Письма в ЖЭТФ, том 35, вып. 2, стр. 68 – 70 *20 января 1982 г.*

К ТЕОРИИ ГЕНЕРАЦИИ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ ПРИ ОТРАЖЕНИИ СВЕТА ОТ СРЕД С ЦЕНТРОМ ИНВЕРСИИ

В.М.Агранович, С.А.Дарманян

Для неоднородных (ограниченных) сред с центром инверсии выражение для нелинейной поляризации, приводящей к генерации второй гармоники (ГВГ), дополнено в том же порядке по полю новыми слагаемыми, что позволило согласовать теорию с законом сохранения энергии. Полученное выражение для нелинейной поляризации использовано для нахождения граничных условий и амплитуд второй гармоники, возникающей при отражении света от границы изотропной среды.

В течение последних лет в связи с развитием исследований по физике поверхности резко возрос интерес к изучению процессов ГВГ при отражении света от поверхности сред с центром инверсии (см., например, [1]). В таких средах нелинейная часть поляризации, приводящая к ГВГ, в случае изотропной среды имеет вид

$$\mathbf{P}^{NL} = \frac{1}{4\pi}\,[\![\alpha\;\mathbf{E}\,\mathrm{div}\,\mathbf{E} + \beta\,(\mathbf{E}\vec{\nabla})\,\mathbf{E} + \gamma\,[\,\mathbf{E}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{E}\,]\,]\!]. \qquad (1)$$

Здесь, подобно тому как это имеет место в теории гиротропии кристаллов и вообще в теории эффектов пространственной дисперсии, мы сталкиваемся с ситуацией, когда в материальном соотношении, определяющем индукцию, фигурирует не только напряженность электрического поля, но и ее пространственные производные. Соотношение (1) использовалось в большом количестве работ, посвященных теории ГВГ (см. [2 – 4] и цитированную там литературу). Однако, (1) справедливо лишь для безграничной однородной среды. Если же среда является неоднородной или, в частности, ограниченной (когда коэффициенты α, β и γ зависят от координат) в выражении для индукции, содержащем пространственные производные от полей, необходимо принять во внимание также слагаемые, пропорциональные градиентам материальных констант (в [5] это обстоятельство было подчеркнуто применительно к гиротропии). В этом случае выражение для индукци $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$ может быть записано в следующем виде (здесь и ниже частотная дисперсия не принимается во внимание):

$$\mathbf{D} = \epsilon\,\mathbf{E} + \alpha\,\mathbf{E}\,\mathrm{div}\,\mathbf{E} + \beta\,(\mathbf{E}\vec{\nabla})\,\mathbf{E} + \gamma\,[\mathbf{E}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{E}\,] + \mathbf{E}\,(\mathbf{E}\vec{\nabla}\rho) + \mathbf{E}^2\,\vec{\nabla}\kappa\,, \qquad (2)$$

ρ и κ – новые материальные константы.

Для того, чтобы установить связи между материальными константами, входящими в (2), воспользуемся, пренебрегая диссипативными процессами, законом сохранения энергии. Соотношение Пойтинга

$$\frac{1}{4\pi}\left(\mathbf{E}\,\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{H}\,\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t}\right) = -\,\frac{c}{4\pi}\,\mathrm{div}\,[\,\mathbf{E}\,\mathbf{H}\,] \qquad (3)$$

в неограниченной однородной среде с нелинейной поляризацией (1) отвечает закону сохранения энергии поля, если выполняются равенства

$$a = -\beta = -\gamma. \tag{4}$$

Если же среда является неоднородной, то подстановка (2) в (3) при использовании (4) приводит к уравнению

$$\frac{\partial W_0}{\partial t} + \operatorname{div}\mathbf{S}_0 + \frac{\partial E^2}{\partial t}\left(\mathbf{E}\vec{\nabla}\left(\kappa + \frac{\rho}{2} + \frac{a}{2}\right)\right) + E^2\left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\vec{\nabla}\rho\right) = 0, \tag{5}$$

где

$$W_0 = \frac{1}{8\pi}\left(E^2 + H^2 + 2\,aE^2 \operatorname{div}\mathbf{E}\right),\ \mathbf{S}_0 = \frac{c}{4\pi}[\mathbf{E}\,\mathbf{H}] - \frac{aE}{8\pi}\frac{\partial E^2}{\partial t}.$$

