Письма в ЖЭТФ, том 60, вып.11, стр.806 - 809 

# НЕГАУССОВЫ ФЛУКТУАЦИИ ТОКА И НАПРЯЖЕНИЯ В КВАНТОВЫХ ПРОВОДНИКАХ

*Г.Б.Лесовик*

*Институт физики твердого тела РАН*
*142432 Черноголовка, Россия*

Поступила в редакцию 8 ноября 1994 г.

В квантовом проводнике флуктуации тока и напряжения негауссовы. Обсуждаются различные источники негауссовости. В качестве примера явления, где негауссовость существенна, рассмотрен сдвиг частоты джозефсоновской генерации.

В неравновесном состоянии статистика переноса заряда через проводник, как правило, негауссова. Классический хорошо известный тому пример – это электронный ток в катодных лампах в режиме насыщения. Как было указано Шоттки [1], статистика переноса в этом случае может считаться пуассоновской с характеристической функцией

$$\chi_p(\Lambda) = \langle \exp(i\Lambda N)\rangle = \exp[\exp(i\Lambda) - 1]\langle N\rangle. \tag{1}$$

Здесь $\langle N\rangle$ – среднее число прошедших через лампу электронов, скобки $\langle\rangle$ означают усреднение. Наличие флуктуаций при этом связано с дискретностью заряда электронов. Это хорошо видно из выражения для среднего квадрата флуктуации перенесенного заряда $Q$ [1]: $\langle\delta Q^2\rangle = te\langle I\rangle$. Действительно, зафиксировав ток и устремив заряд $e$ к нулю получим $\langle\delta Q^2\rangle = 0$ . Другой пример - это биномиальное распределение заряда перенесенного через когерентный квазиодномерный проводник с прозрачностью $T$ , изученное в работах [2]. При условии $V \gg \Theta$, где $V$ – тянущее напряжение, $\Theta$ – температура, характеристическая функция такого распределения

$$\chi_b(\Lambda) = \left[1 + T(\exp(i\Lambda) - 1)\right]^{\langle N\rangle/T}. \tag{2}$$

При этом квадрат флуктуаций заряда $\langle\delta Q^2\rangle = te\langle I\rangle(1-T)$ опять-таки обращается в нуль при $e = 0$. Квантовый дробовой шум обусловлен дискретностью заряда, как и классический, и вероятностной природой туннелирования электронов через барьер. Существенным для дальнейшего обсуждения будет то, что для двух упомянутых случайных процессов кубические (а также все нечетные) неприводимые корреляторы отличны от нуля $\langle\langle\delta Q^3\rangle\rangle = e^2t\langle I\rangle$ для пуассоновского процесса, и $\langle\langle\delta Q^3\rangle\rangle = e^2t\langle I\rangle(1-T)(1-2T)$ – для бернуллиевского. Здесь двойные скобки $\langle\langle\rangle\rangle$ означают неприводимый коррелятор. Приведем, наконец, последний пример. В мезоскопическом когерентном проводнике изменение положения одной примеси приводит к изменению полной проводимости $G = R^{-1}$ на величину порядка [3]

$$\delta G \sim \frac{e^4}{\hbar^2}R.$$

Флуктуации тока из-за скачков примеси, без учета других источников шума можно представить как $\delta I(t) = \delta G(t)V$. Характеристическая функция

$$\chi_{im}(\Lambda) = \exp\left([i\Lambda \int_0^{t_0} \delta I(t)dt]\right),$$

для случая одной мобильной примеси на временах $t_0 \gg \Gamma^{-1}$:

$$\chi_{im}(\Lambda) = \exp\left[-t_0\Lambda^2 (\Delta GV)^2 \frac{\gamma_1\gamma_2}{\Gamma^3}\left(1 - i\Lambda\Delta GV\frac{\Delta\gamma}{\Gamma^2}\right)^{-1}\right]. \quad (3)$$

