Письма в ЖЭТФ, том 37, вып. 12, стр. 594 – 597 *20 июня 1983 г.*

ДИНАМИКА СМЕКТИЧЕСКИХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛОВ

Е.И.Кац, В.В.Лебедев

Рассмотрены нелинейные флуктуационные эффекты в динамике смектиков. Показано, что они приводят к низкочастотной расходимости $\propto \omega^{-1}$ в кинетических коэффициентах. Вычислена логарифмическая зависимость коэффициентов в этих расходимостях.

При описании нелинейных свойств смектика A вместо смещения слоев u [1] удобнее использовать функцию W, смысл которой заключается в том, что уравнение $W = \mathrm{const}$ задает положение слоя молекул. В терминах этой функции главные члены разложения свободной энергии F имеют вид

$$F = \int d^3 r \left(\frac{\beta}{8}((\nabla W)^2 - l^{-2})^2 + \frac{\kappa}{2} (\nabla^2 W)^2 \right). \tag{1}$$

Здесь β и κ – модули упругости, а l – расстояние между слоями (период модуляции плотности). В равновесии $W_0 = z/l$, где ось z направлена перпендикулярно к слоям. Как показано в работах [2,3], учет флуктуаций около этого равновесного значения приводит к логарифмической ренормировке модулей β и κ со следующей зависимостью

$$\beta \sim L^{-4/5} \qquad \kappa \sim L^{2/5}. \tag{2}$$

Здесь $L = \ln(\Lambda / max(k_z, lk^2))$ – большой логарифм, Λ – параметр обрезки.

Естественно ожидать, что сильные длинноволновые флуктуации проявятся и в низкочастотной динамике смектика A. Авторы работы [4] вычислили первую флуктуационную поправку к коэффициентам вязкости и получили, что она расходится на низких частотах, как ω^{-1}. Однако таким же образом расходятся и высшие поправки теории возмущений. Поэтому, разумеется для исследования ситуации нельзя ограничиваться первым порядком теории возмущений. Для учета высших порядков теории возмущений мы будем использовать метод, разработанный в работе [5] Халатниковым, Сухоруковым и одним из авторов (В.Л.)

Используя нелинейные уравнения гидродинамики смектиков, построенные в работе [6], находим следующее нелинейное уравнение для W

$$\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho l^2} \frac{\delta F}{\delta W} + \frac{\partial}{\partial t} \frac{\Gamma}{T} \frac{\delta F}{\delta W}. \tag{3}$$

Отметим, что уравнение (3) получено в нулевом приближении по параметру $\beta/\rho l^4 c^2 \sim 10^{-3}$, где c – скорость звука. В уравнении (3) сохранен только один диссипативный член (с коэффициентом Γ), что, как будет видно из дальнейшего, не принципиально.

Динамические корреляторы, содержащие W, могут быть получены усреднением по „микроканоническому" распределению, соответствующему уравнению (3). Функция распределения сводится при этом к (функциональной) δ-функции, в аргументе которой стоит уравнение (3), в правую часть которого следует добавить случайную силу $\partial/_{\partial t}(\sqrt{\Gamma}\ \xi)$, где ξ – белый шум. Поднимаем δ-функцию в экспоненту при помощи вспомогательной переменной p и усредняем по белому шуму, интегрируя по ξ с весом

$$\exp\left(-\frac{1}{4}\int dt\, d^3r\, \xi^2\right).$$

В результате получаем функцию распределения $\exp(iI)$, где I – действие с лагранжианом

$$\mathcal{L} = -p\,\partial^2 W/\partial t^2 - \frac{1}{2}(\nabla p\,\nabla W)\,a\,(l^2(\nabla W)^2 - 1) - pb\nabla^4 W + ip\ \Sigma W + \frac{i}{2}p\,\Pi\,p. \qquad (4)$$

Здесь собственно-энергетическая функция Σ и поляризационный оператор Π определяются кинетическим членом

$$\Sigma = -i\frac{\rho l^2\Gamma}{T}(a\nabla_z^2 - b\nabla^4)\frac{\partial}{\partial t} \qquad \Pi = -2\Gamma\,\partial^2/_{\partial t^2}.$$

Однако уже первая поправка теории возмущений, полученная разложением по взаимодействию в лагранжиане (4), сильно ренормирует Σ и Π, давая в них вклады вида

$$\Sigma = -2ig\nabla^2\,\partial/_{\partial t} \qquad \Pi = -\tau\nabla^2. \qquad (5)$$

Таким образом в смектиках флуктуационное затухание моды, связанной с параметром порядка, оказывается порядка частоты, причем это справедливо на всех частотах, так что отсутствует область применимости „нормальной" гидродинамики. Ренормировка лагранжиана (4) с функциями Σ, Π вида (5) приводит к появлению логарифмических поправок к константам a, b, g, τ, так что для определения длинноволнового поведения этих величин мы должны использовать уравнения ренорм-группы.

