Письма в ЖЭТФ, том 35, вып.6, стр. 263 – 266 *20 марта 1982 г.*

О U (1)-СУПЕРГРАВИТАЦИИ

А.Гальперин[1]*, В.Огиевецкий, Э.Сокачев*

Предлагается явно ковариантное суперполевое описание нового минимального варианта 1 супергравитации на основе внутренне присущей этому варианту комплексной геометрии.

Недавно широкое внимание привлек новый минимальный вариант 1-супергравитации, содержащий, как и обычный, 12 ферми- и 12 бозе-полей, но отличающийся от последнего их

---

[1] ИЯФ АН УзССР

составом [1-4,1)]. Примечательное свойство нового варианта состоит в наличии в нем локальной киральной $U(1)$-инвариантности, причем калибровочным полем для нее служит вспомогательное поле, а не физическое. Этот новый механизм калибровочной инвариантности, если он останется верным и в квантовой теории, представляется весьма перспективным в теории суперунификации всех взаимодействий на основе $N = 8$-супергравитации.

В настоящей заметке будет изложен явно ковариантный геометрический подход к новому варианту супергравитации, основанный на внутренне присущей ему комплексной геометрии. Ранее он был успешно применен к обычной минимальной[6,7], а также [8] и к неминимальной[9] 1-супергравитациям. Напомним, что суперпространство в этом подходе рассматривается с 4-мя векторными и 4-мя спинорными координатами

$$C^{4,4} = \{ z_L \} = \{ x_L^m , \theta_L^\mu , \bar\varphi_L^{\dot\mu} \} \tag{1}$$

и группа аналитических преобразований в нем "треугольной" структуры

$$\begin{aligned} \delta x_L^m &= \lambda^m (x_L , \theta_L) \\ \delta\theta_L^\mu &= \lambda^\mu (x_L , \theta_L) \\ \delta \bar\varphi_L^{\dot\mu} &= \bar\rho^{\dot\mu} (x_L , \theta_L, \bar\varphi_L) \end{aligned} \tag{2}$$

оставляющая инвариантной комплексное киральное подпространство

$$C^{4,2} = \{ \mathfrak{z}_L \} = \{ x_L^m , \theta_L^\mu \}. \tag{3}$$

Следующий шаг – определение вещественного суперпространства

$$R^{4,4} = \{ z \} \{ x^m, \theta^\mu, \bar\theta^{\dot\mu} \} \tag{4}$$

как гиперповерхности в $C^{4,4}$

$$x^m = \operatorname{Re} x_L^m , \quad \theta^\mu = \theta_L^\mu , \quad \bar\theta^{\dot\mu} = \bar\theta_R^{\dot\mu}$$

$$\mathcal{H}^m (x, \theta, \bar\theta) = \operatorname{Im} x_L^m , \quad \mathcal{H}^\mu = (x, \theta, \bar\theta) = \varphi_R^\mu - \theta_L^\mu , \quad \bar{\mathcal{H}}^{\dot\mu}(x, \theta, \bar\theta) = \bar\varphi_L^{\dot\mu} - \bar\theta_R^{\dot\mu} . \tag{5}$$

Координаты $C^{4,4}/R^{4,4}$ становятся функциями

$$\mathcal{H}^m (x, \theta, \bar\theta), \mathcal{H}^\mu (x, \theta, \bar\theta), \bar{\mathcal{H}}^{\dot\mu} (x, \theta, \bar\theta)$$

от координат $R^{4,4}$.