Здесь $\gamma_1$ – обратное время перехода из состояния 1 с кондактансом $G_1$ в состояние 2 с кондактансом $G_2$ , $\gamma_2$ - скорость обратного перехода; $\Delta G = G_1 - G_2$; $\Delta\gamma = \gamma_1 - \gamma_2$; $\Gamma = \gamma_1 + \gamma_2$. Ясно, что и флуктуации напряжения в цепи со стабилизированным током, содержащей источники негауссовых флуктуационных токов, будут также иметь нетривиальную статистику с ненулевыми неприводимыми корреляторами старших порядков. Обсудим, какие это будет иметь последствия на примере джозефсоновской генерации. Влияние флуктуаций напряжения на ширину линии анализировалось в работе [4] в предположении, что флуктуации гауссовы. В результате усреднения по флуктуациям выражения

$$\Phi(t) = \langle I(t')I(t'+t) = \langle \mathrm{Re}\exp\left[i\frac{2e}{\hbar}\int_0^t (V_0 + \delta V(t'))\,dt'\right]\rangle,$$

характеризующего генерацию с затуханием, авторы [4] получили:

$$\Phi(t) \sim \mathrm{Re}\exp\left(i\omega_J t - \lambda(t)t\right), \quad (4)$$

где при $t \to 0$

$$\lambda(t) = t\frac{1}{2}\left(\frac{2e}{\hbar}\right)^2 \langle\delta V^2(0)\rangle,$$

при $t \to \infty$

$$\lambda(t) = \frac{1}{2}\left(\frac{2e}{\hbar}\right)^2 \langle\delta V^2_{\omega=0}\rangle.$$

Здесь $\langle\delta V^2_{\omega=0}\rangle$ - фурье-образ парного коррелятора на малой частоте, $\omega_J = \frac{2e}{\hbar}V_0$. Для негауссовых флуктуаций вместо выражения (4) получим

$$\Phi(t) \sim \mathrm{Re}\exp\left([i\omega_J t - \lambda(t)t + i\Delta\omega_J(t)t]\right).$$

При этом

$$-\lambda(t)t = \sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{i2e}{\hbar}\right)^{2k}\frac{1}{(2k)!}\int\ldots\int^t dt_1\ldots dt_{2k}\langle\langle\delta V(t_1)\ldots\delta V(t_{2k})\rangle\rangle, \quad (5)$$

$$i\Delta\omega_J t = \sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{i2e}{\hbar}\right)^{2k+1}\frac{1}{(2k+1)!}\int\ldots\int_0^t dt_1\ldots dt_{2k+1}\langle\langle\delta V(t_1)\ldots\delta V(t_{2k+1})\rangle\rangle. \quad (6)$$

В пределе $t \gg \tau_{corr}$, где $\tau_{corr}$ - корреляционное время случайного процесса $\delta V(t)$, из формул (5), (6) получим

$$\Delta\omega_J = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{2e}{\hbar}\right)^{2k+1} \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} \langle\langle \delta V_{\omega=0}^{2k+1} \rangle\rangle, \tag{7}$$

$$\lambda = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{2e}{\hbar}\right)^{2k} \frac{(-1)^{k+1}}{(2k)!} \langle\langle \delta V_{\omega=0}^{2k} \rangle\rangle. \tag{8}$$

Как видно из (7), частота джозефсоновской генерации зависит не только от среднего напряжения на контакте $\langle V \rangle = V_0$, но и от статистики в целом. Формула (8) показывает, что ширина линии определяется не только вторым кумулянтом флуктуаций, но и всеми старшими. При $t \ll \tau_{corr}$ имеем $\Delta\omega_J \sim t^3$, в этом случае скорее следует говорить об "уплывании" частоты, чем о ее сдвиге. Оценим величину эффекта, используя приведенные выше примеры негауссовых процессов. Рассмотрим цепь со стабилизированным током величиной $I$, включающую в себя джозефсоновский переход с нормальным сопротивлением $r$ и соединенный с ним последовательно мезоскопический резистор $R$. Пренебрежем на время всеми флуктуациями кроме флуктуаций сопротивления $R$, это разумное приближение, если примесей меняющих положение много. Тогда

$$\delta V = -I\delta R \approx -I\frac{\delta G}{G^2}.$$

Интересующее нас среднее

$$\Phi(t) = \langle \mathrm{Re}\exp\left[i\frac{2e}{\hbar}\int_0^t \delta V(t)'dt'\right]\rangle = \langle \mathrm{Re}\exp\left[-i\frac{2e}{\hbar}\frac{I}{G^2}\int^t \delta G(t)'dt'\right]\rangle$$