Вводим следующие одночастичные функции Грина

$$G(\omega,\mathbf{k}) = -\langle W(\omega,\mathbf{k})\,p(-\omega,-\mathbf{k})\rangle \quad D(\omega,\mathbf{k}) = -\langle W(\omega,\mathbf{k})\,W(-\omega,-\mathbf{k})\rangle, \qquad (6)$$

Функция G имеет смысл восприимчивости системы по отношению к внешней силе, а D является парным коррелятором. Полюса G-функции лежат в нижней полуплоскости и определяют спектр собственных колебаний системы. Из (4), (5), (6) получаем

$$G = \frac{1}{i(\omega^2 - \eta^2) - 2g\omega k^2} \qquad D(\omega) = G(\omega)\,\Pi G(-\omega). \qquad (7)$$

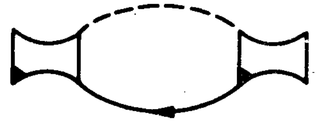
Здесь обозначено $\eta^2 = a k_z^2 + bk^4$. Уравнение на полюса функции G дает следующий спектр системы

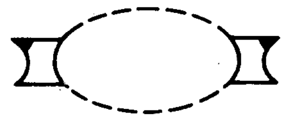
$$\omega_{\pm} = -igk^2 \pm \sqrt{\eta^2 - g^2k^4}. \qquad (8)$$

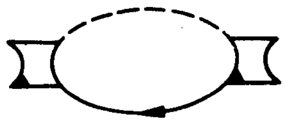
Отметим следующее выражение для одновременного коррелятора, следующее из (8)

$$-\int\frac{d\omega}{2\pi}\,D = \tau/\,4g\,\eta^2. \qquad (9)$$

Выпишем теперь уравнения ренорм-группы для величин, фигурирующих в лагранжиане (4). Взаимодействие в нем обеспечивает нелинейный член с коэффициентом a, соответствующие уравнения ренормировки удобно изобразить графически (смотри рисунок). На этих диаграммах сплошная линия обозначает G-функцию, пунктирная означает D-функцию, а форма вер-







шины отражает структуру нелинейного члена: светлым концам соответствуют ∇W, темным – ∇p, прямые отрезки соединяют сворачивающиеся друг с другом величины. Первая диаграмма дает ренормировку a, вторая ренормировку τ, а третья – ренормировку b и g при этом в последних двух диаграммах на внешние W-концы следует подставлять равновесное значение W_0. Интегрируя указанные выражения по частоте и углам и переходя к дифференциальным уравнениям, находим

$$a' = -\tau a^{3/2}/g b^{3/2} \qquad g' = \frac{1}{4}(1 + b/g^2)\tau a^{1/2}/b^{3/2}, \tag{10}$$

$$\tau' = \frac{1}{4}(1 + b/g^2)\tau^2 a^{1/2}/gb^{3/2} \qquad b' = \frac{1}{2}\tau a^{1/2}/gb^{1/2}.$$

Здесь штрих означает дифференцирование по переменной $Ll^2/128\pi$. Из системы (10) следует

$$\tau/g = \text{const} \qquad dg^2/db = g^2/b + 1. \tag{11}$$

С учетом этого в свою очередь получаем из (10)

$$a \sim L^{-4/5} \qquad b \sim L^{2/5} \qquad g^2 = b \ln b/b_0. \tag{12}$$

Условие $\tau/g = \text{const}$ отражает флуктуационно-диссипативную теорему и обеспечивает, как видно из (9), (12), выполнение статистического предела.

Поправки к коэффициентам вязкости определяются нелинейными по W членами в тензоре напряжений, в которых также следует учесть (логарифмические) флуктуационные поправки. Флуктуационные поправки к коэффициентам вязкости пропорциональны интегралу вида

$$\delta\eta \sim \int \frac{d\nu d^3q}{(2\pi)^4} q^4 \beta^2 D(\nu, \mathbf{q}) D(\omega + \nu, \mathbf{q}). \tag{13}$$

В (13) учтено, что в пределе $a/c^2 \sim 10^{-3} \ll 1$ в подынтегральном выражении можно положить $k = 0$. Производя интегрирование в (13), находим с учетом (12)

$$\delta\eta \sim \frac{1}{|\omega|} \frac{\tau^2\beta^2}{g^2 b^{3/2} a^{1/2}} \propto \frac{1}{|\omega|} L^{-9/5}. \tag{14}$$

Такое выражение для флуктуационной части коэффициентов вязкости приводит к линейному по частоте коэффициенту поглощения звука. На низких частотах этот вклад в поглощение заведомо превосходит обычное „линейное" поглощение $\propto \omega^2$. Отметим, что это дает качественное объяснение многочисленным экспериментальным данным (смотри [7-9]), в которых наблюдалось сильное отклонение поглощения звука в смектиках от закона ω^2.

Подробное обсуждение рассмотренных выше вопросов будет проведено в отдельной работе авторов.

Литература

1. *Де Жен П.Ж.* Физика жидких кристаллов, М.: Мир, 1977, гл.7.
2. *Кац Е.И.* ЖЭТФ, 1982, 83, 1376.
3. *Grinstein G., Pelcovits R.A.* Phys. Rev. A, 1982, **26**, 915.
4. *Mazenko G.F., Ramaswamy S., Toner J.* Phys. Rev. Lett., 1982, **49**, 51.
5. *Khalatnikov I.M., Lebedev V.V., Sukhorukov A.I.* Phys. Lett., 1983, **94A**, 271.
6. *Воловик Г.Е., Кац Е.И.* ЖЭТФ, 1981, 81, 240.
7. *Bhattacharya S., Ketterson J.B.* Phys. Rev. Lett., 1982, **49**, 997.
8. *Bhattacharya S., Shen S.Y., Ketterson J.B.* Phys. Rev., 1979, **A19**, 1219.
9. *Bhattacharya S., Sarma B.K., Ketterson J.B.* Phys. Rev. Lett., 1978, **40**, 1582.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
6 мая 1983 г.