Они определяют поверхность в $C^{4,4}$ и, одновременно, искривленную геометрию $R^{4,4}$. Преобразования (2) при этом соответствуют конформной супергравитации. Ограничивая их подходящим образом, можно получать группы преобразований Эйнштейновских супергравитаций. Благодаря треугольной структуре группы (2) березинианы (супердетерминанты) преобразований в $C^{4,4}$ и $C^{4,2}$ обладают мультипликативным свойством. Вследствие этого, можно выделять подгруппы группы (2), налагая естественное ограничение

$$\left[\operatorname{Ber}\left(\frac{\partial z_L'}{\partial z_L} \right) \right]^{3n+1} = \left[\operatorname{Ber}\left(\frac{\partial \mathfrak{z}_L'}{\partial \mathfrak{z}_L} \right) \right]^{2n} \tag{6}$$

---

1) Отметим, что его линейная версия встречалась в работе [5] около пяти лет назад.

Оказывается, что каждому значению n соответствует неминимальная формулировка эйнштейновской 1-супергравитации с 20 + 20 полями, но имеются два исключения: $n = -1/3$ и $n = 0$. При $n = -1/3$ сохраняется суперобъем $C^{4,2}$, и этот случай соответствует обычной минимальной 1-супергравитации. При $n = 0$ сохраняется суперобъем $C^{4,4}$, и этот случай отвечает новому варианту, $U(1)$ супергравитации. Ввиду сохранения суперобъема при $n = 0$, левый $d^8 z_2$ и правый $d^8 z_R$ объемы являются инвариантами. Инвариантом будет и березиниан перехода от левого объема к правому, рассматриваемый как функция координат $R^{4,4}$, и его можно положить равным единице

$$U(x, \theta, \bar{\theta}) = \mathrm{Ber}\left(\frac{\partial z_L}{\partial z_R}\right) = \frac{\det(\delta_n^m + i\partial_n \mathcal{H}^m)}{\det(\delta_{\dot\nu}^{\dot\mu} + \bar{\Delta}^{\dot\mu}\bar{\mathcal{H}}_{\dot\nu})} \quad \frac{\det(\delta_\nu^\mu + \Delta_\nu \mathcal{H}^\mu)}{\det(\delta_n^m - i\partial_n \mathcal{H}^m)} = 1 \tag{7}$$

где $\partial_n = \partial/\partial x^n$, а Δ^μ, $\bar{\Delta}^{\dot\mu}$ – дифференциальные операторы из [7]. Суперполе $U(x, \theta \, \bar{\theta})$ унитарно, $U = \exp(iu(x, \theta, \bar{\theta}))$, где u – вещественна. Поэтому инвариантное ограничение (7) зануляет 8 + 8 полей из полного числа 20 + 20, и остаются нужные 12+12 полей. Их компонентный состав и свойства преобразований исследуются в калибровке Весса – Зумино. В этой калибровке ограничение (7) удается разрешить, и мы остаемся с полями гравитона, гравитино и вспомогательными полями: калибровочными вектором и антисимметричным тензором. В этой калибровке отчетливо видно, как возникает локальная $U(1)$-инвариантность при $n = 0$. При этом (и только при этом) значении n преобразования (2), (6) не могут закрепить параметр локальных γ_5-преобразований. Дело в том, что при закреплении в калибровке Весса – Зумино линейных по θ членов в $\mathcal{H}^\mu$, этот параметр входит с множителем $2n/(3n+1)$ и выпадает при $n = 0$.

В отличие от других супергравитаций, в новом варианте действие не может быть задано как инвариантный объем [2] $R^{4,4}$, так как с учетом ограничения (7) в этом варианте он просто равен нулю (как и в рассмотренном в[10] варианте $N = 2$ супергравитации):

$$V_{inv} = \int d^8 z\, E = \int d^8 z_L = 0$$

$$E = \left[\frac{\det(\delta_n^m + i\partial_n \mathcal{H}^m)}{\det(\partial_{\dot\nu}^{\dot\mu} + \bar{\Delta}^{\dot\mu}\bar{\mathcal{H}}_{\dot\nu})} \quad \frac{\det(\delta_n^m - i\partial_n \mathcal{H}^m)}{\det(\delta_\nu^\mu + \Delta_\nu \mathcal{H}^\mu)}\right]^{1/2} \tag{8}$$