может быть переписано с помощью характеристической функции (3) следующим образом:

$$\Phi(t) = \mathrm{Re}\chi_{im}\left(-\frac{2e}{\hbar}R\right).$$

Тогда сдвиг частоты при $\frac{e}{\hbar}R^2\Delta G I\frac{\Delta\gamma}{\Gamma^2} \gg 1$

$$\Delta\omega_J \simeq \frac{2e}{\hbar}R^2 I\sum_{im}\Delta G\frac{\gamma_1\gamma_2}{\Gamma\Delta\gamma}.$$

В этой формуле вклады от всех примесей предполагаются просуммированными независимо, что является хорошим приближением при $\frac{e^2R}{\hbar} \ll 1$ Оценка для сдвига частоты $\Delta\omega_J \sim \frac{I}{e}\left(\frac{e^2R}{\hbar}\right)^3 N_{im}$ ,где $N_{im}$- число мобильных примесей.

Обратимся теперь к флуктуациям из-за дискретности заряда. Если флуктационные одночастичные токи $\delta j$ через переход много больше критического тока, можно пренебречь нелинейностью джозефсоновского перехода и считать, что $\delta V = -\delta j r$. Тогда

$$\Phi(t) = \mathrm{Re}\chi\left(-\frac{2er}{\hbar}\right),$$

где

$$\chi(\Lambda) = \langle \exp\left[i\Lambda\int^t \delta J dt'\right]\rangle.$$

Предположив, что процесс переноса заряда пуассоновский, получим

$$\Phi(t) = \exp\left(\left[\exp\left(-i\frac{2e^2r}{\hbar}\right) - 1\right]\frac{It}{e} + i\frac{It}{e}\frac{2e^2r}{\hbar}\right),$$

откуда можно заключить, что

$$\Delta\omega_J = \mathrm{Im}\frac{I}{e}\left(\exp\left(-i\frac{2e^2r}{\hbar}\right) - 1 + i\frac{2e^2r}{\hbar}\right)$$

и сдвиг частоты имеет осциллирующую зависимость

$$\Delta\omega_J = \frac{I}{e}\left(\frac{2e^2r}{\hbar} - 1 - \sin\frac{2e^2r}{\hbar}\right),$$

связанную с осцилляцией фазы $[\phi]_{mod\pi} = 2e/\hbar\int\delta V dt$, набираемой при нелировании одного электрона. Такой вывод видимо не вполне корре Проблема состоит в том, что при наличии флуктуирующего напряжения статистика переноса заряда меняется и становится не пуассоновой. Во но, однако, что осцилляции сдвига частоты как функции сопротивлен полностью размываются. Подробно этот вопрос предполагается изуч будущем.

Автор благодарит Л.С.Левитова и Д.Е.Хмельницкого за весьма пол обсуждения. Работа поддержана Российским фондом фундаментальных и дований (грант 93-02-2113) и МНФ (грант M9M000).

---

1. W.Schottky, Ann. d.Phys. **57**, 541 (1918).
2. Г.Б.Лесовик, Письма в ЖЭТФ **49**, 514 (1989); Л.С.Левитов, Г.Б.Лесовик, Пис ЖЭТФ **55**, 534 (1992); **58**, 514 (1993).
3. Б.Л.Альтшулер, Б.З.Спивак, Письма в ЖЭТФ **42**, 363 (1985); S.Feng, P.A.Lee, and A.D Phys. Rev. Lett. **56**, 1960 (1986).
4. А.И.Ларкин, Ю.Н.Овчинников, ЖЭТФ **53**, 2159 (1967).