

## ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛОГ ЭФФЕКТА ГАННА

Э.Н.Руманов

Показано, что тепловая неустойчивость течения жидкости с растущей в ограниченном температурном интервале вязкостью приводит к автоколебаниям расхода, обусловленным движением тепловых доменов. В HeII соответствующий эффект связан с появлением областей HeI.

1. Рассмотрим течение по трубе жидкости, вязкость которой  $\eta$  сначала растет с температурой, а затем насыщается (пример такой жидкости – сера, рост  $\eta$  связан с обратимыми структурными изменениями при температуре  $\sim 450\text{K}$ ). Для простоты примем зависимость

$$\eta(T < T_*) = \eta_1, \quad \eta(T > T_*) = \eta_2, \quad \eta_1 < \eta_2. \quad (1)$$

Усредненные (по поперечным координатам) уравнения на температуру  $T(x)$  и скорость течения  $v$  запишем в виде

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \rho c v \frac{\partial T}{\partial x} + 12\eta \frac{v^2}{d^2} - \frac{2a}{d}(T - T_0), \quad (2)$$

$$\frac{dP}{dx} = -12\eta \frac{v}{d^2}. \quad (3)$$

Здесь  $\rho$ ,  $c$ ,  $\kappa$ ,  $P$  – плотность, теплоемкость, теплопроводность и давление жидкости, численные коэффициенты соответствуют случаю плоского канала,  $d$  – ширина канала,  $a$  – коэффициент теплопередачи во внешнюю среду, температура которой  $T_0 < T_*$ . При записи (3) учтено, что рассматриваемые значения  $v$  предполагаются малыми и тепловые процессы – медленными (по сравнению с гидродинамическими). Принято также  $ad \ll \kappa$ .

При малых значениях перепада давления  $\Delta P$  согласно (1) – (3) возможен однородный по  $x$  режим течения, скорость и температура жидкости равны

$$v = d^2(12\eta_1 l)^{-1} \Delta P, \quad T = T_0 + 6\eta_1 v^2 (ad)^{-1}, \quad (4)$$

где  $l$  — длина канала. При больших  $\Delta P$  реализуется другой однородный режим:

$$v = d^2(12\eta_2 l)^{-1} \Delta P, \quad T = T_0 + 6\eta_2 v^2 (ad)^{-1}, \quad (5)$$

температура жидкости при этом выше  $T_*$ . Интервалы значений скорости для обоих режимов частично перекрываются; при фиксации расхода  $T$  и  $\Delta P$  выходят на значения (4) или (5) в зависимости от начальных условий.

Если задавать перепад давления, то в интервале

$$\sqrt{\eta_1} < \Delta P (2\sqrt{6}l)^{-1} d^{3/2} [a(T_{\text{ж}} - T_0)]^{-1/2} < \sqrt{\eta_2} \quad (6)$$

однородных стационарных решений нет. (В случае непрерывной зависимости  $\eta(T)$  — сглаженной кривой (1) — однородное решение есть при всех  $\Delta P$ , но в интервале (6) оно неустойчиво. Неустойчивое решение характеризует падающая зависимость  $v$  от  $\Delta P$ ). Неустойчивость (или отсутствие) однородных решений приводит к формированию неоднородных режимов течения, в частности, стационарных волн — тепловых доменов, движущихся вместе с жидкостью со скоростью  $v$ . Сама же эта скорость приближенно определяется равенством

$$3(\eta_1 + \eta_2) v_{\text{кр}}^2 = ad(T_* - T_0), \quad (7)$$

а ширина теплового домена  $s$  — условием

$$\Delta P = 12v_{\text{кр}} d^{-2} [\eta_1(l - s) + \eta_2 s]. \quad (8)$$

Запись (7), (8) предполагает малость по сравнению с  $s$  ширины переходного слоя, в пределах которого температура меняется от значения (4) до (5) при  $v = v_{\text{кр}}$ . Ширина переходного слоя есть величина порядка  $\sqrt{kd/a}$ .

