто колебательная энергия, соответствующая внутренним степеням свободы θ_k , не зависит от магнитного потока Φ . Условие периодичности при повороте всей системы как целого на угол 2π ($\varphi_0 \rightarrow \sqrt{N}\cdot 2\pi$, $\theta_k \rightarrow \theta_k$) дает определение κ :

$$(\lambda\sqrt{N} + \kappa) \frac{2\pi}{\sqrt{N}} = 2\pi J,$$

где J – целое. Отсюда вращательная энергия равна

$$E_{rot} = E - E_{int} = \frac{B}{N}(J - N\lambda)^2. \quad (4)$$

Формула (4) соответствует энергии плоского ротатора с радиусом a , массой Nm и зарядом Ne в магнитном поле H . Вообще говоря, это дает РС,

осциллирующий при изменении H с периодом Φ_0/N . Однако симметрия вигнеровской молекулы и принцип Паули ограничивают возможные значения вращательного квантового числа J . Для двухэлектронной "молекулы" это хорошо известная проблема орто- и парасостояний: $J = 0, \pm 2, \pm 4, \dots$, если полный спин $S = 0$, и $J = \pm 1, \pm 3, \dots$ для $S = 1$. Для трех электронов ситуация аналогична молекуле NH_3 (см. [9]). В суперорто-состоянии ($S = 3/2$) симметрия терма A_2 , возможные значения $J = 0, \pm 3, \pm 6, \dots$; в орто-парасостоянии ($S = 1/2$) симметрия E , $J = \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 5, \dots$

Рассмотрим N -электронную кольцевую молекулу в суперорто-состоянии $S = N/2$. Вследствие симметрии равновесного расположения частиц вращение на угол $2\pi/N$, дающее множитель $\exp(i2\pi J/N)$ в волновой функции, эквивалентно циклической перестановке N тождественных фермионов, что дает фактор $(-1)^{N-1}$. Отсюда находятся возможные значения J :

$$J = nN + N(N-1)2, \quad (5)$$

где n – произвольное целое. Для нечетных N получается $J = N \times$ целое, для четных N должно быть $J = N \times$ полуцелое. Остальные значения J возможны только при $S < N/2$.

Отметим здесь известную также из других примеров существенную зависимость свойств одномерной системы фермионов от четности числа частиц.

Для нахождения тока достаточно вычислить вращательную часть статистической суммы системы. Поскольку речь идет об одной молекуле (одиночное кольцо), находящейся в тепловом равновесии с окружением (гетероструктура + подложка и т.д.), следует использовать распределение Гиббса для подсистемы. Для нечетных N имеем

$$Z_N = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \exp[-\beta BN(k-\lambda)^2], \quad \beta = 1/T, \quad (6a)$$

а для четных N

$$Z_N = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \exp[-\beta BN(k-\lambda-1/2)^2]. \quad (6b)$$

При низких температурах ($T \ll NB$) в рядах (6a), (6b) существен лишь один член, и для РС получается формула:

$$I = cT \frac{\partial \ln Z}{\partial \Phi} = (-1)^N \frac{2eBN}{h} \left[\frac{\Phi}{\Phi_0} - I_n t \left(\frac{\Phi}{\Phi_0} + \frac{1}{2} \right) \right], \quad (7)$$

которая действительно совпадает с результатом для невзаимодействующих электронов. Однако при $T \gtrsim NB$ из (6a), (6b) следует

$$I = (-1)^N \frac{4\pi cT}{\Phi_0} \exp\left(-\frac{\pi^2 T}{NB}\right) \sin \frac{2\pi \Phi}{\Phi_0}. \quad (8)$$

Здесь выписан лишь главный член разложения I в ряд Фурье по Φ/Φ_0 , которое следует из (6a), (6b) после применения формулы суммирования Пуассона. Выражение (8) совпадает с полученным Криве и др. [7], рассматривавшими систему "бесспиновых" фермионов, то есть фактически случай полной спиновой

поляризации ($S = N/2$). Однако оно отличается от высокотемпературного предела для свободных электронов (см. [8]; в формуле этой работы необходимо совершить очевидный переход от тонкого цилиндра к одномерному кольцу):

$$I_{св} = -\frac{4\pi cT}{\Phi_0} N \exp\left(-\frac{\pi^2 T}{B}\right) \sin \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0}, \quad (9)$$

как T -, так и N -зависимостью. Это вполне естественно, так как выражение (8) соответствует высоким температурам, но все еще молекуле, не диссоциированной на свободные частицы.

Как видно из изложенного, совпадение результатов для сильно коррелированных и свободных электронов имеет место отнюдь не всегда, а лишь при достаточно низкой температуре, и связано с высокосимметричной равновесной конфигурацией частиц, обусловленной их сильным отталкиванием. Кроме того, как легко убедиться на примере двух- и трехэлектронной системы, РС при $T = 0$ зависит от полного спина, меняя знак при переходе от $S = 1$ к $S = 0$ или от $S = 3/2$ к $S = 1/2$. Это необходимо иметь в виду при обсуждении проблемы в часто используемой модели бесспиновых фермионов.

Двое из нас (А.Г. и А.Ч.) благодарят за поддержку данной работы Международный научный фонд (ISF) и фонд "Университеты России". В.Ф. благодарен фонду Александра Гунбольдта за финансовую поддержку.

-
1. M.Büttiker, Y.Imry, and R.Landauer, Phys. Lett. **96A**, 365 (1983).
 2. R.Landauer and M.Büttiker, Phys. Rev. Lett. **54**, 2049 (1985).
 3. L.P.Levy, G.Dolan, J.Dunsmir, and H.Banchiat, Phys. Rev. Lett. **63**, 2074 (1990).
 4. V.Chandrasekhar, R.A.Webb, M.J.Brandy, et al., Phys. Rev. Lett. **67**, 3578 (1991).
 5. D.Mailly, C.Chapelier, and A.Benoit, Phys. Rev. Lett. **70**, 2020 (1993).
 6. D.Müller-Groeling, H.A.Weidemüller, and C.H.Lewenkopf, Europhys. Lett. **22**, 193 (1993).
A.Müller-Groeling and H.A.Weidemüller, Phys. Rev. **B49**, 4752 (1994).
 7. I.V.Krive, R.I.Shekhter, S.M.Girvin, and M.Jonson, Preprint 1993.
 8. I.O.Kulik, JETP Lett. **11**, 275 (1970).
 9. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Квантовая механика, М.: Наука, 1974, стр.488.