Письма в ЖЭТФ, том 60, вып.12, стр.861 - 864 

# СВОБОДНАЯ ЭНЕРГИЯ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ОСТРОВОВ С ЧЕТНЫМ И НЕЧЕТНЫМ КОЛИЧЕСТВОМ ЭЛЕКТРОНОВ

*В.П.Минеев*

*Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау РАН*
*117334 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 22 ноября 1994 г.

Для необычных сверхпроводников, имеющих нули в спектре элементарных возбуждений, вычислена разность термодинамических потенциалов с нечетным и четным числом электронов. Показано, что величина тока через сверхпроводящий электрометр с кулоновской блокадой, изготовленный из такого сверхпроводника, не зависит от четности числа электронов в электрометре. Эта зависимость может иметь место только в случае отсутствия нулей в спектре сверхпроводящего материала.

Ток через транзистор (электрометр) с кулоновской блокадой периодически меняется при изменении управляющего напряжения на затворе. Недавнее наблюдение изменения периода тока ($e$ на $2e$) через электрометр в сверхпроводящем состоянии [1] непосредственно продемонстрировало отличие свободных энергий сверхпроводника малых размеров с четным и нечетным числом электронов при низких температурах. Транзистор в работе [1] был изготовлен из алюминия. В связи с известной проблемой идентификации сверхпроводящих состояний высокотемпературных сверхпроводников и сверхпроводящих соединений с тяжелыми фермионами в настоящей работе вычислена указанная разность свободных энергий для сверхпроводников, энергетический спектр которых имеет линии или точки нулей на ферми-поверхности. Показано, что величина тока через электрометр с кулоновской блокадой, изготовленный из такого сверхпроводника, не зависит от четности числа электронов в электрометре. Эта зависимость имеется только в сверхпроводниках с конечной щелью в спектре элементарных возбуждений, как это имеет место в обычных сверхпроводниках. Таким образом, наблюдение удвоения периода тока через сверхпроводящий электрометр при низких температурах скорее всего указывает на обычный характер сверхпроводимости материала, из которого изготовлен электрометр.

Транзистор (электрометр) с кулоновской блокадой представляет собой прямоугольную алюминиевую пленку (островок), занимающую участок электрической цепи между двумя туннельными контактами с емкостями $C_1$ и $C_2$. Размеры пленки в эксперименте [1] были следующие: толщина 200 Å, ширина 600 Å, длина $2\cdot 10^4$ Å. Островок связан емкостью $C_g$ с затвором, позволяющим менять электростатический потенциал островка, прикладывая напряжение $V_g$ (см. рис.1). Квантово-механические состояния островка хорошо определены в условиях достаточно слабой связи островка с внешней цепью, то есть когда сопротивление каждого из контактов $R > h/e^2$, а также при условии, что полная емкость всех контактов $C_\Sigma = C_1 + C_2 + C_g$ достаточно мала, чтобы элементарная электростатическая энергия $E_c = e^2/2C_\Sigma$ была больше $T$. В этих условиях полная электростатическая энергия островка

$$U = \frac{Q^2}{2C_\Sigma} = \frac{(en + C_g V_g)^2}{2C_\Sigma} \qquad (1)$$

является периодической функцией напряжения на затворе (рис.2), поэтому ток через островок при данном напряжении во внешней цепи $V$ будет также периодически зависеть от $C_g V_g$ с периодом $e$.