Уравнение (5) имеет вид закона сохранения энергии $\frac{\partial W}{\partial t} + \operatorname{div}\mathbf{S} = 0$ лишь при выполнении равенства $\rho = a + 2\kappa$; при этом $W = W_0 + W_1$, $S = \mathbf{S}_0$, где $W_1 = E^2\,(\mathbf{E}\,\vec{\nabla}\rho)/4\pi$. Интересной особенностью выражения для W является появление поверхностной плотности энергии (на резкой границе $z = 0$ соответствующие слагаемые $\sim\delta(z)$). Заметим также, что если в (2) опустить слагаемые, пропорциональные $\nabla\rho$ и $\nabla\kappa$, т.е. считать соотношение (1) справедливым даже для ограниченной среды, как это делалось ранее (см., например, [2]), то согласно (5) на поверхности возникают нефизические источники энергии $\frac{1}{2}\frac{\partial E^2}{\partial t}(\mathbf{E}\vec{\nabla}a)$.

Использование материального соотношения (2) вместо (1) существенно видоизменяет граничные условия для полей на удвоенной частоте. Можно показать, что эти условия имеют вид

$$E_y(l) - E_y(0) = 0,\ E_x(l) - E_x(0) = \frac{2\,\omega i}{c}\,(\mu_1\epsilon_\infty^2 T_z^2 + \mu_2 T_t^2)\sin\theta,$$

$$\mathbf{H}_t(l) - \mathbf{H}_t(0) = \frac{2\,i\,\omega}{c}\,(a - 2\epsilon_\infty\mu_2)\,T_z[\mathbf{T}\,\mathbf{n}]$$

где

$$\mu_1 = \int_0^l \frac{dz}{\epsilon^3(z)}\frac{d}{dz}\,[\,a(z) + 3\kappa(z)\,]\ \ \mu_2 = \int_0^l \frac{dz}{\epsilon(z)}\frac{d}{dz}\,\kappa(z)$$ – характеристика переходного слоя,

n – единичный вектор, направленный в положительном направлении оси z. Нелинейная среда с диэлектрической проницаемостью $\epsilon(z)$ ($\epsilon_\infty \equiv \epsilon(\infty)$), занимает область $z < l$, где l – толщина переходного слоя. Предполагается также, что на поверхность нелинейной среды под углом θ падает излучение с частотой ω, T – определяемая обычными формулами Френеля амплитуда прошедшей волны. Легко показать, что полученные граничные условия приводят в линейной среде (т.е. при $z > l$) к следующим выражениям для поля на удвоенной частоте:

$$E_\perp^R(2\omega) = -\frac{2i\,\omega\,(a - 2\epsilon_\infty\mu_2)}{c\,(\cos\theta + \sqrt{\epsilon_\infty - \sin^2\theta})}\,T_y(\omega)\,T_z(\omega),$$

$$E_\parallel^R(2\omega) = \frac{2i\,\omega}{c\,(\sqrt{\epsilon_\infty}\cos\theta + \sqrt{\epsilon_\infty - \sin^2\theta})}\Big[\!\Big[\,\frac{a}{2}\sin\theta\,T^2(\omega) + \epsilon_\infty\sin\theta\,[\mu_1\epsilon_\infty^2 T_z^2(\omega) + \mu_2 T_t^2(\omega)] +$$

$$+ (a - 2\epsilon_\infty\mu_2)T_x(\omega)\,T_z(\omega)\sqrt{\epsilon_\infty - \sin^2\theta}\,\Big]\!\Big]$$

$E_\perp^R$ и $E_\parallel^R$ – амплитуды волн, поляризованных соответственно перпендикулярно и параллельно плоскости падения $y = 0$.

Полученные соотношения отличаются от известных ранее, и это обстоятельство следует иметь в виду при интерпретации результатов экспериментальных исследований.

Литература

1. *Chen C.K., De Castro A.R.B., Shen Y.R.* Phys. Rev. Lett., 1981, **46**, 145.
2. *Bloembergen N., Chang R.K., Jha S.S, Lee C.H.* Phys. Rev., 1968, **174**, 813,
3. *Rudnick J., Stern E.A.* Phys. Rev., 1971, **B4**, 4274.
4. *Sipe J.E., So V.C.Y., Fukui M., Stereman G.I.* Phys. Rev., 1980, **B21**, 4389.
5. *Агранович В.М., Гинзбург В.Л.* ЖЭТФ, 1972, **63**, 838. *Agranavich V.M., Yudson V.I.* Opt. Comm., 1973, **9**, 58.

Институт спектроскопии
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
3 декабря 1981 г.