

ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД В ДВУМЕРНОЙ СИСТЕМЕ ДИПОЛЕЙ

В.М.Розенбаум, В.М.Огенко

Показано, что задача о фазовом переходе в квадратной решетке диполей (с диполь-дипольным взаимодействием), обладающих осью симметрии четвертого порядка, сводится к двумерной модели Изинга, а потому допускает точное аналитическое решение.

Примером двумерной системы диполей с конечной коммутативной группой симметрии может служить система поверхностных групп, обладающих поворотной степенью свободы. Если число ближайших к группе симметрично расположенных атомов поверхности равно m , то группа будет обладать осью симметрии m -го порядка и фазовый переход будет происходить на фоне случайных поворотных переориентаций между азимутальными потенциальными ямами¹⁾.

Известно, что в двумерных системах с непрерывной группой симметрии при переходе к термодинамическому пределу исчезает дальний порядок, в то время как дипольное взаимодействие стабилизирует последний¹. Поэтому не удивительно наличие дальнего порядка и в рассматриваемой ниже конкретной модели с диполь-дипольным взаимодействием:

$$U_{nm, n+1m} = J [\mathbf{e}_{nm} \cdot \mathbf{e}_{n+1m} - 3 (\mathbf{e}_{nm} \cdot \mathbf{i}) (\mathbf{e}_{n+1m} \cdot \mathbf{i})], \quad (1)$$

$$U_{nm, nm+1} = J [\mathbf{e}_{nm} \cdot \mathbf{e}_{nm+1} - 3 (\mathbf{e}_{nm} \cdot \mathbf{j}) (\mathbf{e}_{nm+1} \cdot \mathbf{j})].$$

Здесь J — энергия диполь-дипольного взаимодействия, \mathbf{e}_{nm} — единичный вектор, указывающий на каждое из четырех возможных направлений ориентации диполя, находящегося в узле (nm) квадратной решетки (см. рис.1), \mathbf{i} , \mathbf{j} — орты вдоль осей x и y . Разложим вектор \mathbf{e}_{nm} на компоненты

$$\mathbf{e}_{nm} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sigma_{nm}^x \mathbf{i} + \sigma_{nm}^y \mathbf{j}), \quad (2)$$

тогда каждое из четырех направлений ориентаций можно задавать парой независимых компонент $\sigma_{nm}^x = \pm 1$, $\sigma_{nm}^y = \pm 1$. Подставляя (2) в (1), получим следующее выражение для полного гамильтониана системы:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} &= \mathcal{H}^x + \mathcal{H}^y, \\ \mathcal{H}^x &= -J \sum_{nm} \sigma_{nm}^x \sigma_{n+1m}^x + \frac{1}{2} J \sum_{nm} \sigma_{nm}^x \sigma_{nm+1}^x, \\ \mathcal{H}^y &= \frac{1}{2} J \sum_{nm} \sigma_{nm}^y \sigma_{n+1m}^y - J \sum_{nm} \sigma_{nm}^y \sigma_{nm+1}^y. \end{aligned} \quad (3)$$

Видно, что исходная система распалась на две не взаимодействующие подсистемы, каждая из которых описывается двумерной моделью Изинга с различающимися константами связи внутри столбца (n) и строки (m)². Конфигурация ориентаций диполей в упорядоченной фазе, отвечающая минимуму гамильтониана (3), изображена на рис.2. Критическая температура T_c перехода в эту фазу определяется уравнением

$$\text{sh} \frac{2J}{k T_c} \text{sh} \frac{J}{k T_c} = 1, \quad (4)$$

откуда $k T_c \cong 1,641 J$.

¹⁾ Фазовый переход в конкретной системе гидроксильных групп поверхности кремнезема рассматривался в³

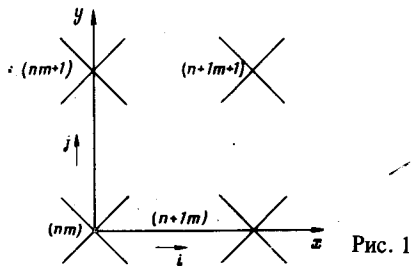


Рис. 1

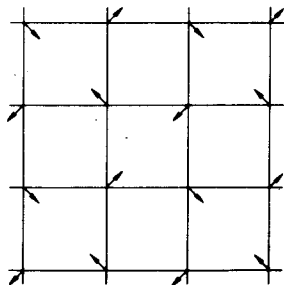


Рис. 2

Заметим, что если угол между ориентациями e_{nm} и осями x , y отличается от 45° , то в (3) появилось бы слагаемое \mathcal{H}^{xy} , описывающее взаимодействие двух изинговских подсистем. Проведенное выше рассмотрение можно обобщить и на n -мерные прямоугольные решетки с числом ориентаций диполей (вдоль главных диагоналей) равным 2^n .

Литература

1. Pokrovsky V.L. Advances in Physics, 1979, 28, 595.
2. Маттис Д. Теория магнетизма, 1967, М.: гл.9.
3. Огенко В.М., Розенбаум В.М. Теор. и эксперим. химия, 1981, 17, 66.

Институт физической химии
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
25 декабря 1981 г.