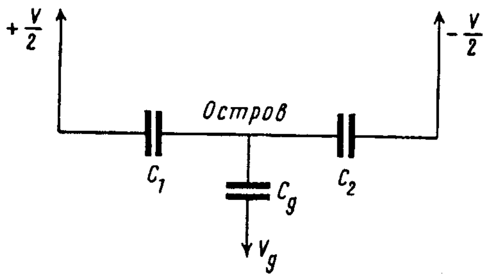


Рис.1

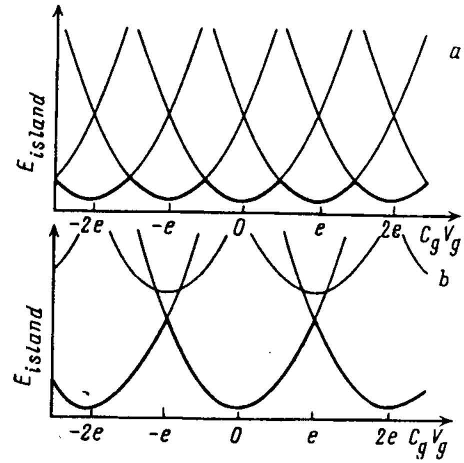


Рис.2

Рис.1. Электрическая схема электрометра с кулоновской блокадой

Рис. 2. Качественное поведение энергии островка как функции заряда $C_g V_g$: $a$ – при $e^2/2C_\Sigma > T$, $e^2/2C_\Sigma > \delta\Omega$, $b$ – при $e^2/2C_\Sigma > T$, $e^2/2C_\Sigma < \delta\Omega$

Так обстоит дело, пока алюминиевый островок находится в нормальном состоянии. В сверхпроводящем состоянии было обнаружено [1], что при температурах ниже 0,3 K (что соответствует $0,4T_C$) пики в токе, соответствующие нечетному количеству электронов на острове, начинают подавляться и зависимость $j = j(C_g V_g)$ становится $2e$-периодической (см. также [2–5]). Естественное объяснение этого явления, предложенное в [1], состоит в том, что свободные энергии (более точно, $\Omega$-потенциалы) островка в сверхпроводящем состоянии с четным и нечетным числами электронов $\Omega_{odd} - \Omega_{even}$ отличаются при $T \to 0$ на величину порядка щели в спектре элементарных возбуждений $\Delta$. Поэтому при выполнении условия $\Delta > E_c > T$ параболы в зависимости $U = U(c_g V_g)$ с нечетными $n$ поднимутся на высоту $\Omega_{odd} - \Omega_{even}$ и станут ненаблюдаемыми (см. рис.2). Соответственно ток $j = j(C_g V_g)$ станет $2e$-периодической функцией $C_g V_g$.

Островок представляет два последовательно включенных джозефсоновских контакта. Теорию джозефсоновского тока для такой схемы легко построить элементарным обобщением фейнмановского подхода [6] к контакту Джозефсона как к двухуровневой квантово-механической системе. Вводя в двухуровневую систему промежуточное состояние, через которое течет постоянный ток при нулевой внешней разности потенциалов, получим

$$j \sim \frac{2e}{\hbar} \frac{E_1 E_2 \sin\phi}{E_{island}}. \qquad (2)$$

Здесь $E_1$, $E_2$ – джозефсоновские энергии контактов 1 и 2, соответственно, $\phi$ – "внешняя" разность фаз (разность фаз между контактами, к которым подключен остров), $E_{island}$ – энергия острова, включающая как электростатическую часть $U$, так и слагаемое, величина которого скачет на $\delta\Omega = \Omega_{odd} - \Omega_{even}$ при изменениях $C_g V_g$, соответствующих смене четности числа электронов на острове. Более аккуратное квантово-механическое рассмотрение тока Джозефсона через остров предложено в работе [7] и обобщено в работе [4].

Согласно работе [3],

$$\delta\Omega = -T \ln \frac{\prod_{k\sigma}(1 + e^{-\beta E_k}) - \prod_{k\sigma}(1 - e^{-\beta E_k})}{\prod_{k\sigma}(1 + e^{-\beta E_k}) + \prod_{k\sigma}(1 - e^{-\beta E_k})} = -T \ln \frac{1 - f(T)}{1 + f(T)}, \tag{3}$$

где

$$f(T) = \prod_{k\sigma} \operatorname{th}(\beta E_k/2). \tag{4}$$

Энергия в спектре элементарных возбуждений

$$E_k = \sqrt{\xi^2 + \Delta_k^2}. \tag{5}$$

В нормальном металле $\Delta_k = 0$, в обычном сверхпроводнике $\Delta_k = \Delta$, в сверхпроводнике типа $A$-фазы $^3$He, щель в спектре которой обращается в нуль в изолированных точках на ферми-поверхности, $\Delta_k^2 = (3/2)\Delta^2(\hat{k}_x^2 + \hat{k}_y^2)$. В сверхпроводнике, щель в спектре которого обращается в нуль на изолированной линии, выберем $\Delta_k^2 = 3\Delta^2 \hat{k}_z^2$, как в полярной фазе.