Инвариантный интеграл действия в этом варианте следует определить (ср.[2]) другим образом

$$S = \frac{1}{\kappa^2} \int d^8 z E \ln F, \tag{9}$$

где

$$F = \det{}^{-1/4}\left(\frac{1}{4}[\Delta, \sigma_a \bar{\Delta}]\mathcal{H}^m\right) \det{}^{-1/8}(\delta_n^m + \partial_n \mathcal{H}^k \partial_k \mathcal{H}^m) \times$$
$$\times [\det(\delta_\nu^\mu + \Delta_\nu \mathcal{H}^\mu) \det(\delta_{\dot\nu}^{\dot\mu} + \Delta^{\dot\mu}\bar{\mathcal{H}}_{\dot\nu})]^{3/8} \tag{10}$$

есть фактор, входящий в определение $U(1)$ связности (равной $\nabla_a \ln F$) и имеющий закон преобразования

$$\delta \ln F = \frac{\partial}{\partial x_L^m} v^m - \frac{\partial}{\partial \theta_L^\mu} v^\mu + \text{э.с.} \tag{11}$$

Инвариантность действия обеспечивается тем, что $\ln F$ получает киральные добавки (10), и переходом в левую и правую параметризации легко убедиться тогда, что $\delta S = 0$. При подстановке решения ограничения (7) в калибровке Весса – Зумино мы получаем действие в терминах полей, совпадающее с найденным в [1]. Отметим, что ограничение (7) можно несколько ослабить, заменив его на

$$\frac{\partial^2}{\partial \varphi_R^2} U = 0 . \qquad (12)$$

При этом мы приходим к описанию 16+16 полей. Дополнительные 4+4 поля образуют мультиплет с суперспином $^1/2$ во взаимодействии и 0 на массовой оболочке, супераналог нотофа[11] (спин 1 во взаимодействии и 0 на массовой оболочке).

Затронутые в настоящей заметке вопросы будут более подробно изложены в другом месте.

Сделаем в заключение несколько замечаний. Пока ограничение (7) удается полностью решить в калибровке Весса – Зумино в терминах компонент, а в терминах суперполей – только в линеаризованном приближении. Нахождение его полного решения в суперполях было бы чрезвычайно важно, в частности, для представляющегося возможным перенесения полученных результатов на расширенные супергравитации. Что следует ожидать в расширенных случаях? Появление локальной $U(1)$ симметрии заведомо возможно, появятся ли $SU(N)$ локальные симметрии? В полевом подходе при квантовании возникают аномалии. Удастся ли построить явно ковариантный суперполевой подход без аномалий?

Авторы выражают благодарность Е.А.Иванову и Л.Литову за полезные обсуждения.

Литература

1. *Sohnius M., West P.C.* Preprint, ICTP 80–81/37.
2. *Howe P.S., Stelle K.S., Townsend P.K.* Preprint TH–3179, CERN, 1981.
3. *Bedding S., Lang W.* Preprint MPI–PAE/PTh 42/81.
4. *de Wit B., Rocek M.* Preprint NIKHEF–H/81–28
5. *Акулов В.П., Волков Д.В., Сорока В.А.* ТМФ, 1977, **31**, 12.
6. *Огиевецкий В.И., Сокачев Э.С.* Phys. Lett., 1978, **B79**, 222.
7. *Огиевецкий В.И., Сокачев Э.С.* ЯФ, 1980, **31**, 821.
8. *Sokatchev E.* in "Superspace and Supergravity", ed. S.W.Hawking, M.Rocek, Cambridge Univ. Press, 1981, p.197.
9. *Siegel W., Gates S.J.* Nucl. Phys., 1979, **B147**, 77.
10. *Sokatchev E.* Phys. Lett., 1981, **100B**, 466.
11. *Огиевецкий В.И., Полубаринов И.В.* ЯФ, 1966, **4**, 216.

Поступила в редакцию
26 января 1982 г.

Объединенный институт ядерных исследований