Когда тепловой домен выбрасывается через выходное сечение трубы, гидродинамическое сопротивление падает, и расход жидкости увеличивается, затем благодаря тепловой неустойчивости образуется новый домен. Частота пульсаций расхода равна<sup>1)</sup>

$$\omega \sim v_{\text{кр}} l^{-1}. \quad (9)$$

Автоколебания будут наблюдаться, если эта величина меньше, чем инкремент нарастания тепловой неустойчивости.

Произведение  $ad$ , а вместе с ним и скорость  $v_{\text{кр}}$  практически не зависят от диаметра. При  $ad = 10^{-4}$  Вт·см<sup>-1</sup> К<sup>-1</sup> оценка по формулам (7), (9) в случае серы при  $T_0 = 150^\circ\text{C}$  для  $l = 10$  см дает частоту  $\sim 1$  сек<sup>-1</sup>.

2. Обратимся теперь к жидкому гелию.

Достаточно большой перепад давления будет поддерживать поток HeI в капилляре, погруженном в среду с температурой  $T_0 < T_\lambda$ , при этом температура жидкости в капилляре выше  $T_\lambda$  за счет тепла трения. При

$$\Delta P < 2\sqrt{6}ld^{-3/2} [a\eta_\lambda T_\lambda - T_0]^{1/2}, \quad (10)$$

течение HeI неустойчиво, часть жидкости превращается в HeII. Ширина области HeI — "теплового домена" — определяется величиной перепада давления. Чтобы найти эту ширину и скорость жидкости, нужно рассмотреть межфазную границу HeI — HeII в потоке<sup>2</sup>. В<sup>2</sup> показано, что межфазная граница всегда движется относительно жидкости в сторону фазы, расположенной в нижнем течении. Поэтому на одной границе области HeI идет переход HeI → HeII, на другой HeII → HeI. Если расход  $v < v_{\text{кр}}$ , область HeI исчезает, при  $v > v_{\text{кр}}$

<sup>1)</sup> Очевидна аналогия с пульсациями тока при  $N$ -образной вольт-амперной характеристике — эффектом Ганна<sup>1</sup>.

эта область растёт. С помощью соотношений § 4<sup>2</sup>, находим

$$v_{\text{кр}}^2 \approx \left[ 1 + \frac{c(T_0)}{c_I} \right] \frac{ad}{6\eta} (T_\lambda - T_0), \quad (11)$$

где  $c_I$  — теплоемкость HeI, предполагается  $(T_\lambda - T_0) \ll T_\lambda$ .

Легко видеть, что именно эта скорость установится при фиксации  $\Delta P$  в капилляре с "доменом". Действительно, при  $v < v_{\text{кр}}$  область HeI будет сокращаться, гидродинамическое сопротивление — падать, что приведет к росту скорости и т. д. Конечно имеется в виду область параметров, при которых оценка (11) дает меньшую величину, чем "обычная" критическая скорость, связанная с образованием квантовых вихревых колец.

При  $T_0 = 2\text{К}$ ,  $d = 10^{-5}$  см,  $a = 10^{-5}$  Вт см<sup>-1</sup>К<sup>-1</sup>, скорость  $v_{\text{кр}} \approx 7,5$  см/сек. Для оценки частоты пульсаций нужно в (9) подставлять скорость движения  $u$  области HeI в лабораторной системе координат, из-за фазового перехода  $u$  отличается от скорости течения  $v_{\text{кр}}$ . В случае значений параметров, приведенных выше,  $u \approx 15$  см/сек.

Вопрос о времени формирования тепловых доменов должен быть рассмотрен отдельно.

Автор благодарен А.Г. Мержанову и А.А.Собянину за интерес к этой работе и ее обсуждение.

#### Литература

1. Gunn J.B. Solid State Comm., 1963, 1, 88.
2. Руманов Э.Н. ЖЭТФ, 1978, 74, 1422.

Институт химической физики  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
9 февраля 1982 г.