Вычисление низкотемпературного поведения $f(T)$ дает соответственно

$$f_N(T) = \exp(-\pi^2 N_0 V T), \tag{6}$$

$$f_S(T) = (\operatorname{th} \frac{\Delta}{2T})^{N_{eff}}, \tag{7}$$

$$f_A(T) \approx \exp\left(-\frac{\pi^4}{18} N_0 V \frac{T^3}{\Delta^2}\right), \tag{8}$$

$$f_P(T) = \exp\left(-C N_0 V \frac{T^2}{\Delta}\right). \tag{9}$$

Здесь $N_0$ – плотность состояний, $V$ – объем островка,

$$N_{eff} = 4 N_0 V \int_{\Delta}^{\infty} \frac{E dE}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}} e^{-\frac{E-\Delta}{T}} \approx 2\sqrt{2} N_0 V \sqrt{\Delta T}, \tag{10}$$

$C$ – постоянная порядка единицы.

Для обычных сверхпроводников достаточно малого объема ($N_0 V \approx 4 \cdot 10^3\ \mathrm{K}^{-1}$ в условиях эксперимента [1])

$$\delta\Omega = \Delta - T \ln N_{eff}. \tag{11}$$

Поэтому, если выполнены условия

$$\Delta > e^2/2C_\Sigma > T, \tag{12}$$

то при

$$T < T^* = \Delta/\ln N_{eff} \tag{13}$$

ток через электрометр в состояниях с нечетным числом электронов будет ослаблен.

Для сверхпроводников с нулями в спектре в изолированных точках при достаточно низких температурах

$$T \ll T^* = \Delta^{2/3}(36/\pi^4 N_0 V)^{1/3}, \tag{14}$$

$$\delta\Omega = T\ln\frac{36\Delta^2}{\pi^4 N_0 V T^3}, \tag{15}$$

условия ослабления тока в состояниях с нечетным числом электронов существенно более жесткие:

$$T\ln\frac{36\Delta^2}{\pi^4 N_0 V T^3} > \frac{e^2}{2C_\Sigma} > T. \tag{16}$$

Имеется и другое ограничение возможности наблюдения $2e$-периодичности тока через сверхпроводящий электрометр с кулоновской блокадой, изготовленный из сверхпроводника с нулями в спектре элементарных возбуждений. Сверхпроводящее состояние в таком сверхпроводнике скорее всего будет подавлено в поверхностном слое толщиной $\sim \xi_0$. Плотность состояний в этом слое будет близка к плотности состояний нормального металла. Поэтому разность $\Omega_{odd} - \Omega_{even}$ может остаться экспоненциально малой. Аналогичное рассмотрение верно и для сверхпроводников, спектр которых имеет нули на изолированных линиях на ферми-поверхности.

Итак, удвоение периода тока через сверхпроводящий электрометр с кулоновской блокадой практически реализуемо лишь в сверхпроводниках без нулей в спектре возбуждений. Нули в спектре элементарных возбуждений могут отсутствовать и в нетривиальных сверхпроводящих фазах [8]. Удвоение периода тока, вообще говоря, не позволяет отличить обычные и необычные фазы без нулей в спектре.

Настоящая работа выполнена при частичной финансовой поддержке Международного научного фонда (ISF), грант MGI000.

---

1. M.T.Tuominen, J.M.Hergenrother, T.S.Tighe and M.Tinkham, Phys. Rev. Lett. **69**, 1997 (1992).
2. P.Lafarge, P.Joyez, D.Esteve et al., Phys. Rev. Lett. **70**, 994 (1993).
3. M.T.Tuominen, J.M.Hergenrother, T.S.Tighe and M.Tinkham, Phys. Rev. **B47**, 11599 (1993).
4. P.Joyez, P.Lafarge, A.Filipe et al., Phys. Rev. Lett. **72**, 2458 (1994).
5. A.Amar, D.Song, C.J.Lobb and F.C.Wellstood, Phys. Rev. Lett. **72**, 3234 (1994).
6. R.P.Feynman, R.B.Leighton, and M.Sands "The Feynman lectures on Physics", V.3, Addison-Wesley Publishing Comp., 1963.
7. K.A.Matveev, M.Gisselfält, L.I.Glazman et al., Phys. Rev. Lett. **70**, 2940 (1993).
8. Г.Е.Воловик, Л.П.Горьков, ЖЭТФ **88**, 1412 (1985).